ฟิสิกส์ 2

105102

ศูนย์บรรณสารและสื่อการศึกษา
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

โดย

สาขาวิชาฟิสิกส์
สำนักวิชาวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

2539

คำนำ

เอกสารประกอบการเรียนวิชาฟิสิกส์ 2 ได้เรียบเรียงจากเอกสารที่สาขาวิชาฟิสิกส์ได้ใช้สอนนักศึกษารุ่นที่ 1 (ปีการศึกษา 2536) ประกอบด้วยเนื้อหาวิชาที่เป็นพื้นฐานและมีความจำเป็นในการศึกษาทางวิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีระดับสูงขึ้นไป

เนื้อหาของเอกสารประกอบการเรียนนี้ แบ่งออกเป็น 3 ตอน คือ ตอนที่ 1 ทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้า และสภาพนำยวดยิ่ง ตอนที่ 2 ทัศนศาสตร์เชิงกายภาพและการประยุกต์ ตอนที่ 3 ฟิสิกส์ยุคใหม่ ใช้สำหรับการเรียนหนึ่งภาคการศึกษา อย่างไรก็ดี เนื้อหาวิชาฟิสิกส์ในแต่ละหัวข้อนั้นกว้างมากและการประยุกต์ก็มีมากมาย จนไม่สามารถกล่าวถึงโดยละเอียดได้ คณะผู้เรียบเรียงจึงหวังเพียงว่า เอกสารเล่มนี้จะเป็นพื้นฐานในการศึกษาค้นคว้าเพื่อให้เกิดความลุ่มลึกในสาขาของนักศึกษาต่อไป

ในการศึกษาวิชาฟิสิกส์นั้น การใช้เอกสารประกอบการเรียนเพียงเล่มเดียว จะไม่ได้รับความรู้โดยสมบูรณ์ เพราะเนื้อหาทางฟิสิกส์นั้นกว้าง และมีความสัมพันธ์กับวิชาอื่นอีกมาก จึงขอสนับสนุนให้ผู้อ่านได้ศึกษาจากตำราหลายๆ เล่ม การพิมพ์เอกสารเล่มนี้อาจมีข้อผิดพลาดหลงเหลืออยู่บ้าง หากท่านผู้อ่านได้พบข้อผิดพลาด และได้กรุณาแจ้งให้ทราบจะเป็นพระคุณยิ่ง คณะผู้เรียบเรียงจะได้ตรวจสอบแก้ไขต่อไป

อนึ่ง การเรียบเรียงเอกสารนี้เสร็จสมบูรณ์ลงได้ ด้วยความช่วยเหลืออย่างดีในการเตรียมต้นฉบับของ คุณเพ็ญแข กล้าสันเทียะ จึงขอขอบคุณ ณ โอกาสนี้ด้วย

รองศาสตราจารย์ ดร.ประสาท สืบค้า หัวหน้าสาขาวิชา
รองศาสตราจารย์ ดร.วุฒิ พันธุมนาวิน
รองศาสตราจารย์ ดร.อรุณ เอกไชย
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สำเนา ผาติเสนะ
รองศาสตราจารย์ ดร.วีระพงษ์ แพสุวรรณ

สาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
3 มกราคม 2539

คำนำในการพิมพ์ครั้งที่ 2

ในการพิมพ์ครั้งที่ 1 ของเอกสารประกอบการเรียนวิชาฟิสิกส์ 2 นั้น พบว่ามีข้อบกพร่องอยู่มาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งการใช้ศัพท์ทางวิทยาศาสตร์การเรียบเรียงและการสะกดคำต่างๆ เป็นต้น สาขาวิชาฟิสิกส์จึงได้เรียบเรียงและจัดพิมพ์ใหม่ อย่างไรก็ตาม ข้อผิดพลาดย่อมเกิดขึ้นได้เสมอและคงมีการปรับปรุงและแก้ไขในโอกาสต่อไป

สาขาวิชาฟิสิกส์

11 มกราคม 2539

สารบัญ

	หน้า
ตอนที่ 1 ภาคแม่เหล็กไฟฟ้า สภาพนำยวดยิ่ง	
บทที่ 1 สนาม	1
บทที่ 2 สนามไฟฟ้าสถิต	25
บทที่ 3 กฎของเกาส์	47
บทที่4 ศักย์ไฟฟ้า	61
บทที่ 5 ตัวเก็บประจุ	79
บทที่ 6 วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	95
บทที่ 7 สนามแม่เหล็กสถิตย์	115
บทที่ 8 การเหนี่ยวนำแม่เหล็กไฟฟ้า	135
บทที่ 9 วงจรกระแสสลับ	153
บทที่ 10 สภาพนำยวดยิ่ง	177
ตอนที่ 2 ทัศนศาสตร์เชิงกายภาพและการประยุกต์	
บทที่ 11 ทัศนศาสตร์เชิงกายภาพ	197
บทที่ 12 การประยุกต์คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า	245
ตอนที่ 3 ฟิสิกส์ยุคใหม่ ฟิสิกส์นิวเคลียร์ พลังงานจากนิวเคลียส	
บทที่ 13 แสดงและฟิสิกส์ควอนตัม	299
บทที่ 14 ธรรมชาติเชิงคลื่นของสสาร	323
บทที่ 15 โครงสร้างของไฮโดรเจนอะตอม	351
บทที่ 16 ฟิสิกส์นิวเคลียส	379
บทที่ 17 พลังงานจากนิวเคลียส	401
บทที่ 18 ควาก เลปตอน และบิกแบง	423

ภาคแม่เหล็กไฟฟ้า

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \int_S \left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

รศ. ดร. อรุณ เอกไชย

คำแนะนำ การเรียนภาคแม่เหล็กไฟฟ้า

ภาคแม่เหล็กไฟฟ้ามีทั้งหมด 9 บท ใช้เวลาเรียน 4 สัปดาห์ นักศึกษาจำเป็นต้องจัดเวลาให้พอเหมาะ การสอนในห้องเรียนเป็นการแนะนำทฤษฎีและวิธีคิด นักศึกษาต้องไปอ่านทบทวนและทำแบบฝึกหัดให้เสร็จภายในแต่ละวันจึงจะตามทัน การสอนสำหรับภาคการศึกษานี้จะเป็นไปตามกำหนด ดังต่อไปนี้

สัปดาห์ที่ 1

ชั่วโมงที่ 1 บทที่ 1 สนาม

มีวัตถุประสงค์ให้นักศึกษารู้จักสนามโดยทั่วไป และรู้ความหมายของคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสนาม ได้แสดงการคำนวณไว้เพื่อประกอบคำอธิบายให้ชัดแจ้งเท่านั้น นักศึกษายังไม่ต้องเสียเวลากับการทำโจทย์ในบทนี้ เมื่อถึงทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้าจะกล่าวถึงเรื่องเหล่านี้ในภายหลัง อย่างไรก็ตามควรเข้าใจความหมายของสนาม เกรเดียนต์ และ ฟลักซ์

ชั่วโมงที่ 2 บทที่ 2 กฎของคูลอมบ์

ต้องการให้นักศึกษารู้จักวิธี เขียนเส้นสนามไฟฟ้าสถิต และสามารถ คำนวณสนามเนื่องจากจุดประจุ สนามจากเส้นประจุ และสนามจากประจุกระจายบนพื้นที่ที่มีลักษณะทางเรขาคณิตอย่างง่ายๆ การคำนวณในบทนี้ เกี่ยวข้องกันการรวมเวกเตอร์ เป็นส่วนใหญ่

สำหรับคำถามในแบบฝึกหัดท้ายบท นั้นเป็นขั้นตอน เพื่อช่วยให้เข้าใจวิธีอินทิเกรต จึงควรทำแบบฝึกหัดทั้งหมด ทั้งแบบฝึกหัดท้ายตัวอย่าง และท้ายบท

ชั่วโมงที่ 3 บทที่ 3 กฎของเกาส์

ต้องการให้นักศึกษาเข้าใจความหมายทางกายภาพของสนามไฟฟ้าสถิต และทราบว่าจะใช้กฎนี้คำนวณค่าสนามได้ในกรณีใด ได้ทำตัวอย่างให้ดูเป็นจำนวนมาก นักศึกษาควรดูตัวอย่างให้เข้าใจ ส่วนแบบฝึกหัดท้ายบทเป็น คำถาม เพื่อให้เข้าใจความหมายของฟลักซ์และความหมายของกฎจึงไม่ควรละเลยฝึกหัดทำด้วย

ชั่วโมงที่ 4 ทบทวน เรื่องสนามไฟฟ้า นักศึกษาควรเตรียมพร้อมที่จะทบทวน คือได้ลองทำแบบฝึกหัด บทที่ สอง และสามมาแล้ว มีสิ่งใด เป็นปัญหาข้องใจจะอภิปรายกัน ในชั่วโมงนี้

สัปดาห์ที่ 2

ชั่วโมงที่ 5 บทที่ 4 ศักย์ไฟฟ้า

ต้องการให้นักศึกษาเข้าใจความหมายของศักย์ และความสัมพันธ์ระหว่าง ศักย์ไฟฟ้า กับ สนามไฟฟ้า

รู้จักศักย์และสนามภายในตัวนำ และที่ผิวตัวนำ

รู้จักตัวเก็บประจุแผ่นขนาน

แบบฝึกหัด ยังไม่มีการคำนวณมากนัก แต่เป็ นคำถาม เพื่อช่วยให้เข้าใจความ หมาย และคำจำกัดความ จึงเป็นความจำเป็นต้องทำทั้งหมด

ชั่วโมงที่ 6 บทที่ 5 ตัวเก็บประจุ

ตัวเก็บประจุเป็นอุปกรณ์ทางไฟฟ้าที่ต้องรู้จัก บทนี้กล่าวถึงหลักการ ของตัว เก็บประจุ ต้องทราบสนามไฟฟ้าในไดอิเล็กตริก และสมบัติโดยทั่วไปของตัวเก็บประจุ คำถามท้ายบทมีไว้เพื่อความเข้าใจสมบัติดังกล่าว ต้องทำเช่นเดียวกัน

ชั่วโมงที่ 7 บทที่ 6 วงจรกระแสตรง

ว่าด้วยคำจำกัดความของกระแสไฟฟ้าและวงจรที่มีตัวต้านทานอย่างเดียว แบบฝึกหัดในบทนี้มีความสำคัญ จำเป็นต้องทำ

ชั่วโมงที่ 8

วงจรการให้ประจุ และการคายประจุของตัวเก็บประจุ

ทบทวนวงจรกระแสตรง

สัปดาห์ที่ 3

ชั่วโมงที่ 9 บทที่ 7 สนามแม่เหล็กสถิต

ก. กฎของบิโอต์- สวัตต์ จำเป็นต้องกล่าวถึงเพราะเป็นกฎพื้นฐานของสนามแม่เหล็ก เหมือนกฎของคูลอมบ์จำเป็นสำหรับสนามไฟฟ้า ได้แสดงการคำนวณให้ดูเพื่อความชัดเจน แต่ในการคำนวณต่อไป จะใช้กฎของแอมแปร์ซึ่งง่ายกว่า ดังนั้นนักศึกษาอาจข้ามแบบฝึกหัดเรื่องกฎของบิโอต์-สวัตต์ ไปได้

ข. กฎของแอมแปร์

ต้องทราบวิธีหาสนามแม่เหล็กจากกระแสไฟฟ้าจากเส้นลวดยาวมาก

หาสนามแม่เหล็กในขดเหนี่ยวนำไฟฟ้า โดยกฎของแอมแปร์

รู้จักโมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก

สามารถหาแรงโลเรนตซ์ ที่กระทำกับประจุอิสระและเส้นลวดมีกระแสไฟฟ้า

ชั่วโมงที่ 10 บทที่ 8 กฎของฟาราเดย์

ต้องทราบ วิธีคิด หาแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นจากกรณีต่างๆ ได้ทั้งขนาดและทิศทาง

ชั่วโมงที่ 11 ขดเหนี่ยวนำ

การเพิ่มและลดกระแสในวงจร R-L

การกวัดแกว่งในวงจร L-C และ R-L-C

ชั่วโมงที่ 12 ทบทวน และทำแบบฝึกหัด เรื่องกฎของฟาราเดย์

สัปดาห์ที่ 4

ชั่วโมงที่ 13 บทที่ 9 ไฟฟ้ากระแสสลับ

ต้องรู้จัก ลักษณะกระแสไฟฟ้าสลับ ความถี่ คาบ กระแสและศักย์สูงสุด เฟส

ชั่วโมงที่ 14

ความต่างเฟส กำลัง และค่าเฉลี่ยรากที่สอง

ชั่วโมงที่ 15

วงจรกระแสสลับ ต่อ R-L-C แบบอนุกรม

ชั่วโมงที่ 16

วงจรกระแสสลับ (ต่อ)

ชั่วโมงที่ 17 ทบทวน

หมายเหตุ ชั่วโมงทบทวน มีความสำคัญเท่าชั่วโมงปกติ นักศึกษาปกติไม่สมควรขาดเรียน

บทที่ 1

สนาม

1.1 สนาม (field)

ถ้าปริมาณหนึ่งสมมติปริมาณ Q มีค่ากำหนด ณ แต่ละตำแหน่งทั่วอาณาบริเวณหนึ่ง อาณาบริเวณนั้นเรียกว่า **สนามของ Q**

ถ้าปริมาณนั้นเป็นเวกเตอร์ สนามนั้นเป็น **สนามเวกเตอร์**

ถ้าปริมาณนั้นเป็นปริมาณสเกลาร์ สนามนั้นเป็น **สนามสเกลาร์**

สนามเหล่านี้จึงมีค่าแปรตามตำแหน่ง หรือ อาจแปรตามเวลาด้วยก็ได้

สนามเวกเตอร์คือสนามของปริมาณเวกเตอร์ เช่น สนามแรง สนามความเร็ว

ตัวอย่างสนามความเร็ว สมมติบริเวณหนึ่งมีของเหลวกำลังไหลอยู่ ความเร็วที่แต่ละตำแหน่งในบริเวณนั้นจะมีทั้งค่าขนาดและมีทิศ บริเวณนั้นจึงเป็นสนามความเร็ว

สนามแรงที่มองเห็นง่ายคือสนามแรงโน้มถ่วง ทั่วบริเวณที่อยู่ใกล้ผิวโลกนี้คือสนามแรงโน้มถ่วงของโลก มีค่าเท่ากับแรงดึงดูดของโลกที่กระทำกับมวล 1 กิโลกรัม มีทิศตรงเข้าสู่จุดศูนย์กลางของโลก หรือสนามโน้มถ่วงของโลกคือ สนาม $\vec{g}$ นั่นเอง

สนามสเกลาร์ คือสนามของปริมาณสเกลาร์ เช่น สนามความดัน สนามอุณหภูมิ สนามความหนาแน่น สนามศักย์โน้มถ่วง สนามศักย์ไฟฟ้า เป็นต้น

ตัวอย่างสนามอุณหภูมิ สมมติให้ความร้อนแก่วัตถุก้อนหนึ่ง ที่ตำแหน่งหนึ่ง ความร้อนจะแผ่ไปในก้อนวัตถุ อุณหภูมิของวัตถุก้อนนั้นแปรจากตำแหน่งหนึ่งสู่อีกตำแหน่งหนึ่ง มีค่าเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง เราเรียก บริเวณในก้อนวัตถุนั้นว่า สนามอุณหภูมิ ซึ่งเขียนเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งได้ เช่น $T(x,y,z)$ หมายถึงอุณหภูมิที่ตำแหน่ง (x,y,z) ใดๆ

ในสนามอุณหภูมินี้อาจมีตำแหน่งที่อุณหภูมิมีค่าเท่ากันได้ วิธีนึกภาพสนามสเกลาร์จึงอาจนึกถึง คอนทัวร์ คือเส้นที่ผ่านจุดต่างๆที่มีค่าสนามเท่ากัน เส้นคอนทัวร์ที่ผ่านจุดอุณหภูมิเท่ากันในสนามอุณหภูมิ เรียก เส้นไอโซเทอม เส้นที่ผ่านตำแหน่งที่ศักย์เท่ากันในสนามศักย์ไฟฟ้า เรียกว่า เส้นสมศักย์ ผิวที่ผ่านตำแหน่งที่ศักย์เท่ากันเรียกว่า ผิวสมศักย์ เป็นต้น

1.2 แคลคูลัสของสนาม

1.2.1 ตัวดำเนินการเดล (del operator) สัญลักษณ์ ∇

$$\nabla \equiv \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

1.2.2 เกรเดียนต์ (Gradient) ของฟังก์ชันสเกลาร์

เมื่อให้ตัวดำเนินการเดล (∇) ดำเนินการกับฟังก์ชันสเกลาร์ เช่น ดำเนินการกับสนามสเกลาร์ $V(x,y,z)$ เป็น ∇V

เราเรียก ∇V ว่า เกรเดียนต์ของ V หรือ grad V ซึ่ง

$$\text{gradV} \equiv \nabla V \equiv \hat{i}\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial V}{\partial z}$$

∇V เป็นเวกเตอร์ที่บอกการเปลี่ยนแปลงของสนามสเกลาร์ V (x,y,z) ตามตำแหน่ง

$\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}$ เป็นองค์ประกอบของ ∇V ทางแกน x,y,z บอกการเปลี่ยนแปลงของสนาม V ตามระยะทางในแกน x แกน y แกน z ตามลำดับ

ตัวอย่าง 1.1 จงหาเกรเดียนต์ของสนามสเกลาร์ $V = e^{-z}\sin(2x)\cos(y)$

วิธีทำ $\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}$

$$\nabla V = \frac{\partial[e^{-z}\sin(2x)\cos(y)]}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial[e^{-z}\sin(2x)\cos(y)]}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial[e^{-z}\sin(2x)\cos(y)]}{\partial z}\hat{k}$$

$\nabla V = 2e^{-z}\cos(2x)\cos(y)\hat{i} - e^{-z}\sin(2x)\sin(y)\hat{j} - e^{-z}\sin(2x)\cos(y)\hat{k}$ ตอบ

แบบฝึกหัด 1.1 จงหาเกรเดียนต์ของสนามสเกลาร์ $U = x^2y + xyz$

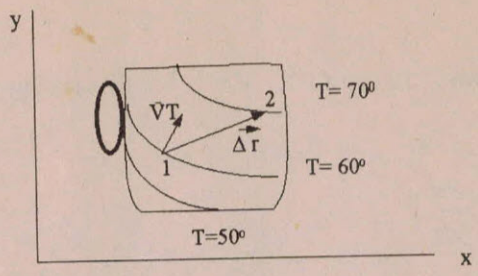
ตอบ $\nabla U = y(2x+z)\hat{i} + x(x+z)\hat{j} + xy\hat{k}$

ทิศของเกรเดียนต์

* **เกรเดียนต์ของสนามสเกลาร์มีทิศตั้งฉากกับเส้นที่สนามสเกลาร์นั้นมีค่าเท่ากัน ชี้จากตำแหน่งสนามมีค่าน้อยไปทางสนามมีค่ามาก**

วิธีพิสูจน์

สมมติกาแฟในถ้วย มีอุณหภูมิ $T(x,y,z)$ แปรตามตำแหน่ง มีเส้นผ่านตำแหน่งอุณหภูมิเท่ากัน หรือ เส้นไอโซเทอมหลายเส้น เช่น เส้น $T = 50^{\circ}$, $T = 60^{\circ}$ และ $T = 70^{\circ}$ ดังรูป



รูป 1.1 สนามอุณหภูมิ มีเส้นอุณหภูมิเท่ากันสามเส้นคือ $T=50^{\circ}$, $T=60^{\circ}$ และ $T=70^{\circ}$

ให้ตำแหน่ง 1 อยู่บนเส้น $T = 60^{\circ}$ และตำแหน่ง 2 อยู่บนเส้น $T = 70^{\circ}$
จากคำจำกัดความของเกรเดียนต์ จะได้

$$\nabla T(x,y,z) \equiv \hat{i}\frac{\partial T}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial T}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial T}{\partial z} \qquad 1.1$$

สมมติเลื่อนจากตำแหน่ง 1 ไปตำแหน่ง 2 เป็นระยะ $\Delta\vec{r}$ ทำให้อุณหภูมิเปลี่ยนไป ΔT
(ในที่นี้ ΔT คือ $70^{\circ} - 60^{\circ} = 10^{\circ}$)
เขียนการกระจัด $\Delta\vec{r}$ ในรูปองค์ประกอบในแต่ละแกนจะได้

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\,\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k} \qquad 1.2$$

และจากคณิตศาสตร์เขียนค่า ΔT ได้ดังนี้

$$\Delta T(x,y,z) = \frac{\partial T}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial T}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial T}{\partial z}\Delta z \qquad 1.3$$

ดือตสมการ 1.1 กับสมการ 1.2 จะได้

$$\nabla T\cdot\Delta\vec{r} = \frac{\partial T}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial T}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial T}{\partial z}\Delta z \qquad 1.4$$

จะเห็นว่าทางขวาของสมการ 1.4 เหมือนกับทางขวาของสมการ 1.3

ดังนั้นทางซ้ายของสมการทั้งสองจะเท่ากันคือ

$$\nabla T \cdot \Delta \vec{r} = \Delta T \qquad 1.5$$

ถ้าตำแหน่ง 1 และ 2 อยู่บนเส้นไอโซเทอมเดียวกัน คือให้การกระจัด $\Delta \vec{r}$ อยู่บนเส้นไอโซเทอม อุณหภูมิที่ 1 และ 2 เท่ากัน หรือ $\Delta T = 0$ ดังนั้นบนเส้นไอโซเทอมจะได้

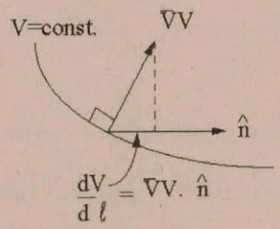
$$\nabla T \cdot \Delta \vec{r} = 0 \qquad 1.6$$

แสดงว่า ∇T ตั้งฉากกับ $\Delta \vec{r}$ (ซึ่งอยู่บนเส้นไอโซเทอม)

ค่า ∇T เป็นบวกเมื่ออุณหภูมิปลายทางสูงกว่าอุณหภูมิต้นทาง ดังนั้น ∇T จึงมีทิศชี้จาก จุดอุณหภูมิต่ำไปทางจุดอุณหภูมิสูง หรือ กล่าวโดยทั่วไปได้ว่า เกรเดียนต์ของสนามสเกลาร์มีทิศตั้งฉากกับเส้นที่สนามสเกลาร์นั้นมีค่าเท่ากัน ชี้จากตำแหน่งที่สนามมีค่าน้อยไปทางสนามมีค่ามาก

สรุปสมบัติของเกรเดียนต์ของสนามสเกลาร์ V เป็นดังนี้

1. ขนาดของ ∇V เท่ากับค่าสูงสุดของอัตราการเปลี่ยน V ต่อหน่วยระยะทาง
2. ทิศของ ∇V ชี้ไปทางทิศการเปลี่ยนแปลงมากที่สุดนั้น
3. ∇V ที่จุดใดมีทิศตั้งฉากกับผิวที่มีค่า V คงตัว ที่ผ่านจุดนั้น
4. องค์ประกอบของ ∇V ในทิศ $\hat{n}$ ใดๆ คือ อัตราการเปลี่ยน V ในทิศ $\hat{n}$ มีค่า $\nabla V \cdot \hat{n}$ เรียกว่า directional derivative ของ V ในทิศ $\hat{n}$



รูป 1.2 เมื่อ ℓ เป็นระยะทางในทิศ $\hat{n}$ จะได้ $\frac{dV}{d\ell} = \nabla V \cdot \hat{n}$

ตัวอย่าง 1.2 กำหนดสนามสเกลาร์ $W = x^2y^2 + xyz$ จงหา

ก. ∇W ที่ตำแหน่งใดๆ และที่ตำแหน่ง(2,-1,0)

ข. อัตราการเปลี่ยนแปลงของ W ต่อระยะทาง $\left(\frac{dW}{d\ell}\right)$ ที่ตำแหน่ง (2,-1,0) ในแนวทิศ $\vec{r} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 12\hat{k}$

วิธีทำ ก. $\nabla W = \hat{i}\frac{\partial(x^2y^2 + xyz)}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial(x^2y^2 + xyz)}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial(x^2y^2 + xyz)}{\partial z}$

$= \hat{i}(2xy^2 + yz) + \hat{j}(2x^2y + xz) + \hat{k}(xy)$ ตอบ

ที่ตำแหน่ง (2,-1,0) $\nabla W = 4\hat{i} - 8\hat{j} - 2\hat{k}$ ตอบ

ข. ทิศของ $\vec{r}$ คือเวกเตอร์หน่วยของ $\vec{r}$ นั่นคือ

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{3\hat{i} + 4\hat{j} + 12\hat{k}}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2}} = \frac{3\hat{i} + 4\hat{j} + 12\hat{k}}{13}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ W ที่ตำแหน่ง (2,-1,0) ในทิศ $\hat{r}$ มีค่า

$$\frac{dW}{d\ell} = \nabla W \cdot \hat{r} = 4\left(\frac{3}{13}\right) - 8\left(\frac{4}{13}\right) - 2\left(\frac{12}{13}\right) = -\frac{44}{13}$$ ตอบ

แบบฝึกหัด 1.2 กำหนด $\Phi = xy + yz + xz$ จงหาเกรเดียนต์ของ Φ ที่จุด (1,2,3) และจงหาการเปลี่ยนแปลง ของ Φ .ในทิศชี้จากจุด (1,2,3) ไปยังจุด (3,4,4)

ตอบ $5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$, 7

1.2.3 ไดเวอร์เจนซ์ (Divergence)ของสนามเวกเตอร์

เมื่อตัวดำเนินการ del คูณแบบดอตกับเวกเตอร์ใดๆ ผลคูณนั้น เรียกว่า ไดเวอร์เจนต์ของ เวกเตอร์นั้น

สมมติบริเวณหนึ่งมีสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ ไดเวอร์เจนซ์ของสนามนี้มีค่า

$$\text{div}\vec{E} \equiv \vec{\nabla}\cdot\vec{E} \equiv \frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}$$

ในทางเรขาคณิต ไดเวอร์เจนต์ของสนามเวกเตอร์ที่จุดหนึ่ง เป็นตัวบอกว่ามีสนามออกจากจุดนั้นมากน้อยเพียงใด

- ถ้าไดเวอร์เจนต์ของสนามที่จุดหนึ่งมีค่าเป็นบวก สนามจะแผ่ออกจากจุดนั้น
- ถ้าไดเวอร์เจนต์ของสนามที่จุดหนึ่งมีค่าเป็นลบ สนามจะเข้าสู่จุดนั้น

ตัวอย่าง 1.2 จงหาไดเวอร์เจนซ์ของสนาม $\vec{P} = x^2yz\hat{i} + xz\hat{k}$ ที่จุด (1,0,2)

วิธีทำ $\nabla\cdot\vec{P} = \frac{\partial P_x}{\partial x}+\frac{\partial P_y}{\partial y}+\frac{\partial P_z}{\partial z} = \frac{\partial(x^2yz)}{\partial x}+\frac{\partial(0)}{\partial y}+\frac{\partial(xz)}{\partial z} = 2xyz + x$

ที่จุด (1,0,2) $\nabla\cdot\vec{P} = 0+1 = 1$ ตอบ

แบบฝึกหัด 1.3 จงหาค่าไดเวอร์เจนซ์ของสนาม $\vec{A} = yz\hat{i} + 4xy\hat{j} + y\hat{k}$ ที่จุดใดๆ และที่จุด (1,-2,3) ตอบ $4x\hat{j}$,4

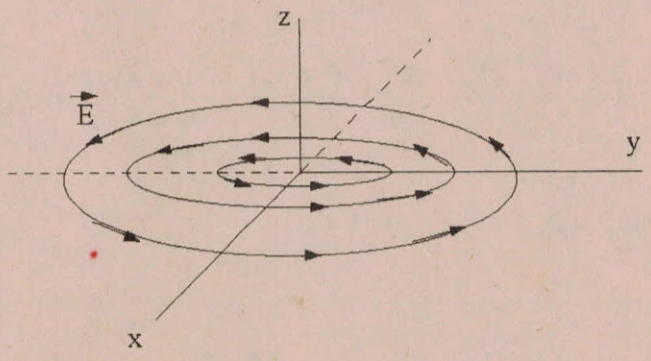
1.2.4. เคิล (Curl) ของสนามเวกเตอร์

เมื่อตัวดำเนินการ del คูณแบบครอสกับเวกเตอร์ใด ผลคูณนั้นเรียกว่า เคิลของเวกเตอร์นั้น

$$\text{curl}\vec{E} \equiv \vec{\nabla} \times \vec{E} \equiv \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$$

$$\nabla \times \vec{E} = \hat{i}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right) + \hat{j}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)$$

ในทางเรขาคณิต ค่าเคิลของสนามที่จุดใดจะบอกการหมุนวน(rotation) ของสนามรอบจุดนั้น ดังรูป 1.2 ถ้าค่าเคิลเป็นศูนย์สนามจะไม่หมุนวน



รูป 1.3 สนามมีลักษณะหมุนวน

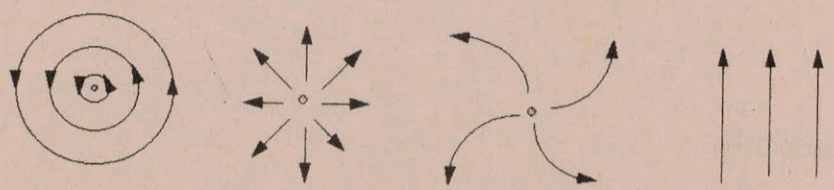
ตัวอย่าง 1.3 จงหาค่าเคิลของสนาม $\vec{P} = x^2yz\hat{i} + xz\hat{k}$ ที่ตำแหน่ง (1,0,2)]

$$\nabla \times \vec{P} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2yz & 0 & xz \end{vmatrix} = \hat{i}(0-0) + \hat{j}(x^2y - z) + \hat{k}(0 - x^2z) = (x^2y - z)\hat{j} - x^2z\hat{k}$$

ที่ตำแหน่ง (1,0,2) $\nabla \times \vec{P} = -2\hat{j} - 2\hat{k}$ ตอบ

แบบฝึกหัด 1.4 จงหาค่าเคิลของสนาม $\vec{A} = yz\hat{i} + 4xy\hat{j} + y\hat{k}$
ที่จุดใดๆ และที่จุด (1,-2,3) ตอบ $\hat{i} + y\hat{j} + (4y - z)\hat{k}$, $\hat{i} - 2\hat{j} - 11\hat{k}$

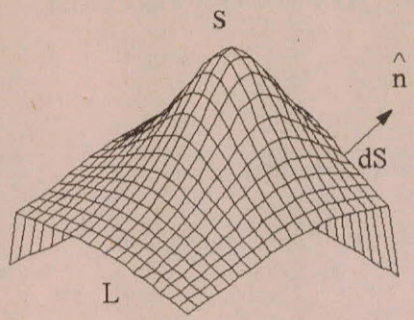
ตัวอย่างสนามเมื่อมีค่าไดเวอร์เจนซ์และเคิลเป็นศูนย์หรือไม่เป็นศูนย์ ดังรูป



$\nabla \cdot \vec{E} = 0$	$\nabla \cdot \vec{E} \neq 0$	$\nabla \cdot \vec{E} \neq 0$	$\nabla \cdot \vec{E} = 0$
$\nabla \times \vec{E} \neq 0$	$\nabla \times \vec{E} = 0$	$\nabla \times \vec{E} \neq 0$	$\nabla \times \vec{E} = 0$

รูป 1.4 ลักษณะสนามที่มีค่าไดเวอร์เจนซ์และเคิลต่างๆกัน

1.2.5 เวกเตอร์พื้นที่ผิว



รูป 1.5 ผิวเปิด S ล้อมรอบด้วยวงปิด L แสดงเวกเตอร์ของพื้นที่ผิว $d\vec{S} = dS\ \hat{n}$

อาจกำหนดพื้นที่ผิวให้เป็นเวกเตอร์ได้ ดังนี้

สมมติมีพื้นที่ผิวขนาดใหญ่ S ถ้าแบ่งพื้นที่ออกเป็นส่วนเล็กๆมีขนาด dS เวกเตอร์ผิว $d\vec{S}$ มีสมบัติ ดังนี้

1. มีขนาดเท่ากับพื้นที่เล็กๆ dS นั้น จึงมีหน่วยเป็นตารางเมตร
2. มีทิศตั้งฉากกับผิว ณ จุดนั้น ดังนั้นพื้นที่หนึ่งจึงมีสองผิวมีทิศตรงข้ามกัน

ให้ $\hat{n}$ เป็นเวกเตอร์หน่วยมีทิศตั้งฉากกับผิว จะเขียนเวกเตอร์ผิวได้เป็น

$$d\vec{S} = dS\,\hat{n}$$

1.2.6 ผิวเปิด และผิวปิด

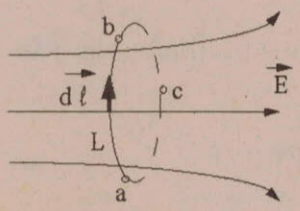
ก. ผิวเปิดคือผิวที่มีขอบ เส้นวงปิดทำให้เกิดผิวเปิดที่มีวงปิดนั้นเป็นขอบของผิว รูป 1.5 แสดงผิวเปิดที่มี เส้นวงปิด L ล้อมรอบ ผิวเปิดอาจเป็นระนาบ เช่นผิวแผ่นกระดาษ ซึ่งกระดาษแผ่นหนึ่งมีผิวอยู่สองผิว ผิวเปิดอาจไม่เป็นระนาบก็ได้ เช่นผิวครึ่งทรงกลมก็เป็นผิวเปิดที่มีขอบเป็นวงกลม

ข. ผิวปิด คือผิวที่ไม่มีขอบ ผิวทรงกลม หรือผิวลูกบาศก์เป็นผิวปิด ผิวปิดจะกั้นปริมาตรออกเป็นสองส่วนคือปริมาตรภายในและปริมาตรภายนอก ไม่สามารถออกจากปริมาตรภายในไปสู่ปริมาตรภายนอกได้โดยไม่ผ่านทะลุผิว ซึ่งผิวเปิดไม่มีลักษณะดังกล่าว

1.2.7 อินทิกรัลเชิงเส้น - งานของสนามเวกเตอร์

คำว่า เส้น หมายถึงเส้นทางตามส่วนโค้งในปริภูมิ

สมมติมีสนามเวกเตอร์ $\vec{E}$ และมีเส้นทาง L อยู่ในบริเวณนั้น ดังรูป 1.5



รูป 1.5 วงปิด L ในสนาม $\vec{E}$

กรณีที่สนาม ณ ตำแหน่งต่างๆบนเส้นทางเดิน L มีค่าไม่คงตัว แบ่งเส้นทางเดินออกเป็นส่วนเล็กๆ $d\vec{\ell}$ สมมติที่ตำแหน่งนั้นสนาม $\vec{E}$ ทำมุม θ กับ $d\vec{\ell}$

อินทิกรัลเชิงเส้นของสนาม $\vec{E}$ ในระยะทาง $d\vec{\ell}$ มีค่า $\vec{E}\cdot d\vec{\ell} = Ed\ell\cos\theta$

ถ้าสนามเวกเตอร์นั้นเป็นสนามแรง อินทิกรัลเชิงเส้นก็คืองานของสนามนั่นเอง นั่นคือ งานของสนาม $\vec{E}$ ในระยะทาง $d\vec{\ell}$ มีค่า

$$dW = \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = E\cos\theta d\ell$$

งานของสนาม ตามเส้นโค้ง L ตั้งแต่ a ถึง b คือ

$$W = \int_L \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \int_a^b E\cos\theta d\ell$$

ถ้าการอินทิเกรตนั้นกระทำตลอด วงปิด abca จะเขียนเครื่องหมายอินทิกรัล ดังนี้

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

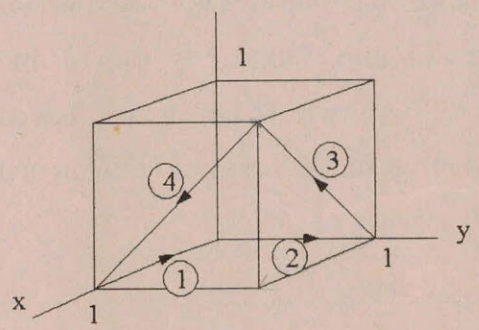
อินทิกรัลตลอดวงปิดนี้เรียกว่า การหมุนเวียน (circulation) ของสนาม $\vec{E}$ รอบวงปิด L

กรณีพิเศษ ถ้าอินทิกรัลของสนามรอบวงปิดเป็นศูนย์ หรือ

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = 0$$

สนามนั้นเรียกว่า **สนามอนุรักษ์** (conservative field)

ตัวอย่าง 1.5 จงหาการหมุนเวียนของสนาม $\vec{F} = x^2\hat{i} - xz\hat{j} - y^2\hat{k}$ ตลอดวงปิด 1-2-3-4



วิธีทำ การหมุนเวียนของสนาม $\vec{F}$ รอบวงปิด L คือ $\oint_L \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$

แบ่งอินทิเกรตแต่ละเส้นทาง ดังนี้

เส้นทางที่ 1 y=0=z $\Rightarrow$ $\vec{F} = x^2\hat{i}$, $d\vec{\ell} = dx\hat{i}$

$$\int_1 \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_1^0 x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_1^0 = -\frac{1}{3}$$

ศูนย์บรรณสารและสื่อการศึกษา
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

เส้นทางที่ 2 $x=0=z \Rightarrow \vec{F} = -y^2\hat{k}, \quad d\vec{\ell} = dy\hat{j} \Rightarrow \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = 0$

$$\int_2 \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = 0$$

เส้นทางที่ 3 $y=1 \Rightarrow \vec{F} = x^2\hat{i} - xz\hat{j} - \hat{k}, \quad d\vec{\ell} = dx\hat{i} + dz\hat{k}$

$$\int_3 \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int (x^2 dx - dz)$$

บนเส้นทางนี้ $x=z$ ดังนั้น $dx=dz$

$$\int_3 \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_0^1 (x^2 - 1)dx = \left(\frac{x^3}{3} - x\right)\Big|_0^1 = -\frac{2}{3}$$

เส้นทางที่ 4 $x=1 \Rightarrow \vec{F} = \hat{i} - z\hat{j} - y^2\hat{k}, \quad d\vec{\ell} = dy\hat{j} + dz\hat{k}$

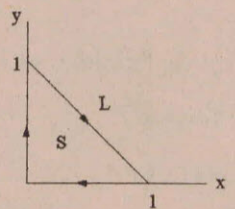
$$\int_4 \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int (-z dy - y^2 dz)$$

บนเส้นทางนี้ $z=y$ ดังนั้น $dz=dy$

$$\int_4 \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_1^0 (-y - y^2)dy = \left(-\frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3}\right)\Big|_1^0 = \frac{5}{6}$$

รวมอินทิกรัลตลอดเส้นทางปิด $\oint_L \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{1}{3} + 0 - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = -\frac{1}{6}$ ตอบ

แบบฝึกหัด 1.5 จงหา การหมุนเวียนของสนาม $\vec{B} = x^2y\hat{i} + xy^2\hat{j}$ รอบวง L ดังรูป

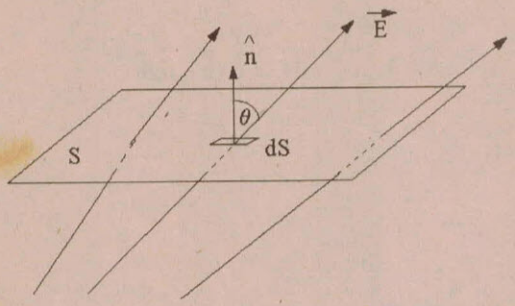


ตอบ ศูนย์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.2.8 อินทิกรัลเชิงผิว ของสนามเวกเตอร์ (ฟลักซ์ของสนามเวกเตอร์)

ให้สนาม $\vec{E}$ มีค่าต่อเนื่องกันในปริภูมิ ผ่านพื้นที่ผิว S ดังรูป



รูป 1.6 พื้นที่ S วางในสนาม $\vec{E}$

ปริมาณของสนาม $\vec{E}$ ที่ผ่านพื้นที่เรียกว่า ฟลักซ์ของสนาม ใช้สัญลักษณ์ Φ_E
ถ้าสนามที่แต่ละตำแหน่งบนพื้นที่ผิวมีค่าไม่คงตัวจะหาฟลักซ์ของสนามได้โดยแบ่งพื้นที่ออกเป็นส่วนเล็กๆ $d\vec{S}$ สมมติสนาม $\vec{E}$ ที่ตำแหน่งนั้นทำมุม θ กับ $d\vec{S}$

ฟลักซ์ ของสนาม $\vec{E}$ ที่ผ่านพื้นที่ $d\vec{S}$ มีค่า $d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S}$

ฟลักซ์ที่ผ่านพื้นที่ S มีค่า

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

พิจารณา ผลคูณ $\vec{E} \cdot d\vec{S} = E\cos\theta dS$ จะเห็นว่า สมบัติของผลคูณนี้คือ

1. เป็นปริมาณสเกลาร์
2. เป็นบวกเมื่อ $\vec{E}$ และ $d\vec{S}$ ทำมุมต่อกันไม่เกิน 90°
   นั่นคือเป็นบวกเมื่อสนามมีทิศชี้ออกจากผิว
3. เป็นลบ เมื่อ $\vec{E}$ และ $d\vec{S}$ ทำมุมต่อกันเกิน 90°
   นั่นคือเป็นลบเมื่อสนามมีทิศชี้เข้าหาจากผิว
4. เป็นศูนย์ เมื่อ $\vec{E}$ และ $d\vec{S}$ ตั้งฉากกัน นั่นคือเป็นศูนย์เมื่อสนามขนานกับพื้นที่ผิว

ฟลักซ์ของสนามเวกเตอร์อาจทะลุผ่านได้ทั้งผิวปิดและผิวเปิด
กรณีพิเศษ เมื่อฟลักซ์ผ่านผิวปิด จะใช้พื้นที่ผิว นอกเสมอ คือให้เวกเตอร์ $d\vec{S}$ ให้มีทิศตั้งฉาก และชี้ออกจากผิวนอก

อินทิกรัลตลอดผิวปิดเขียนเครื่องหมาย ดังนี้

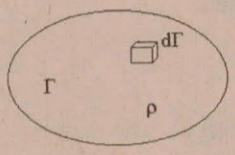
$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

1.2.9 อินทิกรัลเชิงปริมาตร

ถ้ามีปริมาณสเกลาร์ ρ ในปริมาตร Γ

อินทิกรัลเชิงปริมาตรของ ρ ตลอดปริมาตร Γ คือ $\int_\Gamma \rho \, d\Gamma$

ตัวอย่าง สมมติมีประจุไฟฟ้ากระจายอยู่ในปริมาตร Γ
มีความหนาแน่นประจุ ρ คูลอมบ์/ลูกบาศก์เมตร



รูป 1.7 ประจุไฟฟ้า ความหนาแน่นประจุ ρ อยู่ในปริมาตร Γ

ถ้าความหนาแน่นของประจุในส่วนต่างๆไม่เท่ากัน จะหาประจุรวมได้โดยแบ่งปริมาตรเป็นส่วนเล็กๆ $d\Gamma$ ประจุในปริมาตร $d\Gamma$ มีค่า $dQ = \rho \, d\Gamma$
หาประจุทั้งหมดโดยอินทิเกรตตลอดปริมาตร คือ

ประจุรวม $Q = \int_\Gamma \rho \, d\Gamma$ คูลอมบ์

1.2.10 ทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์(Divergence Theorem)

สมมติบริเวณหนึ่งมีสนามเวกเตอร์ $\vec{E}$ ถ้าเขียนผิวปิด S ล้อมรอบปริมาตร Γ ในบริเวณนั้น ทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์กล่าวว่า

ฟลักซ์ของสนามที่ผ่านพื้นที่ผิวปิด S ใดๆจะเท่ากับอินทิกรัลของไดเวอร์เจนซ์ของสนามนั้นตลอดปริมาตร Γ ที่ล้อมรอบโดยผิวปิดนั้น

เขียนในรูปสมการคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

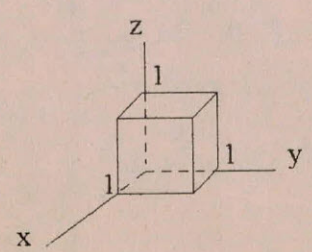
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_\Gamma \left(\nabla\cdot\vec{E}\right) d\Gamma$$

ไดเวอร์เจนซ์ของสนามเวกเตอร์จึงมองได้ว่าเป็นขอบเขตบอกความแรงต่อหน่วยปริมาตรของแหล่งกำเนิดสนาม (source density) ไดเวอร์เจนซ์มีค่าเป็นบวก ณ จุดที่สนามออก (source point) และมีค่าเป็นลบที่ตำแหน่งซึ่งสนามเข้าสู่ (sink point) ไดเวอร์เจนซ์เป็นศูนย์เมื่อจุดนั้นไม่เป็นทั้ง source หรือ sink

ตัวอย่าง 1.6 ให้สนาม $\vec{A} = x^2\hat{i} + xy\hat{j} + yz\hat{k}$ จงหา

ก. $\oint_S \vec{A}\cdot d\vec{S}$ ข. $\int_\Gamma \left(\nabla\cdot\vec{A}\right)\cdot d\Gamma$

เมื่อ S เป็นพื้นที่ผิวลูกบาศก์ล้อมรอบปริมาตร Γ ดังรูป



ค. ผลที่ได้จาก ก. และ ข. เป็นไปตามทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์หรือไม่

<u>วิธีทำ</u>

ก. ฟลักซ์รวมตลอดผิวปิดเท่ากับผลบวกของฟลักซ์ที่ผ่านแต่ละด้าน

$$\oint_S \vec{A}\cdot d\vec{S} = \int_{front} \vec{A}\cdot d\vec{S} + \int_{back} \vec{A}\cdot d\vec{S} + \int_{left} \vec{A}\cdot d\vec{S} + \int_{right} \vec{A}\cdot d\vec{S} + \int_{top} \vec{A}\cdot d\vec{S} + \int_{bottom} \vec{A}\cdot d\vec{S}$$

1. ด้านหน้าระนาบ x=1, $d\vec{S} = dydz\hat{i}$

$$\int_{front} \vec{A}\cdot d\vec{S} = \int_0^1\int_0^1 dydz = 1$$

2. ด้านหลังระนาบ x=0, $d\vec{S} = -dydz\hat{i}$

$$\int_{back} \vec{A}\cdot d\vec{S} = 0$$

3. ด้านซ้ายระนาบ y=0, $d\vec{S} = -dxdz\hat{j}$

$$\int_{left} \vec{A}\cdot d\vec{S} = 0$$

4. ด้านขวาระนาบ y=1, $d\vec{S} = dxdz\hat{j}$

$$\int_{right} \vec{A}\cdot d\vec{S} = \int_0^1\int_0^1 xdxdz = \frac{1}{2}$$

5. ด้านบนระนาบ z=1, $d\vec{S} = dxdy\hat{k}$

$$\int_{top} \vec{A}\cdot d\vec{S} = \int_0^1\int_0^1 ydxdy = \frac{1}{2}$$

6. ด้านล่างระนาบ z=0, $d\vec{S} = -dxdy\hat{k}$

$$\int_{bottom} \vec{A}\cdot d\vec{S} = 0$$

รวมทุกด้าน $\oint_S \vec{A}\cdot d\vec{S} = 1+0+0+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+0 = 2$ <u>ตอบ</u>

ข. $$\nabla\cdot\vec{A}=\frac{\partial x^2}{\partial x}+\frac{\partial(xy)}{\partial y}+\frac{\partial(yz)}{\partial z}=2x+x+y$$

$d\Gamma = dxdydz$

$$\int_{\Gamma}(\nabla\cdot\vec{A})d\Gamma=\int_0^1\int_0^1\int_0^1(3x+y)dxdydz$$

$$=\int_0^1\int_0^1\int_0^1 3xdxdydz+\int_0^1\int_0^1\int_0^1 ydxdydz$$

$$=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2$$ ตอบ

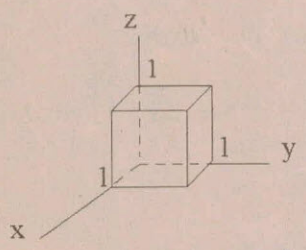
ค. คำตอบในข้อ ก. และ ข. เท่ากันเป็นไปตามทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์

แบบฝึกหัด 1.6 ให้ สนาม $\vec{F}=x^2\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$ จงหา

ก. $\oint_S \vec{F}\cdot d\vec{S}$ ตอบ 3

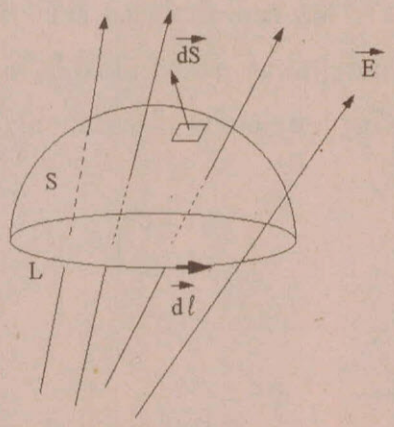
ข. $\int_{\Gamma}(\nabla\cdot\vec{F})d\Gamma$ ตอบ 3

เมื่อ S คือพื้นที่ผิวที่ล้อมรอบลูกบาศก์ปริมาตร Γ ประกอบด้วยระนาบ x=0, x=1, y=0, y=1, z=0, และ z=1 ดังรูป



1.2.11 ทฤษฎีบทของสโตค (STOKES'S THEOREM)

เมื่อมีวงปิด L ล้อมรอบผิวเปิด S ในสนาม $\vec{E}$ ทฤษฎีของสโตคกล่าวว่า การหมุนเวียน (circulation) ของสนาม $\vec{E}$ รอบวงปิด มีค่าเท่ากับอินทิกรัลของเคิลของสนามตลอดผิวที่ล้อมรอบโดยวงปิดนั้น



รูป 1.9 วงปิด L ล้อมรอบผิว S ในสนาม $\vec{E}$

เขียนทฤษฎีบทของสโตคในรูปสมการคณิตศาสตร์ ได้ ดังนี้

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \int (\nabla\times\vec{E})\cdot d\vec{S}$$

กรณีพิเศษ เมื่อ สนาม $\vec{E}$ เป็นสนามอนุรักษ์

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla\times\vec{E} = 0$$

อาจเขียนสนาม $\vec{E}$ ในรูปเกรเดียนต์ของฟังก์ชันสเกลาร์ได้ เช่น

$$\vec{E} = -\nabla V$$

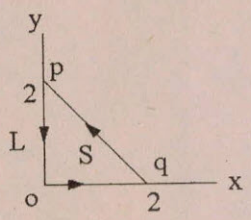
เมื่อ V คือฟังก์ชันสเกลาร์ เพราะเคิลของเกรเดียนต์ของฟังก์ชันสเกลาร์ใดๆเป็นศูนย์เสมอ พิสูจน์ได้ในแบบฝึกหัดท้ายบท ข้อ 1.2

ตัวอย่าง 1.7 สนามเวกเตอร์ $\vec{A} = (2x^2 + y^2)\hat{i} + (xy - y^2)\hat{j}$

ก. จงหาการหมุนเวียน $\oint \vec{A} \cdot d\vec{\ell}$ รอบวงสามเหลี่ยม ดังรูป

ข. จงหา $\oint (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{S}$ ตลอดพื้นที่สามเหลี่ยม
แสดงว่าทฤษฎีบทของสโตคเป็นจริงหรือไม่

ค. อาจเขียน $\vec{A}$ ในรูปเกรเดียนต์ของฟังก์ชันสเกลาร์ได้หรือไม่



วิธีทำ

ก. $$\oint_L \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = \int_{p\to o} \vec{A} \cdot d\vec{\ell} + \int_{o\to q} \vec{A} \cdot d\vec{\ell} + \int_{q\to p} \vec{A} \cdot d\vec{\ell}$$

เส้นทาง p-o , สมการ เส้นคือ x=0 $\qquad d\vec{\ell} = dy\hat{j}$

$$\int_{p\to o} \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = \int (xy - y^2)dy = -\int_2^0 y^2 dy = -\frac{y^3}{3}\Big|_2^0 = \frac{8}{3}$$

เส้นทาง o-q , สมการ เส้นคือ y=0 $\qquad d\vec{\ell} = dx\hat{i}$

$$\int_{o\to q} \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = \int (2x^2 + y^2)dx = 2\int_2^0 x^2 dx = 2\frac{x^3}{3}\Big|_0^2 = \frac{16}{3}$$

เส้นทาง q -p , สมการ เส้นคือ y=2-x $\quad d\vec{\ell} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$

$$\int_{q\to p} \vec{A}\cdot d\vec{\ell} = \int(2x^2+y^2)dx + \int(xy-y^2)dy$$

$$= \int[2x^2+(2-x)^2]dx + \int[(2-y)y-y^2]dy$$

$$= \int_2^0 (3x^2-4x+4)dx + \int_0^2 (2y-2y^2)dy$$

$$= \left(\frac{3x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}+4x\right)\Big|_2^0 + \left(\frac{2y^2}{2}-\frac{2y^3}{3}\right)\Big|_0^2$$

$$= -(8-8+8)+\left(4-\frac{16}{3}\right) = -\frac{28}{3}$$

$$\oint_L \vec{A}\cdot d\vec{\ell} = \frac{8}{3}+\frac{16}{3}-\frac{28}{3} = -\frac{4}{3}$$ ตอบ

ข.

$$\nabla\times\vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ (2x^2+y^2) & (xy-y^2) & 0 \end{vmatrix} = -y\hat{k}$$

$d\vec{S} = dxdy\hat{k}$

$$\int_S (\nabla\times\vec{A})\cdot d\vec{S} = -\iint y\,dy\,dx = -\int_{x=0}^{2}\left(\int_0^{2-x} y\,dy\right)dx = -\int_{x=0}^{2}\left(\frac{y^2}{2}\Big|_0^{2-x}\right)dx = -\frac{1}{2}\int_0^2 (2-x)^2\,dx$$

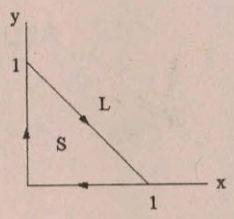
$$= \frac{1}{2}\frac{(2-x)^3}{3}\Big|_0^2 = \frac{1}{6}(0-8) = -\frac{4}{3}$$ ตอบ

คำตอบข้อ ก. และข.เท่ากัน ตามทฤษฎีบทของสโตค ตอบ

ค. จาก ก. $\oint_L \vec{A}\cdot d\vec{\ell} \neq 0$ และ จาก ข. $\nabla\times\vec{A} \neq 0$

ดังนั้น $\vec{A}$ ไม่ใช่สนามอนุรักษ์ เขียนเป็นเกรเดียนต์ของฟังก์ชันสเกลาร์ไม่ได้ ตอบ

แบบฝึกหัด 1.7 ในแบบฝึกหัด 1.5 ได้หาการหมุนเวียนของสนาม $\vec{B} = x^2y\hat{i} + xy^2\hat{j}$ รอบวง L ดังรูป มีค่าเป็นศูนย์ไว้แล้ว จงใช้ทฤษฎีบทของสโตคยืนยันคำตอบ นั้น และบอกด้วยว่าสนาม นี้เป็นสนามอนุรักษ์หรือไม่



แบบฝึกหัดบทที่ 1

1.1 อุณหภูมิในห้องประชุมแห่งหนึ่ง มีค่าแปรตามตำแหน่ง ตามสมการ

$$T = x^2 + y^2 - z$$

ยุงตัวหนึ่งอยู่ที่ตำแหน่ง (1,1,2) ต้องการบินไปในทิศที่อุ่นกว่าให้เร็วที่สุด จะต้องบินไปทางทิศไหน

ตอบ $2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

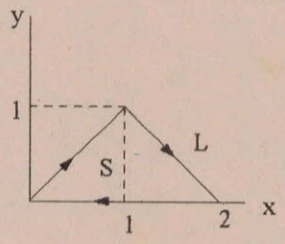
1.2 สำหรับสนามสเกลาร์ V ใดๆ จงแสดงว่า $\nabla \times \nabla V = 0$

นั่นคือ เคิลของเกรเดียนต์ของสนามสเกลาร์ใดๆมีค่าเป็นศูนย์เสมอ

1.3 สนาม $\vec{F} = x^2 y\hat{i} - y\hat{j}$ จงหา

ก. $\oint_L \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$ ข. $\int_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot d\vec{S}$

เมื่อเส้นทาง L ล้อมรอบพื้นที่ผิว S ดังรูป



1.4 จงแสดงว่าสนาม $\vec{B} = (y + z\cos xz)\hat{i} + +x\hat{j} + x\cos xz\hat{k}$

เป็นสนามอนุรักษ์โดยไม่ต้องอินทิเกรต

บทที่ 2
สนามไฟฟ้าสถิต

2.1 ประจุไฟฟ้า

ได้มีการค้นพบอำนาจทางไฟฟ้าของวัตถุมาเป็นเวลานานแล้ว วัตถุที่มีอำนาจทางไฟฟ้านั้น เรียกว่าเป็นวัตถุที่มีประจุไฟฟ้า จะไม่กล่าวถึงการค้นพบในที่นี้ แต่จะกล่าวถึงสิ่งสำคัญที่ทราบในปัจจุบัน คือ ประจุไฟฟ้านั้นมิได้มีค่าต่อเนื่องกันเป็นเท่าใดก็ได้ แต่มีค่าเป็นจำนวนเท่าของประจุอิเล็กตรอน ประจุไฟฟ้าของอิเล็กตรอน มีค่า

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \quad \text{คูลอมบ์}$$

สมมติอนุภาคหนึ่งมีประจุ q คูลอมบ์ ค่า q นี้จะเป็นจำนวนเท่าของ e เท่านั้น คือ

$$q = ne \qquad \text{เมื่อ} \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots$$

ปริมาณที่มีค่าไม่ต่อเนื่องเช่นนี้เรียกว่าเป็นปริมาณที่ควันไตซ์

ประจุไฟฟ้าเป็นปริมาณ ควันไตซ์

ชนิดของประจุ

ประจุไฟฟ้า ที่เหมือนกับประจุของโปรตอน เรียกว่า ประจุบวก

ประจุไฟฟ้า ที่เหมือนกับประจุของอิเล็กตรอน เรียกว่า ประจุลบ

วัตถุที่มีสมบัติเป็นกลางทางไฟฟ้ามีประจุบวกเท่ากับประจุลบ ถ้าวัตถุมีประจุลบมากกว่าประจุบวกจะแสดงอำนาจไฟฟ้าลบ วัตถุที่มีประจุลบน้อยกว่าประจุบวกจะแสดงอำนาจไฟฟ้าบวก เราไม่อาจสร้างประจุไฟฟ้าขึ้นมาได้ และไม่อาจทำลายประจุไฟฟ้าได้ แต่ทำให้ประจุถ่ายเทย้ายที่ได้ สมบัติของประจุไฟฟ้าที่ไม่อาจสร้างขึ้นหรือทำลายได้นี้ เรียกว่า

ประจุไฟฟ้าเป็นปริมาณอนุรักษ์

จุดประจุ ตามปกติเมื่อประจุไฟฟ้ามีอยู่ในสิ่งใดประจุจะกระจายอยู่ในปริมาตรจำกัดปริมาตรหนึ่ง ปริมาตรที่มีประจุนั้นอาจมีขนาดตั้งแต่เล็กมากเท่าโปรตอน จนใหญ่มากขนาดดวงดาว แต่ถ้าประจุทั้งสองอยู่ห่างกันมาก จนเมื่อเปรียบเทียบขนาดของปริมาตรประจุ กับระยะห่างระหว่าง ปริมาตร ทั้งสองแล้วปรากฏว่ามีค่าน้อยมาก ก็อาจคิดว่าประจุนั้นมีขนาดเป็นจุดได้

การคิดว่าประจุมีขนาดเท่าจุดนั้นมีประโยชน์ คือนอกจากทำให้ไม่ต้องคำนึงถึงรูปร่างขนาด และการกระจายของประจุบนตัววัตถุแล้ว ยังทำให้สามารถแบ่งประจุในปริมาตรใหญ่ออกเป็นส่วนเล็กๆ แล้วคิดว่าส่วนเล็กๆนั้นเป็นจุดประจุ ใช้ในการคำนวณต่อไปได้

ถ้าประจุมีขนาด ซึ่งอาจกระจายอยู่ในปริมาตรหรือบนพื้นผิว หรือบนเส้นก็ได้ ในการคำนวณ จำเป็นต้องทราบความหนาแน่นของประจุในปริมาตร บนพื้นที่ และบนเส้นนั้น

ตัวอย่างเช่น ให้ ρ เป็นความหนาแน่นของประจุต่อหน่วยปริมาตร

การคำนวณเกี่ยวกับประจุทำโดยแบ่งปริมาตรออกเป็นส่วนเล็กๆ $d\Gamma$

ให้ประจุในปริมาตร $d\Gamma$ มีค่า dQ

$$dQ = \rho d\Gamma$$

ทำนองเดียวกัน ถ้าประจุกระจายอยู่บนพื้นผิว ให้ความหนาแน่นประจุเป็น σ ต่อหน่วยพื้นที่ เมื่อแบ่งพื้นที่ผิวออกเป็นส่วนเล็กๆขนาด dS มีประจุ dQ จะได้

$$dQ = \sigma dS$$

ถ้าประจุกระจายอยู่บนเส้น ให้ความหนาแน่นประจุเป็น λ ต่อหน่วยความยาว เมื่อแบ่งเส้นออกเป็นส่วนเล็กๆขนาด $d\ell$ มีประจุ dQ จะได้

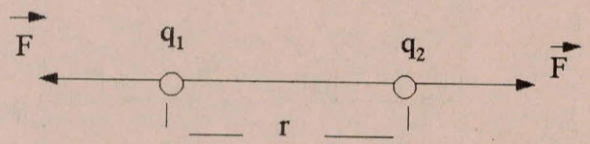
$$dQ = \lambda d\ell$$

แล้วคิดประจุ dQ นี้เป็นจุดประจุ

2.2 กฎของคูลอมบ์ เป็นกฎที่ได้จากการทดลองแสดงสมบัติของประจุไฟฟ้า 4 ข้อ คือ

1. ประจุชนิดเดียวกันผลักกัน ประจุต่างชนิดกันดึงดูดกัน
2. แรงกระทำระหว่างอนุภาคมีประจุสองอนุภาค อยู่ในแนวเส้นตรงที่ต่ออนุภาคทั้งสอง
3. ขนาดของแรงเป็นสัดส่วนโดยตรงกับขนาดประจุทั้งสอง
4. ขนาดของแรงเป็นสัดส่วนกลับกับกำลังสองของระยะทางระหว่างอนุภาคทั้งสอง

เมื่อเขียนกฎของคูลอมบ์เป็นสมการคณิตศาสตร์ จะได้แรงระหว่างจุดประจุสองจุดหรือ ระหว่างอนุภาคมีประจุสองอนุภาค เป็นดังนี้



รูป 2.1 แรงระหว่างสองจุดประจุ

สมมติอนุภาคมีประจุ q_1 และ q_2 อยู่ห่างกันเป็นระยะ r ดังรูป ประจุทั้งสองมีแรงกระทำต่อกัน แรงกระทำนั้นแปรตามขนาดของ ประจุทั้งสอง และแปรกลับ กับกำลังสองของ ระยะห่างระหว่างประจุ ดังสมการ

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\therefore F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

เมื่อ
- F คือขนาดของแรงเป็นนิวตันที่ประจุทั้งสองกระทำต่อกัน
- r คือระยะห่างระหว่างประจุ q_1 และประจุ q_2
- k เป็นค่าคงตัวของการแปร ซึ่งขึ้นกับตัวกลาง

ในสุญญากาศ $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}$

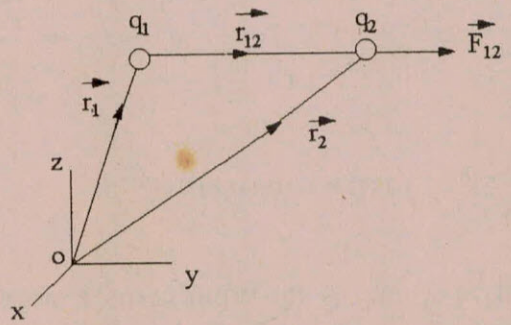
เมื่อ ε_0 เป็นค่าคงตัว เรียกว่า สภาพยอมของสุญญากาศ (permittivity of free space)

$\varepsilon_o = 8.85\times10^{-12}$ คูลอมบ์^{2} นิวตัน$^{-1}$ เมตร$^{-2}$ หรือ ฟารัด/เมตร

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9$ นิวตัน คูลอมบ์$^{-2}$ เมตร^2 หรือ เมตร/ฟารัด

เมื่อประจุ q_1 และ q_2 เป็นบวกทั้งคู่ หรือเป็นลบ ทั้งคู่ แรงกระทำต่อกันเป็นแรงผลัก และเมื่อประจุทั้งสองต่างชนิดกันแรงกระทำต่อกันเป็นแรงดูด

เพื่อให้ให้ได้ทิศทางที่ถูกต้อง อาจเขียนสมการของแรงกระทำระหว่างประจุ ในรูปเวกเตอร์ ดังนี้ สมมติอนุภาคมีประจุ q_1 อยู่ที่ตำแหน่ง $\vec{r}_1$และอนุภาคมีประจุ q_2 อยู่ที่ตำแหน่ง $\vec{r}_2$ ดังรูป



รูป 2.2 แรงคูลอมบ์ระหว่างจุดประจุ

จะเขียนกฎของคูลอมบ์ได้เป็น

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12} \qquad 2.1$$

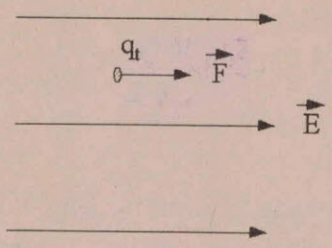
เมื่อ $\vec{F}_{12}$ เป็นแรงที่ประจุ q_1 กระทำกับประจุ q_2

$\hat{r}_{12}$ คือเวกเตอร์หน่วย มีทิศจากประจุ q_1 ไป ประจุ q_2

เวกเตอร์ $\vec{r}_{12}$ เป็นเวกเตอร์การกระจัดจากประจุ q_1 ไป q_2

แรงในสมการ 2.1 เป็นแรงระหว่างอนุภาคมีประจุคู่ใดๆเพียงคู่เดียว ในระบบที่มีอนุภาคมีประจุจำนวนมาก อาจใช้กฎของคูลอมบ์หาแรงที่อนุภาคหนึ่ง ถูก กระทำโดยอนุภาคอื่นๆ แล้วรวมแรงทุกแรงที่กระทำกับอนุภาคนั้นตามกฎการรวม เวกเตอร์

2.3 สนามไฟฟ้า



สมมตินำประจุทดสอบ q_t ไปวางที่จุดหนึ่งในบริเวณหนึ่งแล้วพบว่า มีแรงกระทำกับประจุนั้นมีค่า $\vec{F}$ กล่าวได้ว่า ที่จุดนั้นมีสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ ซึ่งกำหนดเป็นแรงต่อหน่วยประจุ ดังนี้

$$\vec{E} = \lim_{q_t \to 0} \frac{\vec{F}}{q_t} \qquad 2.2$$

หน่วยของสนามไฟฟ้า ในระบบ SI เป็นนิวตันต่อคูลอมบ์ N/C

ประจุ ทดสอบ q_t ที่นำไปวางนี้ ต้องมีค่าน้อยมากจนไม่กระทบกระเทือน สนามเดิม ตัวอย่างเช่น ที่ตำแหน่งหนึ่งวัตถุซึ่งมีประจุไฟฟ้า Q วางอยู่ บริเวณโดยรอบวัตถุนั้นจะมีสนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุ Q ถ้านำประจุทดสอบ q_t เข้าไปวางใกล้ๆ จะเกิดการเหนี่ยวนำขึ้นระหว่างประจุทั้งสอง ทำให้สนามในบริเวณนั้น เปลี่ยนไปจากเดิม เพื่อไม่ให้สนามเปลี่ยนแปลง ประจุ q_t จึงต้องมีขนาดน้อยมาก

การสมมติให้มีประจุทดสอบขึ้นมานี้เพื่อให้สามารถคำนวนหาค่าสนาม ในความเป็นจริง ไม่ว่าจะมีประจุทดสอบหรือไม่ สนามไฟฟ้า ณบริเวณใด ถ้ามีอยู่ก็จะมีอยู่

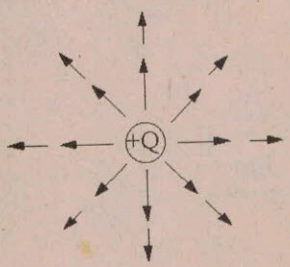
2.3.1 สนามไฟฟ้าเนื่องจากจุดประจุ

สมมติมีจุดประจุ Q อยู่อย่างโดดเดี่ยว บริเวณรอบจุดประจุนั้นเป็นสนามไฟฟ้าของประจุ Q เพราะถ้านำประจุทดสอบมาวางที่ตำแหน่งใดๆในบริเวณนั้น จะมีแรงกระทำเกิดขึ้น แรงต่อหน่วยประจุ คือสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งนั้น

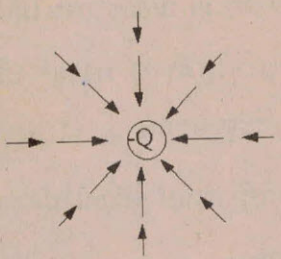
ตั้งแกนอ้างอิงให้จุดกำเนิดอยู่ที่จุดประจุ จะหาสนามที่จุด P ที่ตำแหน่ง $\vec{r}$ ใดๆได้จาก กฎของคูลอมบ์

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \qquad 2.3$$

ขนาดของสนามแปรตามขนาดประจุ และแปรกลับกับกำลังสองของระยะห่าง ทิศของสนามอยู่ในแนวรัศมี ชี้ออกจากจุดประจุถ้าประจุเป็นบวก และมีทิศชี้เข้าสู่จุดประจุถ้าประจุเป็นลบ เขียนเส้นเวกเตอร์แทนสนามจากจุดประจุได้ ดังรูป



รูป 2.4 สนามไฟฟ้ารอบประจุบวกอิสระ



รูป 2.5 สนามไฟฟ้ารอบประจุลบอิสระ

เมื่อประจุไฟฟ้าหลายประจุอยู่ใกล้กัน สนามไฟฟ้าจากแต่ละจะมีอิทธิพลต่อกันได้สนามรวมที่แต่ละตำแหน่งโดยรวมกันตามเวกเตอร์

2.3.2 เส้นสนามไฟฟ้า

จากการเขียนเวกเตอร์สนามไฟฟ้าข้างต้น จะเห็นว่า อาจมองสนามไฟฟ้าเป็นเส้นได้ เส้นเหล่านี้ฟาราเดย์ตั้งชื่อว่าเส้นแรงไฟฟ้า ปัจจุบันเรียกว่าเส้นสนามไฟฟ้า ความสัมพันธ์ของเส้นสนามกับเวกเตอร์สนามเป็นดังนี้

1. ทิศของเวกเตอร์สนามที่จุดใดๆอยู่ในแนวเส้นสัมผัสของเส้นสนามที่จุดนั้น

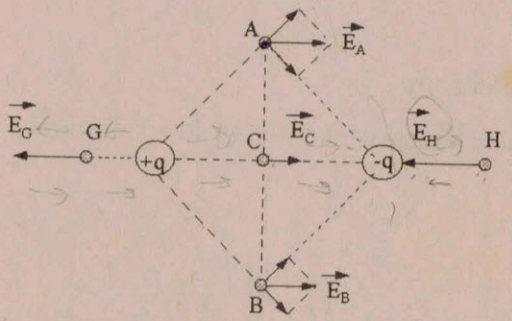
2. ความหนาแน่นของเส้นสนามต่อหน่วยพื้นที่ในระนาบตั้งฉากกับเส้นบอกขนาดของสนาม ณ ตำแหน่งนั้น หมายความว่าบริเวณที่เส้นสนามอยู่ชิดกันมากจะมีค่าขนาดของสนามมากกว่าบริเวณที่เส้นสนามอยู่ห่างกัน

ตัวอย่าง 2.1 จงสเกตช์สนามของสองจุดประจุขนาดเท่ากัน

ก.ต่างชนิดกัน ข. ชนิดเดียวกัน

วิธีคิด

ก. สมมติประจุ +q และ -q วางห่างกัน ดังรูป



การหาเส้นสนามที่จุดใด ให้คิดว่าถ้านำประจุ +1 ไปวาง ณ จุดนั้น จะมีแรงกระทำจากประจุทั้งสองรวมแล้วไปทางใด ทิศของแรงนั้นคือเส้นสัมผัสของเส้นสนาม ณ จุดนั้น

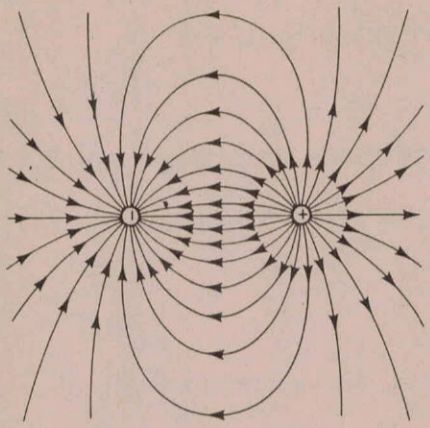
ตามรูป ถ้า นำ +1 หน่วยประจุวางที่ A จะได้รับแรงผลักจาก +q ไปในแนวต่อจากจุดประจุ +q กับจุด A และได้รับแรงดูดจาก -q ในทิศจาก A ไปยังประจุ -q แรงทั้งสองมีขนาดเท่ากัน เมื่อรวมสองแรงเข้าด้วยกันตามเวกเตอร์ จะได้แรงรวมมีทิศขนานกับแนวต่อประจุทั้งสอง สนามที่ A จึงมีทิศขนานกับเส้นต่อประจุ ทำนองเดียวกัน สนามที่จุด B

สนามที่ C ถูกผลักจาก +q และถูกดูดจาก -q แรงทั้งสองอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันทิศเดียวกันแรงรวมจึงมีทิศชี้ตรงจาก +q ไป -q

สนามที่ G ถูกผลักจาก +q และถูกดูดจาก -q แรงทั้งสองอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ทิศตรงข้าม แต่แรงผลักมีมากกว่าแรงดูด เพราะ G ใกล้ประจุบวกมากกว่าประจุลบ เมื่อรวมแล้วสนามรวมจึงชี้ออก

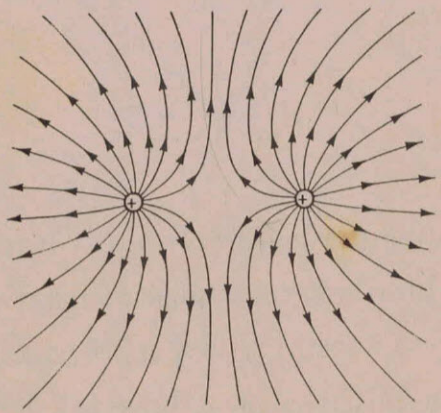
จุด H อยู่ใกล้ประจุลบมากกว่าประจุบวก สนามที่ H จึงมีทิศเข้าสู่ประจุลบ

ถ้าหาสนามตลอดบริเวณ จะได้ทิศของสนามต่อเนื่องกัน เป็นเส้นสนาม ออกจากประจุบวก เข้าสู่ประจุลบ มีลักษณะ ดังรูป

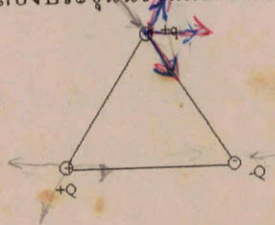


ข. สนามจากประจุชนิดเดียวกัน

โดยวิธีคิดเช่นเดียวกันจะได้เส้นสนามของประจุชนิดเดียวกันผลักกัน ดังรูป



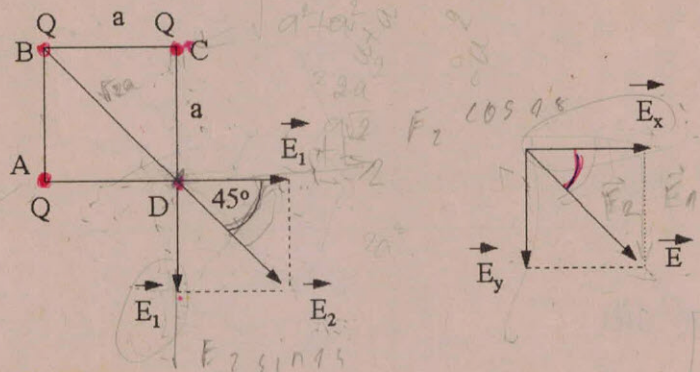
แบบฝึกหัด 2.1 จงสเกตช์สนามเนื่องจากสามจุดประจุ +q ,+Q, +Q วางที่มุมของสามเหลี่ยมด้านเท่า ดังรูป และจากสนามดังกล่าว จงบอกว่าแรงที่ประจุ +q ถูกกระทำจากอีกสองประจุนั้นรวมแล้วมีทิศไปทางใด



ตอบ ไปทางขวาของรูป

ตัวอย่างที่ 2.2 สี่เหลี่ยมจตุรัส ยาวด้านละ a มีประจุ + Q วางอยู่ที่มุมสามมุม จงหาสนามไฟฟ้าที่มุมที่สี่

วิธีทำ



ให้ประจุ Q อยู่ที่มุม A, B, และ C ต้องการหาสนามที่ D

สนามที่ D เนื่องจากประจุ ที่ A และ C มีขนาดเท่ากันให้เท่ากับ E_1

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a^2}$$

ให้สนามที่ D เนื่องจากประจุที่ B เป็น E_2

$$E_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(2a^2)}$$

แยกสนาม E_2 ออกไปในแนว AD ให้เป็นแกน x และในแนว CD ให้เป็นแกน y

สนามรวมในแกน x ให้เป็น E_x สนามรวมในแกน y ให้เป็น E_y

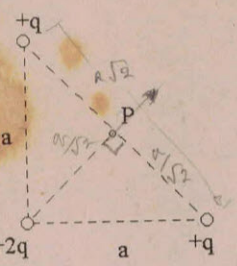
จะได้ $E_x = E_1 + E_2\cos(45°) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

$E_y = E_1 + E_2\sin(45°) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\sqrt{2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)$

$E = \frac{1.914Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$ มีทิศอยู่ในแนวเส้นทะแยงมุมสี่เหลี่ยมจตุรัสเดิมในแนว $\vec{E}_2$ ตอบ

แบบฝึกหัด 2.2 จงหาสนามไฟฟ้าที่จุดP ทั้งขนาดและทิศ



ตอบ $E = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}$ ชี้ออกไปตามแนวเส้นแบ่งครึ่งด้านบน

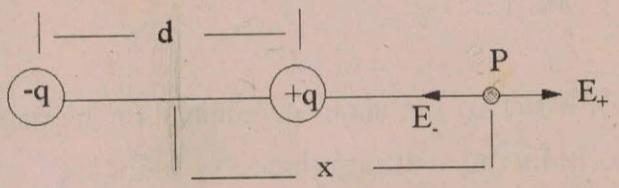
2.3.3 สนามไฟฟ้าของขั้วคู่ไฟฟ้า

ขั้วคู่ไฟฟ้า (an electric dipole)คือ ประจุไฟฟ้าต่างชนิดกันขนาดเท่ากันหนึ่งคู่ อยู่ห่างกันเป็นระยะสั้นมาก

ตามรูป ให้ประจุ +q และ -q ห่างกันเป็นระยะ d เป็นขั้วคู่ไฟฟ้า

แนวต่อประจุ เรียกว่าแกนของขั้วคู่

ให้ P เป็นจุดในแนวแกนห่างจากกึ่งกลางขั้วคู่เป็นระยะ x จะหาสนามไฟฟ้าที่จุด P



สนามที่ P เนื่องจากขั้วบวก $$E_+ = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(x-\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2\left(1-\frac{d}{2x}\right)^2}$$

สนามที่ P เนื่องจากขั้วลบ $$E_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(x+\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2\left(1+\frac{d}{2x}\right)^2}$$

สนามรวม $$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\left[\left(1-\frac{d}{2x}\right)^{-2} - \left(1+\frac{d}{2x}\right)^{-2}\right]$$

ตามปกติ เราสนใจสนามจากขั้วคู่ไฟฟ้าที่ระยะไกลจากกึ่งกลางขั้วคู่มากๆ คือที่ตำแหน่ง x>>d ที่ระยะไกลเช่นนั้น $\frac{d}{2x} << 1$ จึงกระจายเทอมในวงเล็บออกตามอนุกรมทวินาม(binomial) ได้

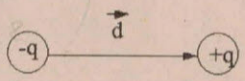
$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\left[\left(1+\frac{d}{x}+\cdots\right)-\left(1-\frac{d}{x}+\cdots\right)\right]$$

เพราะ x>>d จึงตัดเทอมกำลังสูงทิ้งได้ เหลือ

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\left[\left(1+\frac{d}{x}\right)-\left(1-\frac{d}{x}\right)\right] = \frac{qd}{2\pi\varepsilon_0 x^3}$$

ผลคูณของประจุกับระยะห่างระหว่างประจุ qd นี้ เรียกว่า โมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า (electric dipole moment) เป็นปริมาณเวกเตอร์ โดยกำหนด ดังนี้

ให้ระยะห่างระหว่างขั้วคู่เป็นเวกเตอร์มีทิศชี้จากขั้วลบไปขั้วบวก



โมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า $\vec{p} = q\vec{d}$ มีทิศชี้จากขั้วลบไปขั้วบวก

สนามจากขั้วคู่ไฟฟ้าจึงเขียนได้เป็น $E = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0 x^3}$

สนามที่คำนวณนี้เป็นสนามในแนวแกน แต่เมื่อคิดในแนวอื่นก็จะได้ค่าเท่ากัน ดังนั้นจึงเขียนสนามจากขั้วคู่ไฟฟ้าในเทอมของโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าได้ดังนี้

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}$$

เมื่อ r คือระยะห่างจากกึ่งกลางขั้วคู่

สนามจากขั้วคู่แปรกลับกับกำลังสามของระยะทางจากจุดกึ่งกลางของขั้วคู่ ดังนั้นสนามจากขั้วคู่จึงลดลงตามระยะทางอย่างรวดเร็วมากกว่าสนามจากประจุอิสระ ซึ่งก็น่าจะเป็นเช่นนั้น เพราะที่ระยะไกลๆ ขั้วคู่ก็เหมือนประจุเท่ากันต่างชนิดกันและอยู่ชิดกันจึงรวมกันเป็นศูนย์

2.3.4 สนามเนื่องจากประจุที่กระจายสม่ำเสมอเป็นเส้น

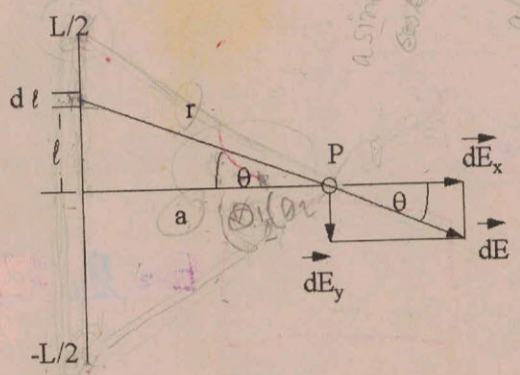
ทำได้โดยแบ่งเส้นออกเป็นส่วนสั้นๆ แล้วคิดว่าประจุในส่วนสั้นๆนั้นเป็นจุดประจุ

<u>ตัวอย่าง 2.3</u> ลวดเส้นหนึ่งยาว L เมตร มีประจุกระจายสม่ำเสมอตลอดเส้น ความหนาแน่นประจุ λ คูลอมบ์ / เมตร

ก. จงหาสนามไฟฟ้าที่จุด P ห่างกึ่งกลางลวดในแนวตั้งฉาก a เมตร

ข. ถ้าเส้นประจุนี้ยาวมาก สนามที่จุด P จะเป็นเท่าใด

วิธีทำ



ที่ตำแหน่งห่างจากกลางลวดเป็นระยะ ℓ แบ่งเส้นลวดเป็นระยะสั้น ๆ $d\ell$

ประจุบน $d\ell$ มีค่า dQ ซึ่ง $dQ = \lambda d\ell$

ให้ dE เป็นสนามที่จุด P เนื่องจาก ประจุ dQ

$$dE = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_{\circ} r^2} = \frac{\lambda d\ell}{4\pi\varepsilon_{\circ} r^2}$$

แตก dE ออกไปทางแกน x เป็น dE_x , ทางแกน y เป็น dE_y

สนามทางแกน y นั้นมีทั้งทางบวกและทางลบเท่าๆกัน เมื่อรวมสนามจากประจุตลอดเส้น dE_y จะหักล้างกันไปหมด เหลือเพียงสนามในแนวแกน x

$$dE_x = dE\cos\theta = \frac{\lambda \cos\theta \, d\ell}{4\pi\varepsilon_\circ r^2}$$

ทำค่า r , $d\ell$ ให้เป็นเทอมของมุม θ ได้ดังนี้

$$\ell = a\tan\theta \quad \Rightarrow d\ell = a\sec^2\theta \; d\theta, \qquad r = a\sec\theta$$

ดังนั้น

$$dE_x = \frac{\lambda\cos\theta a\sec^2\theta d\theta}{4\pi\varepsilon_0 a^2\sec^2\theta}$$

$$dE_X = \frac{\lambda\cos\theta\, d\theta}{4\pi\varepsilon_\circ a}$$

$$E_{รวม} = \int dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta\, d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_\circ a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

θ_2 คือ มุมเงยถึงปลายบน $\sin\theta_2 = \dfrac{L/2}{\sqrt{a^2 + \frac{L^2}{4}}}$

θ_1 คือ มุมก้มถึงปลายล่าง $\sin\theta_1 = \dfrac{-L/2}{\sqrt{a^2 + \frac{L^2}{4}}}$

$$\therefore\ E = \frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{a^2 + \frac{L^2}{4}}}$$

ตอบ

ข. เมื่อเส้นประจุยาวมาก จากคำตอบข้อ ก.เขียนสนามของเส้นประจุได้เป็น

$$E = \frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_\circ aL\left(\frac{a^2}{L^2} + \frac{1}{4}\right)^{1/2}}$$

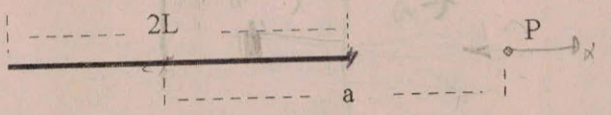
ถ้าลวดยาวมาก คือเมื่อ $L >> a$ ตัดค่า $\dfrac{a^2}{L^2}$ ทิ้งได้

สนามเนื่องจากประจุเป็นเส้นยาวมาก ที่ตำแหน่งห่างจากเส้นเป็นระยะ a มีค่า

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

ตอบ

แบบฝึกหัด 2.3 เส้นพลาสติกตรงยาว 2L เมตร มีประจุไฟฟ้ากระจายสม่ำเสมอ ความหนาแน่นประจุ λ คูลอมบ์/เมตร จงหาสนามไฟฟ้าที่จุด P อยู่ในแนวเส้นประจุ เลยปลายข้างหนึ่งออกไปข้างนอก ห่างกึ่งกลางเส้นเป็นระยะ a



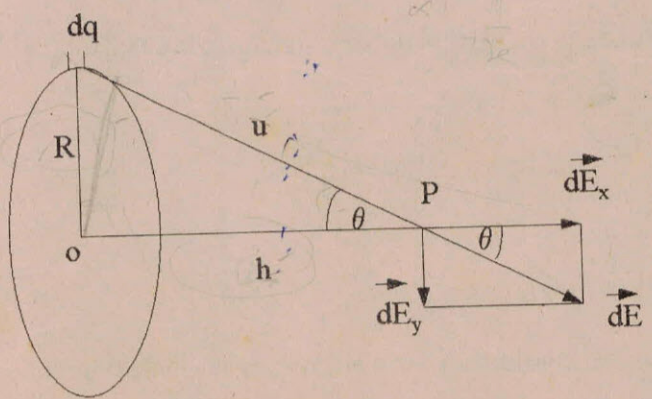
ตอบ $\dfrac{\lambda L}{2\pi\varepsilon_0\left(a^2-L^2\right)}$

ตัวอย่างที่ 2.4 จงหาสนามไฟฟ้าเนื่องจากเส้นประจุที่กระจายสม่ำเสมอเป็นวงกลม ณ ตำแหน่งบนแนวแกนตั้งฉากกับระนาบวงกลม

ให้ประจุ Q กระจายอย่างสม่ำเสมอเป็นวงกลมรัศมี R จงหาสนาม ที่จุดบนแนวแกนตั้งฉากกับระนาบวงกลม ห่างออกไปเป็นระยะ h

วิธีทำ

ให้ประจุ Q กระจายอย่างสม่ำเสมอเป็นวงกลมรัศมี R จะหาสนาม ที่จุดบนแนวแกนตั้งฉากกับระนาบวงกลม ห่างออกไปเป็นระยะ h



แบ่งวงกลมออกเป็นส่วนเล็กให้มีประจุ dq ห่างจาก P เป็นระยะ u

ให้ $d\vec{E}$ เป็นสนามที่ P เนื่องจากประจุ dq

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 u^2}$$

แตกสนาม $d\vec{E}$ ออกไปในแนวแกน X ได้ $dE_x = dE\cos\theta = \frac{dq\ h}{4\pi\varepsilon_0 u^3}$

แตกสนาม $d\vec{E}$ ออกไปในแนวแกน Y ได้ $dE_y = dE\sin\theta$

เมื่อรวมสนามจากประจุโดยรอบวงจะเห็นว่าสนามในแนวแกน Y จะหักล้างกันไปหมด เหลือแต่สนาม ในแกน X ดังนั้นสนามรวมจึงมีค่า

$$E = \int dE_x = \frac{h}{4\pi\varepsilon_0 u^3}\int dq = \frac{hQ}{4\pi\varepsilon_0 u^3}$$

$$= \frac{Qh}{4\pi\varepsilon_0\left(h^2+R^2\right)^{3/2}}$$ ตอบ

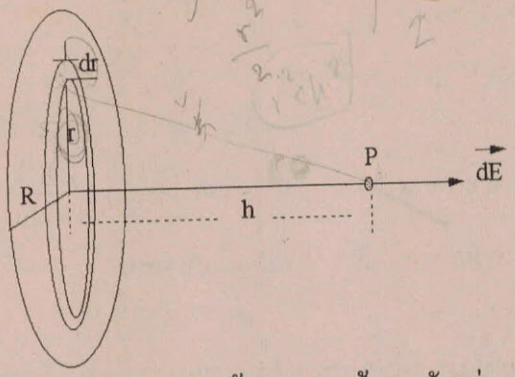
แบบฝึกหัด 2.4 จงหาสนามที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มีประจุ ตอบ ศูนย์

2.3.5 สนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุกระจายบนพื้นผิว

อาจแบ่งพื้นที่เป็นส่วนเล็กๆแล้วคิดประจุบนพื้นที่เล็กๆนั้นเป็นจุดประจุ หรือถ้าทราบสนามเนื่องจากเส้นประจุแล้ว อาจแบ่งพื้นที่เป็นเส้นบางๆแล้วรวมสนามจากแต่ละเส้นก็ได้

ตัวอย่าง 2.5 ประจุไฟฟ้ากระจายสม่ำเสมอบนแผ่นวงกลมรัศมี R มีความหนาแน่นประจุ σ คูลอมบ์/ตารางเมตร จงหาสนามไฟฟ้าที่ P บนแนวแกนตั้งฉากกับแผ่น ห่างออกไปเป็นระยะ h เมตร

วิธีทำ



เนื่องจากทราบค่าสนามจากประจุบนเส้นวงกลมแล้วจากตัวอย่าง 2.4 แล้วจึงแบ่งประจุออก

เป็นวงแหวนรัศมี r หนา dr ดังรูป

พื้นที่วงแหวน $dS = 2\pi r dr$

ประจุในวงแหวนมีค่า $dq = \sigma dS = \sigma 2\pi r dr$

ให้ dE เป็นสนามที่ P เนื่องจากประจุ dq นี้

จากตัวอย่าง 2.4 อาจเขียนค่าสนาม dE ได้เป็น $dE = \dfrac{h\,dq}{4\pi\varepsilon_0(r^2+h^2)^{3/2}}$

$$dE = \frac{2\pi\sigma\, h r dr}{4\pi\varepsilon_0\,(r^2+h^2)^{3/2}} = \frac{\sigma h\, d(r^2+h^2)}{4\varepsilon_0(r^2+h^2)^{3/2}} = \frac{\sigma h(r^2+h^2)^{-3/2}\, d(r^2+h^2)}{4\varepsilon_0}$$

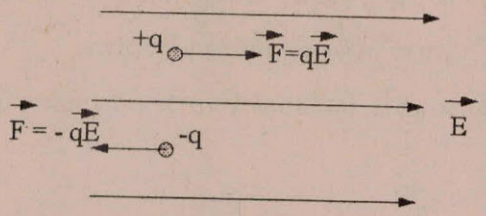
$$E = \frac{\sigma h}{4\varepsilon_0}\frac{(r^2+h^2)^{-1/2}}{-\frac{1}{2}}\Bigg|_0^R = -\frac{\sigma h}{2\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{(r^2+h^2)}}\Bigg|_0^R$$

$$E = \frac{\sigma h}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{h} - \frac{1}{\sqrt{(R^2+h^2)}}\right] \qquad \underline{\text{ตอบ}}$$

<u>แบบฝึกหัด 2.5</u> จากตัวอย่าง 2.5 ถ้าแผ่นประจุมีพื้นที่ขนาดใหญ่มาก สนามที่ P จะมีค่าเท่าใด

<u>ตอบ</u> $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ ไม่ขึ้นกับระยะห่างจากแผ่น

2.4 แรงกระทำกับประจุที่วางในสนามไฟฟ้า



สมมติบริเวณหนึ่งมีสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ ถ้านำอนุภาคมีประจุไฟฟ้า q ไปวางในสนามไฟฟ้านั้น จะเกิดแรงกระทำกับอนุภาคมีค่า

$$\vec{F} = q\vec{E} \qquad 2.4$$

ถ้าประจุที่นำไปวางเป็นประจุบวก แรงมีทิศไปทางเดียวกับสนาม ถ้าประจุเป็นลบแรงมีทิศตรงข้ามกับสนาม จากความรู้นี้มีการนำไปใช้ประโยชน์หลายอย่าง เป็นต้นว่า

ก. เครื่องกำจัดควัน

ควันประกอบด้วยอนุภาคเถ้ามีประจุลอยปะปนอยู่ในอากาศ เครื่องกำจัดควันจากปล่องโรงงานทำโดยสร้างสนามไฟฟ้าขึ้นภายในปล่อง เมื่อเปิดเครื่อง อนุภาคมีประจุได้รับแรงจากสนามจะตกลงภายในปล่องไม่ออกไปในอากาศ

ข. เครื่องพิมพ์ชนิดพ่นหมึก

ประกอบด้วยหน่วยพ่นหมึกให้เป็นหยดละอองเล็กๆ แล้วให้หยดหมึกผ่านเข้าไปในหน่วยให้ประจุ หยดหมึกจะมีประจุมากน้อยเป็นไปตามสัญญาณที่ส่งมาจากคอมพิวเตอร์ หยดหมึกที่มีประจุผ่านสนามไฟฟ้า ทำให้เบนไปจากแนวเดิมมากน้อยตามขนาดของประจุ ไปตกบนกระดาษที่ตำแหน่งต่างกัน อักษรตัวหนึ่งใช้หมึกประมาณร้อยหยด

ค. เครื่องสำเร็จของมิลลิแกน (The Millikan oil-drop apparatus)

เป็นเครื่องมือวัดค่าประจุมูลฐาน ประกอบด้วยถังปิด เมื่อพ่นละอองน้ำมันเข้าไปตอนบน หยดน้ำมันจะตกผ่านรูลงไปส่วนล่างซึ่งมีสนามไฟฟ้าที่ควบคุมได้โดยสวิชท์ปิดเปิด ถ้าหยดน้ำมันมีประจุลบ เมื่ออยู่ในสนามไฟฟ้า จะเคลื่อนขึ้นในแนวดิ่ง
โดยการวัดเวลาการเคลื่อนที่ของอนุภาค มิลลิแกนพบว่าประจุของหยดน้ำมันมีค่าเป็นจำนวนเท่าของค่าคงตัวค่าหนึ่ง

$$q = ne$$

แมื่อ $n = \pm 1, \pm 2 \ldots$ และได้ค่า $e = 1.6 \times 10^{-19}$ คูลอมบ์
e เป็นค่าคงตัว เรียกว่าประจุมูลฐาน

การทดลองของมิลลิแกนเป็นการยืนยันว่า ประจุไฟฟ้าเป็นปริมาณควันไทซ์ จากการทดลองนี้ มิลลิแกนได้รับรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์ในปี ค.ศ. 1923

ง.เครื่องแยกของแข็งด้วยสนามไฟฟ้า

ในเหมืองแร่ฟอสเฟตที่ฟลอริดา สหรัฐอเมริกา แร่ที่ได้ เป็นผงฟอสเฟตปนกับผงควอซ อนุภาคสองชนิดมีประจุไฟฟ้าสถิตต่างกัน การแยกสารทั้งสองทำโดยปล่อยให้ตกผ่านสนามไฟฟ้าในแนวราบ แรงที่อนุภาคแต่ละอย่างจะมีทิศตรงข้าม เมื่อตกลงมาได้ระยะหนึ่งก็จะแยกห่างออกจากกัน

แบบฝึกหัดที่ 2

2.1 อนุภาคมีประจุ วิ่งในแนวตั้งฉากกับสนามไฟฟ้า จะได้รับแรงกระทำจากสนามหรือไม่

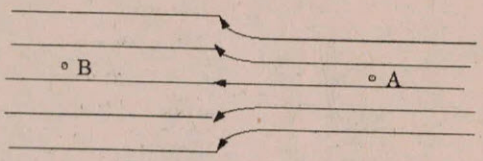
2.2 จุดประจุสองประจุ ไม่ทราบขนาดและชนิด วางห่างกันเป็นระยะ d ถ้าพบว่าที่ตำแหน่งหนึ่งบนเส้นต่อระหว่างสองประจุนั้นมีค่าสนามไฟฟ้าเป็นศูนย์ จะบอกอะไรเกี่ยวกับประจุทั้งสองนั้นได้บ้าง

2.3 จุดประจุสองประจุ ไม่ทราบขนาดและชนิด วางห่างกัน L บนแกนหนึ่ง เป็นไปได้หรือไม่ที่จะมี สนามไฟฟ้าเป็นศูนย์ ที่ตำแหน่งใดๆ นอกแกนที่ประจุวางอยู่ อธิบาย

2.4 เส้นสนามตามรูป เส้นที่อยู่ทางซ้ายมีระยะห่างเป็นสองเท่าของเส้นทางขวา

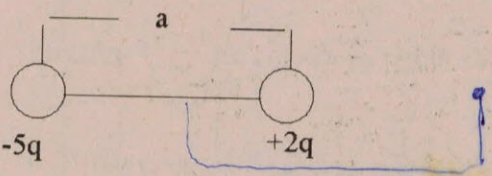
ก. ถ้าสนามที่ A มีค่า 40 N/C จงหาแรงที่กระทำกับโปรตอนตัวหนึ่งวางที่ A

ข. จงหาขนาดสนามที่ B



ตอบ ก. 6.4×10^{-18}C ข. 20 N/C

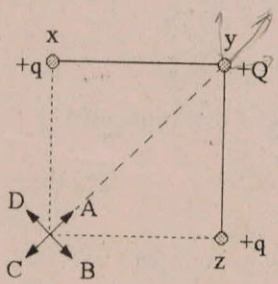
2.5 จากประจุ ตามรูป



ก.จงบอกตำแหน่งที่สนาม ไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์ ตอบ 1.7a ทางขวาของ +2q

ข. จงสเกตช์สนามในบริเวณใกล้ประจุนั้น

รูปสำหรับข้อ 2.6 และ 2.7



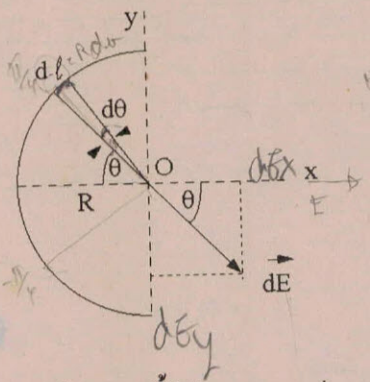
จุด Y ห่างจากจุด X และ Z เป็น ระยะเท่ากัน ที่ Y มีประจุ +Q ที่ X และ Z มีประจุ +q

2.6 แรงลัพท์ที่ประจุ Y ถูกกระทำจะไปทางทิศ A,B,C หรือ D ตอบ A

2.7 ถ้า F เป็นขนาดของแรงที่ Y ถูกกระทำโดย X แรงลัพท์ที่ Y ถูกกระทำทั้งจาก X และ Z เป็นเท่าใด ตอบ $F\sqrt{2}$

2.8 เส้นพลาสติกงอเป็นครึ่งวงกลมรัศมี R จุดศูนย์กลางอยู่ที่ O มีประจุกระจายสม่ำเสมอตลอดเส้น ความหนาแน่นประจุ σ คูลอมบ์ต่อเมตร

ก. ถ้าแบ่งเส้นพลาสติกออกเป็นส่วนเล็กๆยาว $d\ell$ รับมุม $d\theta$ ที่จุด O ดังรูป $d\ell$ มีค่าเท่าใด ในเทอมของรัศมี R และมุม $d\theta$ ตอบ $Rd\theta$



ข. ให้ประจุบนส่วนเล็กๆ $d\ell$ นี้มีค่า dq จงหาค่า dq ตอบ $dq = \sigma R d\theta$

ค. ให้ $d\vec{E}$ เป็นสนามที่ O เนื่องจากประจุ dq จงหาขนาดของสนามนี้

ตอบ $$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma d\theta}{R}$$

ง. จงหาองค์ประกอบของสนาม $d\vec{E}$ ในแนวแกน x

ตอบ $$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma}{R}\cos\theta d\theta$$

จ. จงหาองค์ประกอบของสนาม $d\vec{E}$ ในแนวแกน y

ตอบ $$dE_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma}{R}\sin\theta d\theta$$

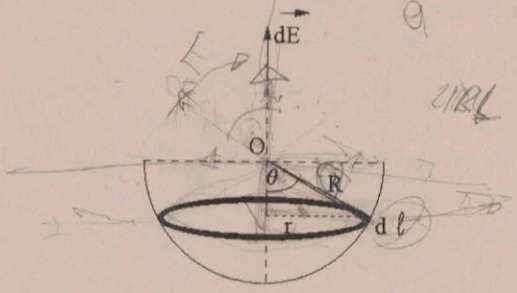
ฉ. องค์ประกอบของสนามในแกน y เมื่อรวมประจุตลอดทั้งเส้นจะเป็นเท่าใด

ตอบ ศูนย์

ช. สนามรวมเนื่องจากประจุตลอดทั้งเส้นจะเป็นเท่าใด ไปทางทิศใด

ตอบ $$E = \int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma}{R}\cos\theta d\theta = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0 R}$$ ไปทางแนวแกน x

2.9 ประจุกระจายอย่างสม่ำเสมอตลอดผิวครึ่งทรงกลมกลวง รัศมี R ความหนาแน่นประจุ σ คูลอมบ์/ตารางเมตร



ก. ถ้าแบ่ง ผิวครึ่งทรงกลมออกเป็นวงแหวนหนา $d\ell$ รับมุม $d\theta$ ที่จุดศูนย์กลาง ดังรูป $d\ell$ มีค่าเท่าใด ตอบ $d\ell = Rd\theta$

ข. พื้นที่วงแหวน dS มีค่าเท่าใด ตอบ $dS = 2\pi R^2 \sin\theta d\theta$

ค. ประจุบนวงแหวนมีค่าเท่าใด ตอบ $dq = \sigma 2\pi R^2 \sin\theta d\theta$

*ง.จากตัวอย่าง 2.4 สนามไฟฟ้าที่จุดศูนย์กลาง O เนื่องจากประจุบนวงแหวนมีค่าเท่าใด

ตอบ $dE = \dfrac{\sigma \sin\theta \cos\theta d\theta}{2\varepsilon_0}$

จ. สนามรวมที่ O เนื่องจากประจุทั้งหมดมีค่าเท่าใด ตอบ $E = \dfrac{\sigma}{4\varepsilon_0}$

บทที่ 3

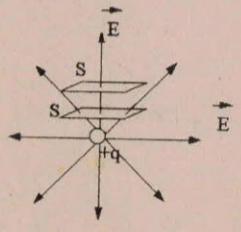
กฎของเกาส์

เมื่อมองสนามไฟฟ้าในรูปของเส้นสนาม แนวเส้นสัมผัสของเส้นสนามที่จุดใดๆคือทิศของสนามที่จุดนั้น และ ความหนาแน่นของเส้นต่อหน่วยพื้นที่ตั้งฉากกับสนามบอกขนาดของสนามไฟฟ้า ในบทนี้จะคำนวณหาค่าสนามโดยพิจารณาเส้นสนามเป็นหลัก ดังนี้

3.1 ฟลักซ์ไฟฟ้า

ลองนึกภาพเส้นสนามจากจุดประจุเป็นสามมิติ จะเห็นว่าที่บริเวณใกล้จุดประจุเส้นสนามจะอยู่ใกล้กัน และค่อยๆห่างกันเมื่ออยู่ไกลประจุ จึงใช้ความหนาแน่นของสนาม หรือจำนวนเส้นสนามต่อหน่วยพื้นที่ที่ตั้งฉากกับสนามเป็นความเข้มของสนามได้

จำนวนเส้นแรงที่ผ่านพื้นที่ที่ตั้งฉากกับสนามนี้เรียกว่าฟลักซ์ไฟฟ้า ในที่นี้จะใช้ตัวย่อของฟลักซ์ไฟฟ้าเป็น Φ_E



รูป 3.1 เส้นสนามไฟฟ้า ออกจากจุดประจุ ผ่านพื้นที่ S ที่ระยะใกล้และระยะไกล

ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่ S มีค่า $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S}$

ในกรณีสนามที่แต่ละส่วนของพื้นที่มีค่าไม่เท่ากัน ต้องแบ่งพื้นที่ออกเป็นส่วนเล็กๆ $d\vec{S}$ ได้ฟลักซ์ที่ผ่านพื้นที่เล็กๆนั้นมีค่า $d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S}$

รวมฟลักซ์ตลอดพื้นที่ S เป็น $$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \qquad 3.1$$

หน่วยของฟลักซ์ไฟฟ้า เป็น $\frac{N \cdot M^2}{C}$

3.2 กฎของเกาส์(Gauss's law)

กฎของเกาส์กล่าวว่า

ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านผิวปิด ใดๆ มีค่าแปรตามประจุภายในผิวปิดนั้น "

$$\Phi_E = \frac{q_{enclosed}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{enclosed}}{\varepsilon_0} \qquad \text{...3.2}$$

เมื่อ Φ_E คือฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านผิวปิด S และ $q_{enclosed}$ คือประจุที่อยู่ภายในผิวปิดนั้น

สมการข้างต้น เป็นกฎของเกาส์ในรูปอินทิเกรต อาจเขียนกฎของเกาส์ในรูปดิฟเฟอเรนชิเอต โดยใช้ทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์ ดังนี้

จากทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์ ฟลักซ์ที่ผ่านผิวปิด มีค่าเท่ากับไดเวอร์เจนซ์ของสนามภายในปริมาตรที่ล้อมรอบโดยผิวปิด ทางซ้ายของสมการ 3.2 จึงเขียนในรูปไดเวอร์เจนซ์เป็น

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_\Gamma (\nabla \cdot \vec{E}) d\Gamma \qquad 3.3$$

เมื่อ Γ คือปริมาตรที่ล้อมรอบด้วยผิวปิด S

ภายในปริมาตรนี้มีประจุไฟฟ้า Q คูลอมบ์

สมมติ ให้ความหนาแน่นประจุเป็น ρ คูลอมบ์/หน่วยปริมาตร

ประจุภายในผิวปิดนี้มีค่า $Q = \int_\Gamma \rho d\Gamma$ 3.4

แทนค่าสมการ 3.3 และ 3.4 ลงในสมการ 3.2

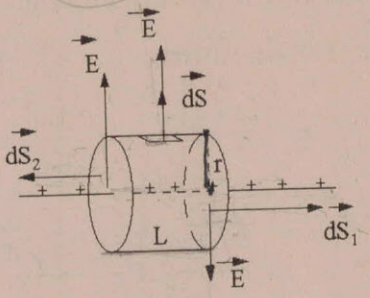
$$\int_\Gamma (\nabla \cdot \vec{E}) d\Gamma = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \rho d\Gamma$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \text{... 3.5}$$

สมการ 3.5 คือกฎของเกาส์ในรูปดิฟเฟอเรนชิเอต

กฎของเกาส์นี้นำไปใช้ประโยชน์ในการหาสนามไฟฟ้าที่มีลักษณะสมมาตร

ตัวอย่าง 3.1 ประจุกระจายสม่ำเสมอ เป็นเส้นตรงยาวมาก ความหนาแน่นประจุ λ ต่อหน่วยความยาว จงหาสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งห่างเส้นเป็นระยะ r



วิธีทำ

จากลักษณะการกระจายของประจุทราบว่า $\vec{E}$ มีทิศชี้ตรงออกจากเส้นประจุในแนวตั้งฉากกับเส้น จึงควรเขียนผิวเกาส์เซียนเป็นรูปทรงกระบอกมีเส้นประจุเป็นแกน

ให้ทรงกระบอกมีรัศมี r ยาว L

ฟลักซ์ที่ผ่านด้านข้าง $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int E dS = E\int dS = ES = E2\pi rL$

ให้พื้นที่ฝาทรงกระบอกเป็น $d\vec{S}_1$ และ $d\vec{S}_2$ ตามลำดับ

จะเห็นว่า $\vec{E}$ ทำมุมฉากกับทั้ง $d\vec{S}_1$ และ $d\vec{S}_2$

ดังนั้น $\vec{E}.d\vec{S}_2 = \vec{E}.d\vec{S}_1 = 0$

นั่นคือฟลักซ์ที่ผ่านพื้นที่ฝาทรงกระบอก เป็นศูนย์

จึงได้ฟลักซ์รวมที่ผ่านผิวเกาส์เซียนทั้งหมดเป็น $\Phi_E = E2\pi rL$

ประจุรวมภายในผิวเกาส์เซียนมีค่า λL

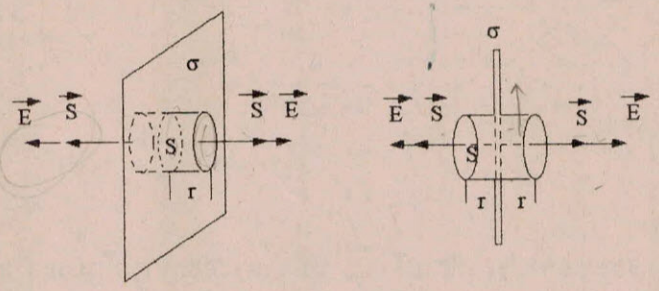
จากกฎของเกาส์ $\Phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$E.2\pi rL = \lambda L$

$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ **ตอบ**

คำตอบเท่ากับวิธีอินทิเกรตตามตัวอย่าง 2.3 ข. แต่วิธีทำ ง่ายกว่ามาก

ตัวอย่างที่ 3.2 จงหาสนามเนื่องจากแผ่นประจุขนาดใหญ่มาก มีความหนาแน่นประจุ σ คูลอมบ์ / หน่วยพื้นที่ ที่ตำแหน่งห่างจากแผ่น เป็นระยะ r



วิธีทำ

เขียนผิวเกาส์เซียนเป็นทรงกระบอกพื้นที่หน้าตัด S ยาว 2r ผ่านแผ่นประจุ โดยให้ฝาทรงกระบอกแต่ละด้านห่างแผ่นเป็นระยะ r เท่ากัน

สนาม $\vec{E}$ ตั้งฉากกับแผ่นประจุมีทิศเดียวกับ $\vec{S}$

ฟลักซ์จะผ่านพื้นที่ฝาของทรงกระบอกทั้งสองด้าน เท่ากัน และไม่ผ่านพื้นที่ด้านข้างเลย

ดังนั้น $\Phi_E = \vec{E}\cdot\vec{S} + \vec{E}\cdot\vec{S} = 2ES$

ทรงกระบอกตัดแผ่นประจุเป็นพื้นที่ เท่ากับพื้นที่ฝา S

ดังนั้นประจุภายในทรงกระบอก $Q_{enc} = \sigma S$

จากกฎของเกาส์ $$\Phi_E = \frac{Q_{enc.}}{\varepsilon_0}$$

$$2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_o}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}$$ **ตอบ**

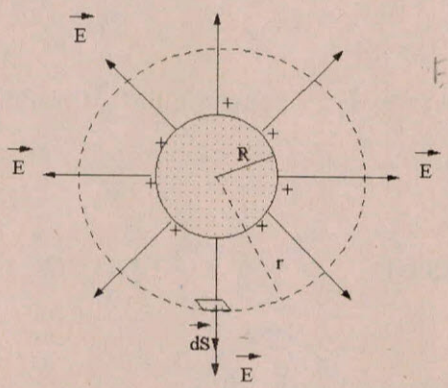
คำตอบเท่ากับแบบฝึกหัด 2.5

สนามเนื่องจากแผ่นประจุใหญ่มาก ไม่ขึ้นกับระยะห่างจากแผ่น

ตัวอย่าง 3.3 จงหาสนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุ +Q กระจายสม่ำเสมอบนผิวทรงกลมกลวงรัศมี R ที่ตำแหน่ง r ใดๆ ภายนอกทรงกลม บนผิวทรงกลม และภายในทรงกลม

วิธีทำ

ก. ภายนอกทรงกลมที่ r > R



เขียนผิวเกาส์เซียนเป็นทรงกลมรัศมี r ร่วมจุดศูนย์กลางกับทรงกลมประจุ

แบ่งพื้นที่ผิวเกาส์เซียนออกเป็นชิ้นเล็ก ๆ $d\vec{S}$

สนาม $\vec{E}$ บนผิวเกาส์เซียนมีขนาดเท่ากัน และมีทิศไปทางเดียวกับ $d\vec{S}$

ฟลักซ์ที่ผ่านผิวเกาส์เซียน $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint E dS = E\oint dS = E(4\pi r^2)$

ประจุรวมภายในผิวเกาส์เซียน มีค่าเท่ากับประจุทั้งหมด Q

จากกฎของเกาส์ $\oint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_\circ}$ จะได้

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_\circ}$$

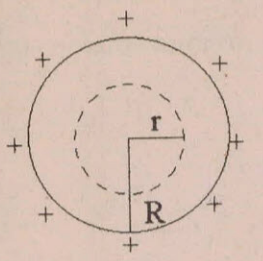
$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_\circ r^2}$$ **ตอบ**

สนามจากประจุบนทรงกลมมีค่าเท่ากับสนามเนื่องจากจุดประจุวางที่จุดศูนย์กลาง

ข. สนามที่ผิวทรงกลม r = R

จะได้ $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_\circ R^2}$ **ตอบ**

ค. ภายในทรงกลม r<R



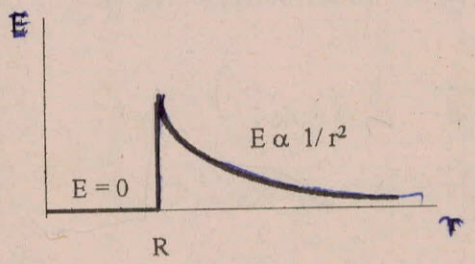
เขียนผิวเกาส์เซียนเป็นทรงกลม รัศมี r ร่วมจุดศูนย์กลางกับทรงกลมประจุ ประจุรวมภายในผิวเกาส์เซียน เป็นศูนย์

$$\oint \vec{E}.d\vec{S} = 0 \qquad \text{หรือ} \qquad E\oint dS = 0$$

แต่ $\oint dS \neq 0$ $\therefore$ $E = 0$ **ตอบ**

เมื่อประจุกระจายบนผิวทรงกลม สนามไฟฟ้าภายในทรงกลมเป็นศูนย์

เขียนกราฟระหว่างสนาม E กับระยะห่างจากจุดศูนย์กลางทรงกลม r จะเป็นดังรูป



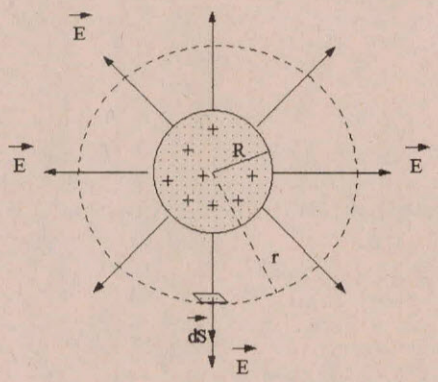
รูป 3.1 สนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุกระจายสม่ำเสมอบนผิวทรงกลม

สนามภายในทรงกลมเป็นศูนย์ สนามมีค่าสูงสุดที่ผิว สนามภายนอกลดลงตามกำลังสองผกผันกับระยะทาง ไปเป็นศูนย์ที่อนันต์

ตัวอย่างที่ 3.4 จงหาสนามเนื่องจากประจุกระจายอย่างสม่ำเสมอเป็นทรงกลมรัศมี R ที่ $r > R$, $r = R$ และ $r < R$ ความหนาแน่นประจุ ρ ต่อหน่วยปริมาตร

วิธีทำ

ก. ที่ $r > R$ เขียนผิวเกาส์เซียนเป็นทรงกลมรัศมี r ดังรูป



แบ่งพื้นที่ผิวเกาส์เซียนออกเป็นส่วนเล็กๆ $d\vec{S}$

พื้นที่แต่ละส่วนห่างศูนย์กลางประจุเท่ากัน สนาม $\vec{E}$ ที่แต่ละส่วนจะมีขนาดเท่ากันและมีทิศเดียวกับพื้นที่ $d\vec{S}$ ดังนั้น

ฟลักซ์ที่ผ่านผิวเกาส์เซียน $$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint E dS = E\oint dS = E(4\pi r^2)$$

ประจุภายในผิวเกาส์เซียนคือประจุทั้งหมดในปริมาตร $\frac{4}{3}\pi R^3$

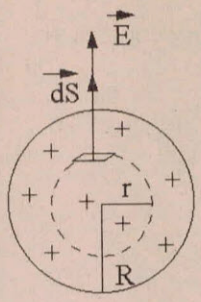
นั่นคือ ประจุภายในผิวเกาส์เซียนรวม $$Q = \rho\frac{4}{3}\pi R^3$$

จากกฎของเกาส์ $$E.4\pi r^2 = \frac{\rho \times \frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$$ **ตอบ**

ข. ที่ $r = R$ $$E = \frac{\rho R}{3\varepsilon_0}$$ **ตอบ**

ค. ที่ r < R เขียนผิวเกาส์เซียนเป็นทรงกลมรัศมี r ดังรูป



ประจุภายในผิวเกาส์เซียนคือประจุภายในทรงกลมรัศมี r $Q = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$

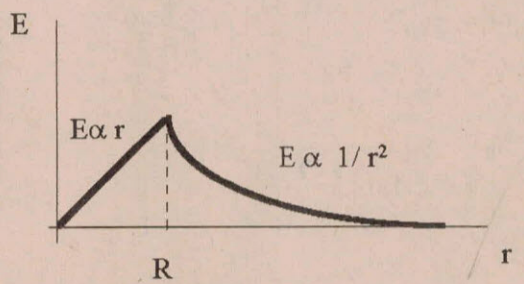
ฟลักซ์ที่ผ่านผิวเกาส์เซียน $\Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{S} = E\left(4\pi r^2\right)$

จากกฎของเกาส์ $$E.4\pi r^2 = \frac{\rho \times \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_\circ}$$

$$E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_\circ}$$ **ตอบ**

ที่ r = R $$E = \frac{\rho R}{3\varepsilon_\circ}$$ **ตอบ**

ถ้าเขียนกราฟระหว่างค่าของสนามกับระยะห่างจากจุดศูนย์กลางทรงกลมจะเป็นดังรูป

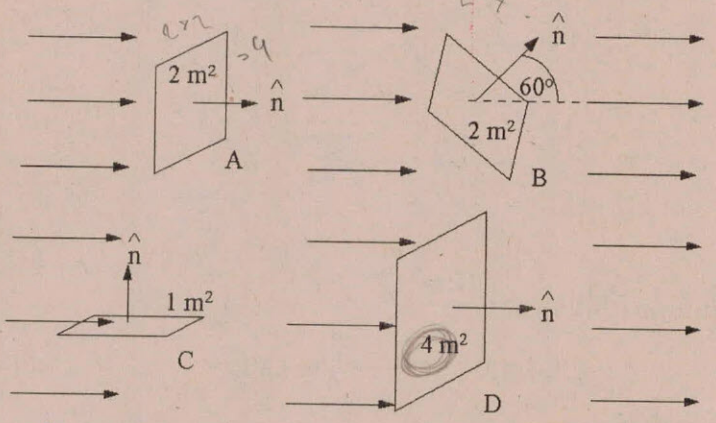


รูป 3.2 สนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุกระจายสม่ำเสมอตลอดปริมาตรทรงกลม

สนามภายในทรงกลมแปรตามระยะทาง สนามมีค่าสูงสุดที่ผิว สนามภายนอกลดลงตามกำลังสองผกผันกับระยะทาง ไปเป็นศูนย์ที่อนันต์

แบบฝึกหัด 3

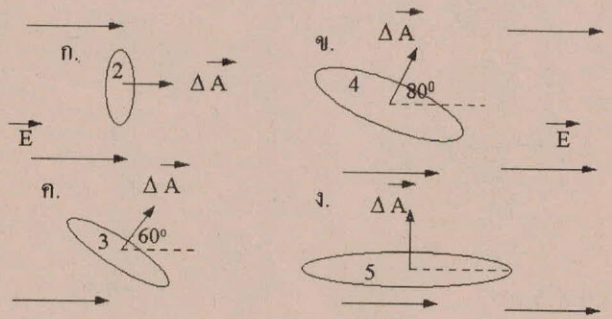
3.1 กรอบลวดสี่เหลี่ยมจตุรัส A,B,C,D พื้นที่ 2, 2, 1, 4 m^2 ตามลำดับ วางจมในแม่น้ำไหลด้วยความเร็ว 2 m/s กรอบทำมุมกับกระแสน้ำเป็นมุมต่างๆกัน ดังรูป ให้ $\hat{n}$ เป็นทิศของพื้นที่ระนาบกรอบ



จงหาฟลักซ์ของน้ำที่ผ่านแต่ละกรอบ

ตอบ A. 4 m^3/s B. 2 m^3/s C. 0 D. 8 m^3/s

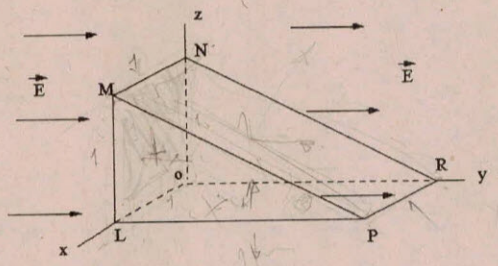
3.2 พื้นที่ ΔA มีขนาดไม่เท่ากัน และทำมุมต่างๆกันในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ $\vec{E}$ ดังรูป



จงหาขนาดของฟลักซ์ที่ผ่านแต่ละพื้นที่

ตอบ ก. 2E ข. 0.69E ค. 1.5E ง. ศูนย์

3.3บริเวณหนึ่งมีสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอขนาด 5 นิวตัน/คูลอมบ์ มีทิศไปทางแกน y ถ้ามีพื้นที่เป็นรูปปริซึมวางอยู่ในสนาม ดังรูป ความยาวด้าน MN = NO = OL = 1 เมตร



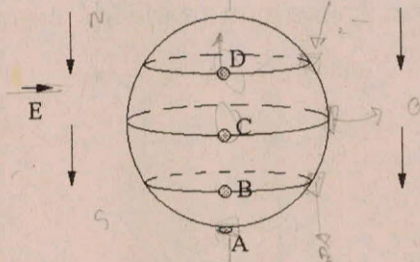
ฟลักซ์ที่ผ่านพื้นที่ ต่อไปนี้มีขนาดกี่ $\frac{N.m^2}{C}$

ก.LMNO ข. MNRP ค. LMP ง. LORP

จ. ผิวทั้งหมดของปิรามิด

ตอบ ก.-5 ข. 5 ค. ศูนย์ ง.ศูนย์ จ. ศูนย์

3.4 A,B,C,D เป็นพื้นที่เล็กๆบนลูกโลกภูมิศาสตร์ ให้ A อยู่ที่ขั้วโลกใต้ B อยู่ที่แลตติจูด 45 องศาใต้ C อยู่ที่ศูนย์สูตร และ D อยู่ที่ 45 องศาเหนือ ลูกโลกนี้วางในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ $\vec{E}$ มีทิศจากขั้วเหนือไปขั้วใต้ ดังรูป จงหาว่า

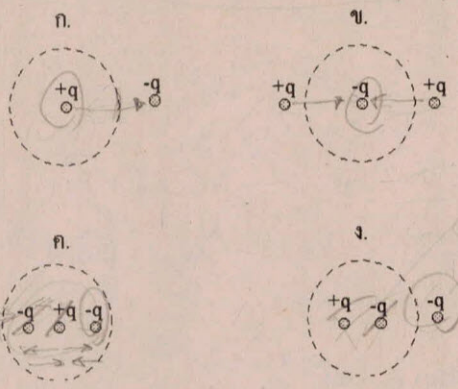


ก. บนพื้นที่ใดที่ฟลักซ์ มีค่าเป็นลบ ตอบ D

ข. บนพื้นที่ใดที่ฟลักซ์ มีค่าเป็นศูนย์ ตอบ C

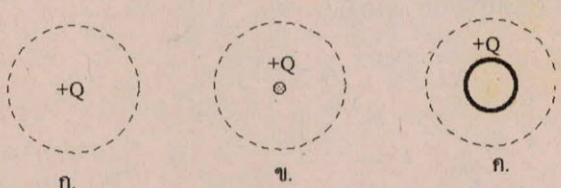
ค. ฟลักซ์รวม Φ_E ที่ผ่านพื้นที่ผิวลูกโลกทั้งหมดจะเป็นเท่าใด ตอบ ศูนย์

3.5 ให้ผิวเกาส์เชียนเป็นทรงกลมอยู่ในบริเวณที่มีประจุไฟฟ้าดังรูป จงหาฟลักซ์ที่ผ่านผิวเกาส์เชียนในแต่ละกรณี



<u>ตอบ</u> ก. $\frac{q}{\varepsilon_0}$ ข. $\frac{-q}{\varepsilon_0}$ ค. $\frac{2q}{\varepsilon_0}$ ง. ศูนย์

3.6 ประจุ +Q กระจายอยู่ภายในผิวเกาส์เชียนทรงกลมรัศมีเท่ากัน ในรูปแบบต่างๆกันคือ



รูป ก. ประจุกระจายสม่ำเสมอตลอดปริมาตรทรงกลมของผิวเกาส์เชียน

รูป ข. ประจุรวมอยู่ที่จุดศูนย์กลาง ผิวเกาส์เชียน

รูป ค. ประจุกระจายอย่างสม่ำเสมอตามผิวทรงกลมกลวงอยู่ภายในผิวเกาส์เชียน

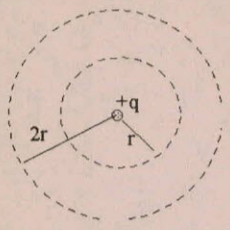
ฟลักซ์ที่ผ่านผิวเกาส์เชียนรูปใด มีค่ามากที่สุด และมีค่าเท่าใด

<u>ตอบ</u> ฟลักซ์ $\Phi_E = \frac{+Q}{\varepsilon_0}$ เท่ากันทั้งสามรูป

3.7 จากรูปในข้อ 3.6 การกระจายของประจุกรณีไหนที่ทำให้สนามไฟฟ้าบน ผิวเกาส์เชียนมีค่ามากที่สุด

<u>ตอบ</u> เท่ากันทั้งสามรูป

3.8 ผิวเกาส์เชียนรูปทรงกลม 2 ลูกร่วมจุดศูนย์กลางกัน มีรัศมี r และ 2r ดังรูป มีประจุ +q อยู่ที่จุดศูนย์กลาง จงหาอัตราส่วนของค่าต่างๆ ดังนี้

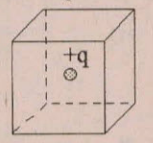


ก $\frac{\text{พื้นที่ผิวทรงกลมนอก}}{\text{พื้นที่ผิวทรงกลมใน}}$ ตอบ 4

ข $\frac{\text{ฟลักซ์ที่ผ่านผิวทรงกลมนอก}}{\text{ฟลักซ์ที่ผ่านผิวทรงกลมใน}}$ ตอบ 1

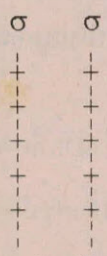
ค $\frac{\text{สนามไฟฟ้าที่ผิวทรงกลมนอก}}{\text{สนามไฟฟ้าที่ผิวทรงกลมใน}}$ ตอบ $\frac{1}{4}$

3.9 จุดประจุ q วางอยู่ที่ศูนย์กลางของลูกบาศก์



จงหาฟลักซ์ที่ผ่านแต่ละหน้าของลูกบาศก์ ตอบ $\frac{q}{6\varepsilon_0}$

3.10 แผ่นประจุบวกขนาดใหญ่สองแผ่นวางขนานกัน ดังรูป



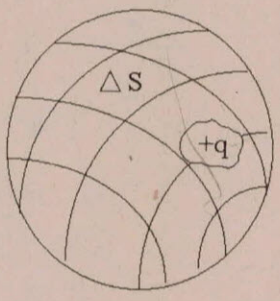
ความหนาแน่นประจุแต่ละแผ่น เป็น σ จงหาค่าสนามไฟฟ้าที่

ก. ด้านซ้ายของแผ่น ตอบ $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ ไปทางซ้าย

ข. ด้านขวาของแผ่น ตอบ $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ ไปทางขวา

ค. ระหว่างแผ่นทั้งสอง ตอบ ศูนย์

3.11 ผิวเกาสเซียนเป็นทรงกลม ภายในมีประจุ +q อยู่ที่ตำแหน่งหนึ่งซึ่งไม่ใช่จุดศูนย์กลาง ถ้าเราแบ่งพื้นที่ผิวทรงกลมออกเป็นส่วนเล็กๆ ΔS ขนาดเท่ากันตลอดทั้งผิว ฟลักซ์ Φ_E ที่ผ่านพื้นที่เล็กเหล่านั้นจะเป็นอย่างไร จงเลือกคำตอบข้อที่ถูกต้อง



P

ก. เป็นบวกครึ่งหนึ่งของจำนวนพื้นที่ทั้งหมด และเป็นลบอีกครึ่งหนึ่ง

ข. มีค่าต่างๆกันไปในแต่ละพื้นที่ เป็นบวกทั้งหมด ไม่มีส่วนไหนเป็นลบเลย

ค. มีค่าต่างๆกันไปในแต่ละพื้นที่ มีทั้งเป็นบวกและลบ

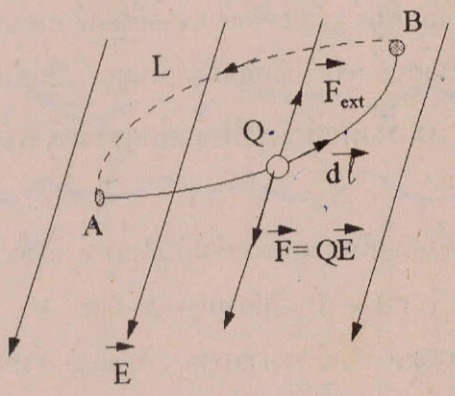
ง. มีค่าเท่ากันทุกพื้นที่ เท่ากับ $\frac{q}{\varepsilon_0}\frac{\Delta S}{4\pi r^2}$ เมื่อ r เป็นรัศมีทรงกลม ตอบ ข.

3.12 จากข้อ 3.11 ถ้านำประจุ +q นั้นออกมาไว้ข้างนอกผิวเกาสเซียน (ที่จุด P) จงเลือกคำตอบที่ถูกจากข้อ 3.11 พร้อมทั้งบอกเหตุผลในการเลือก ตอบ ค.

บทที่ 4
ศักย์ไฟฟ้า

4.1 ความต่างศักย์

สมมติบริเวณหนึ่งมีสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ การเลื่อนประจุ Q ในสนาม จะต้องใช้แรงภายนอกมากระทำเพื่อโต้กับแรงที่สนามกระทำกับประจุ งานที่แรงภายนอกกระทำต่อหน่วยประจุ เรียกว่า ความต่างศักย์ ระหว่างจุดทั้งสองนั้น



รูป 4.1 เคลื่อนประจุ Q ในสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ จาก A ไป B

แรงที่สนามไฟฟ้ากระทำกับประจุ Q มีค่า $\vec{F} = Q\vec{E}$

ถ้าต้องการลื่อนประจุ Q ไปเป็นระยะ $d\ell$ ต้องให้แรงภายนอก $\vec{F}_{ext} = -\vec{F}$ ทำงาน

$$dW = \vec{F}_{ext} \cdot d\vec{\ell} = -\vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

ความต่างศักย์ dV คืองานต่อหน่วยประจุ

ดังนั้น
$$dV = \frac{dW}{Q} = \frac{-\vec{F} \cdot d\vec{\ell}}{Q} = \frac{-Q\vec{E} \cdot d\vec{\ell}}{Q} = -\vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

$$\boxed{dV = -\vec{E} \cdot d\vec{\ell}} \quad \ldots 4.1$$

ความต่างศักย์ระหว่าง A กับ B , V_{AB} คืองานในการเคลื่อนที่หนึ่งหน่วยประจุจาก A ไป B

$$V_{AB} = \int_A^B dV = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

$$\boxed{V_{AB} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell}} \qquad \text{... 4.2}$$

ความต่างศักย์เป็นค่าเปรียบเทียบศักย์ระหว่างจุดสองจุด แต่อาจใช้จุดใดจุดหนึ่งเป็นจุดอ้างอิงกำหนดให้มีศักย์เป็นศูนย์ แล้วหาศักย์ของจุดอื่นๆเทียบกับจุดอ้างอิงก็ได้ เช่นให้ตำแหน่งอนันต์มีศักย์เป็นศูนย์ หรือให้โลกมีศักย์เป็นศูนย์ เป็นต้น

หน่วยของความต่างศักย์ วัดเป็นจูลต่อคูลอมบ์ หรือ โวลต์

ควรสังเกตว่า V_{AB} ไม่ขึ้นกับเส้นทางเดินแต่ขึ้นกับตำแหน่งตั้งต้นและตำแหน่งสุดท้ายเท่านั้น

ถ้าเขียนวง L ในสนาม $\vec{E}$ ให้ผ่านจุด A และ B

จากคำจำกัดความของความต่างศักย์ ระหว่างจุด A กับจุด B เราทราบว่า

$$V_{AB} = -V_{BA}$$

ดังนั้น $$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = V_{AB} + V_{BA} = 0$$

หรือ

$$\boxed{\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0} \qquad \text{... 4.3}$$

สมการ 4.3 คือสมการแมกซเวลล์สมการที่ สาม เป็นกฎของฟาราเดย์สำหรับไฟฟ้าสถิต มีความหมายว่า งานเนื่องจากสนามไฟฟ้าสถิตตลอดวงปิดมีค่าเป็นศูนย์

สนามที่มีลักษณะตามสมการ นี้ เรียกว่า สนามอนุรักษ์ (conservative field) หรือสนามที่ไม่หมุนวน (irrotational field) ดังนั้น

สนามไฟฟ้าสถิตหรือสนามเนื่องจากประจุไฟฟ้าเป็นสนามอนุรักษ์

สมการ 4.3 อยู่ในรูปอินทิเกรต จะเขียนในรูปดิฟเฟอเรนชิเอตได้โดยใช้ทฤษฎีบทของสโตค

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \int_S (\nabla\times\vec{E})\cdot d\vec{S}$$

เมื่อ S คือพื้นที่ผิวที่ล้อมรอบด้วยวงปิด L

จาก 4.3 ทางซ้ายของสมการสโตคเป็นศูนย์ ทางขวาจึงเป็นศูนย์ด้วย นั่นคือ

$$\boxed{\nabla\times\vec{E}=0} \qquad \text{... 4.4}$$

ค่าเคิลของสนามสนามไฟฟ้าสถิตเป็นศูนย์

สมการ 4.3 และ 4.4 เป็นสมการเดียวกัน บอกว่า สนามไฟฟ้าสถิตไม่หมุนวนมาบรรจบกัน

4.2 ความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้า และเกรเดียนต์ของศักย์

จากคำจำกัดความของศักย์ $V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$

$$dV = -\vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -E_x dx - E_y dy - E_z dz \qquad 4.5$$

และเพราะศักย์ไฟฟ้าเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง $V = V(x,y,z)$ จึงเขียนได้ว่า

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz \qquad 4.6$$

เปรียบเทียบสมการ 4.5 และ 4.6 จะได้

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z},$$

$$\boxed{\vec{E} = -\nabla V} \qquad \text{... 4.7}$$

สมการ 4.7 บอกว่า **สนามไฟฟ้ามีค่าเท่ากับเกรเดียนต์ของศักย์ เครื่องหมายลบบอกทิศของสนามว่า ชี้จากศักย์สูงไปศักย์ต่ำ**

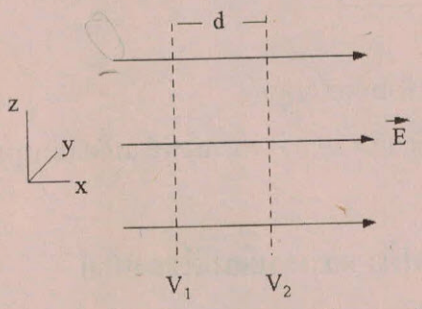
4.2 เส้นสมศักย์ และ ผิวสมศักย์

เส้นที่ลากผ่านตำแหน่งที่มีศักย์เท่ากันเรียกว่าเส้นสมศักย์ (equipotential line) ในสามมิติ ผิวที่ผ่านตำแหน่งที่มีศักย์เท่ากันเรียกว่า ผิวสมศักย์

จาก $\vec{E} = -\nabla V$

ทราบว่าทิศของสนามไฟฟ้าตั้งฉากกับผิวสมศักย์และชี้จากศักย์สูงไปศักย์ต่ำ

ตัวอย่างความต่างศักย์ในสนามสม่ำเสมอ



รูป 4.2 ผิวสมศักย์สองผิว V_1 และ V_2 ในสนามไฟฟ้า E สม่ำเสมอ

สมมติสนาม $\vec{E}$ สม่ำเสมอ มีทิศไปทางแกน x ผิวสมศักยสองผิว มีศักย์ V_1 และ V_2 อยู่ในระนาบ yz

สนาม $\vec{E}$ ตั้งฉากกับผิวสมศักย์ ศักย์ V_1 จึงสูงกว่า V_2

และจาก $\vec{E} = -\nabla V$ ได้ $E_x = -\dfrac{\partial V}{\partial x}$

ในที่นี้สนามอยู่ในแกน x ดังนั้น $E = -\dfrac{dV}{dx}$

ความต่างศักย์ $dV = Edx$

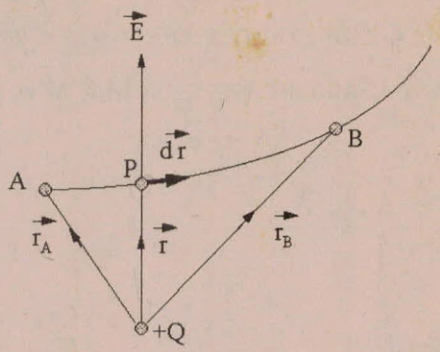
$$\int_{V_1}^{V_2} dV = \int_0^d Edx$$

$$V_2 - V_1 = Ed$$

หน่วยของสนามไฟฟ้า

เนื่องจาก สนามไฟฟ้าคือเกรเดียนต์ของศักย์ หน่วยของสนามไฟฟ้าจึงเป็น โวลต์/เมตร ซึ่งเหมือนกับ นิวตัน/คูลอมบ์

4.4 ศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากจุดประจุ



ให้ P เป็นจุดใดๆห่างจากประจุ Q เป็นระยะ r

ตั้งแกนพิกัดให้จุดกำเนิดอยู่ที่ประจุ สนามไฟฟ้า ที่ P เนื่องจากประจุนั้น มีค่า

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

งานในการเลื่อนหนึ่งหน่วยประจุจาก A มายัง B คือ

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

$$= -\int_A^B \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}\cdot d\vec{r}$$

$$= -\int_A^B \frac{Q dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$V_B - V_A = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}\right)\Big|_{r_A}^{r_B}$$

$$V_B - V_A = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

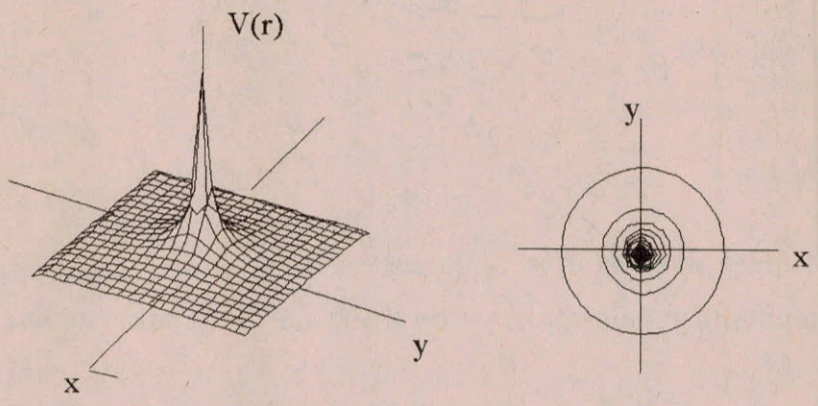
ถ้าเคลื่อนประจุมาจากอนันต์ ให้ศักย์ที่อนันต์ เป็นศูนย์

นั่นคือให้ $V_A = 0$ เมื่อ $r_A = \infty$ และให้จุด B อยู่ที่ตำแหน่ง $r_B = r$

จะได้ ศักย์ที่ตำแหน่งห่างประจุ Q เป็นระยะ r มีค่า

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

ศักย์เป็นปริมาณสเกลาร์ ศักย์เนื่องจากประจุบวกเป็นบวก ศักย์เนื่องจากประจุลบเป็นลบ เขียนกราฟสนามศักย์เนื่องจากจุดประจุจะได้กราฟ ดังรูป

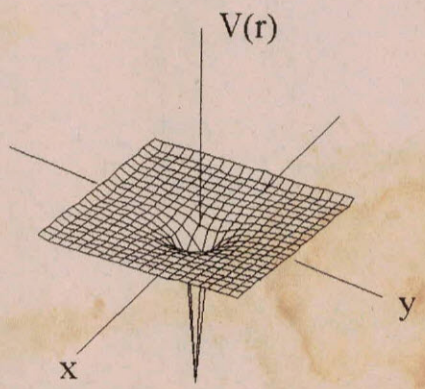


(ก.) (ข.)

รูป 4.3 แสดงศักย์ของจุดประจุบวก วางอยู่ที่จุดกำเนิดของระนาบ xy

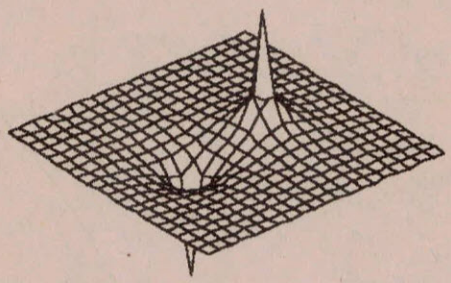
รูป ก. พลอตค่าศักย์ V(r) เป็นความสูงในแกน z ได้ลักษณะเป็นยอดสูง

รูป ข. แสดงเส้นสมศักย์ในระนาบ xy ทุกเส้นมีค่าศักย์เป็นบวก เส้นในมีค่าบวกมาก และน้อยลงเมื่ออยู่ห่างประจุออกมา รูปนี้พลอตโดยให้ความต่างศักย์ระหว่างเส้นถัดกันมีค่าเท่ากัน ดังนั้นบริเวณใกล้ประจุจึงมีเส้นชิดกันมาก และค่อยๆห่างกันเมื่อไกลจากประจุ



รูป 4.4 แสดงศักย์เนื่องจากประจุลบวางที่จุดกำเนิดในระนาบ xy ศักย์มีค่าเป็นลบ ลึกเป็นหลุมศักย์ ถ้าเขียนเส้นสมศักย์ในสองมิติ ก็จะได้ลักษณะเหมือนรูป 4.3 ข. แต่ค่าของศักย์แต่ละเส้นเป็นค่าลบ เส้นในมีค่าลบมาก เส้นนอกมีค่าลบน้อย

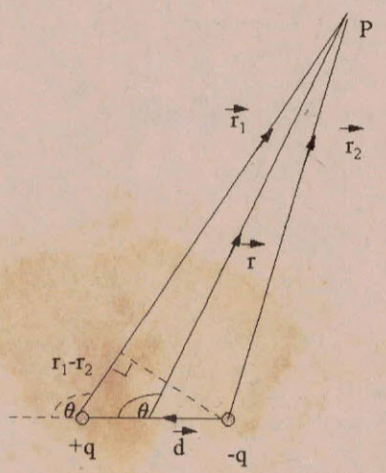
ถ้ามีจุดประจุหลายประจุ ศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดๆเนื่องจากประจุเหล่านั้น หาได้โดยรวมศักย์ ของแต่ละจุดประจุ เข้าด้วยกันตามพิชคณิต



รูป 4.5 ศักย์เนื่องจากสองประจุขนาดเท่ากัน ต่างชนิดกัน

4.5 ศักย์ของขั้วคู่ไฟฟ้า

ขั้วคู่ไฟฟ้าคือประจุไฟฟ้าสองประจุขนาดเท่ากันต่างชนิดกันวางห่างกันเป็นระยะใกล้มาก ให้ประจุ +q และ -q วางห่างกันเป็นระยะ d ต้องการหาศักย์เนื่องจากขั้วคู่นี้ที่จุด P ที่ตำแหน่ง $\vec{r}$ จากจุดกึ่งกลางขั้วคู่



ให้ P ห่างจากประจุบวกเป็นระยะ r_1 ห่างจากประจุลบเป็นระยะ r_2

ศักย์ที่ P $$V_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = \frac{q(r_2 - r_1)}{4\pi\varepsilon_0 r_1 r_2}$$

เนื่องจาก $r >> d$ อาจประมาณค่าต่างๆได้ดังนี้

$r_2 - r_1 \sim d\cos\theta$ และ $r_1 r_2 \sim r^2$ ดังนั้น จะได้ ศักย์เป็น

$$V_P = \frac{qd\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

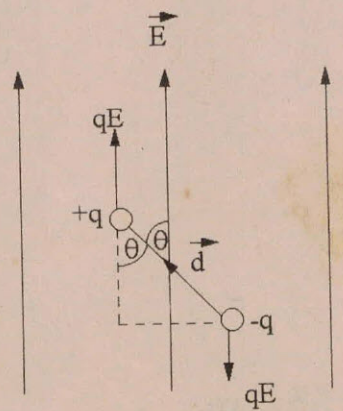
ปริมาณ qd นี้เรียกว่า **โมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า** เป็นปริมาณเวกเตอร์โดยกำหนด $\vec{d}$ ให้มีทิศจากประจุลบไปประจุบวก

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

ดังนั้นศักย์ของไดโพลที่ตำแหน่งห่างออกไป r มีค่า

$$V_P = \frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

4.6 ทอร์กที่ สนามไฟฟ้ากระทำกับขั้วคู่ไฟฟ้า



สมมติ วางขั้วคู่ไฟฟ้า ให้ $\vec{p}$ ทำมุม θ กับสนาม $\vec{E}$ ดังรูป

แรงที่สนามไฟฟ้ากระทำกับขั้วคู่เป็นแรงคู่ควบ qE

เกิดทอร์ก $\vec{N}$ หมุนขั้วคู่ให้ไปอยู่ในแนวสนาม

ทอร์ก มีขนาด

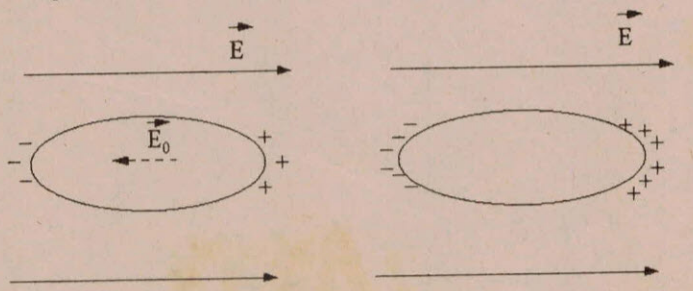
$$N = qEd\sin\theta$$
$$= pE\sin\theta$$

มีทิศตั้งฉาก ตรงเข้า ใน หน้ากระดาษ เขียนทอร์กในรูปเวกเตอร์ได้เป็น

$$\vec{N} = \vec{p} \times \vec{E}$$

4.7 ตัวนำ

สารที่เป็นตัวนำไฟฟ้า เช่นโลหะต่างๆ มีอิเล็กตรอนอิสระที่สามารถเคลื่อนที่ภายในตัวนำได้ตลอดทั่วก้อน ดังนั้นเมื่อนำตัวนำวางในสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ อิเล็กตรอนในตัวนำจะถูกเหนี่ยวนำให้วิ่งไปทางทิศตรงข้ามกับสนามไปอยู่ที่ปลายสุดด้านหนึ่ง ทำให้อีกปลายหนึ่งเป็นประจุบวก ดังรูป ก.



ก. เมื่อเริ่มต้น ยังไม่สมดุล ข. เมื่อสมดุล

ประจุเหนี่ยวนำที่ปลายทั้งสองข้างนี้ทำให้ เกิดสนาม $\vec{E}_0$ มีทิศตรงข้ามกับสนาม $\vec{E}$ เดิม เมื่อประจุเหนี่ยวนำเพิ่มขึ้น สนาม $\vec{E}_0$ ก็เพิ่มขึ้น จนเมื่อ $\vec{E}_0 = \vec{E}$ สนามภายในตัวนำคือ $\vec{E}$ และ $\vec{E}_0$ หักล้างกันไปหมด ได้สนามภายในตัวนำรวมเป็นศูนย์ อิเล็กตรอนหยุดวิ่ง

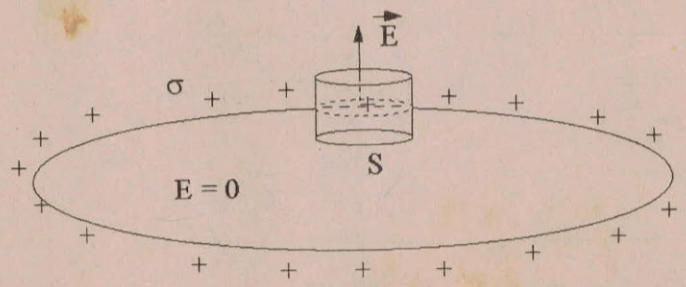
การวิ่งของอิเล็กตรอนตามรูป ก. นั้นเกิดขึ้นในเวลารวดเร็วมาก ดังนั้นเมื่อให้ประจุแก่ตัวนำ ไม่ว่าจะจากภายในหรือภายนอกตัวนำ ประจุจะวิ่งมาอยู่ภายนอกที่ผิวโลหะทั้งหมด สนามไฟฟ้าสถิตภายในตัวนำจึงเป็นศูนย์เสมอ จึงกล่าวได้ว่า

สนามไฟฟ้าสถิตภายในตัวนำเป็นศูนย์ และประจุจะอยู่ที่ผิวนอกตัวนำเสมอ

สรุปสมบัติทางไฟฟ้าสถิตของตัวนำ

1. ภายในตัวนำ สนามไฟฟ้าสถิต $E = 0$
2. ภายในตัวนำ ความหนาแน่นประจุไฟฟ้า $\rho = 0$
3. ประจุสุทธิจะอยู่ที่ผิวตัวนำ
4. ศักย์ไฟฟ้ามีค่าคงตัว เท่ากันตลอดทั้งก้อนตัวนำ
   ผิวตัวนำจึงเป็นผิวสมศักย์
5. สนามภายนอก ที่ผิวตัวนำ มีทิศตั้งฉากกับพื้นที่ผิว
   ถ้าสนามยังไม่ตั้งฉาก อิเล็กตรอนจะวิ่งไปตามผิวนอก จัดตัวเองจนสมดุล
   เมื่อสนามตั้งฉากกับผิวอิเล็กตรอนจึงหยุดจัดตัว

4.8 สนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุที่ผิวตัวนำ



ให้ σ เป็นความหนาแน่นประจุไฟฟ้าที่ผิวตัวนำ เขียนผิวเกาส์เซียนรูปทรงกระบอก พื้นที่หน้าตัด S ให้ฝาด้านหนึ่งอยู่ภายนอกตัวนำ ด้านหนึ่งอยู่ภายในตัวนำ

สนามภายในตัวนำเป็นศูนย์ สนามภายนอกเป็น E มีทิศตั้งฉากกับผิว

จากกฎของเกาส์ $$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

สนามที่ผิวตัวนำ $$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

4.9 ความจุไฟฟ้าของตัวนำ

สมมติมีตัวนำหนึ่ง มีความเป็นกลางทางไฟฟ้าและอยู่โดดเดี่ยว
เมื่อใส่ประจุ Q ให้ตัวนำ ทำให้ศักย์ของตัวนำนั้น เพิ่มจากศูนย์ เป็น V
อัตราส่วนระหว่างประจุ Q และศักย์ V เรียกว่าความจุไฟฟ้า (C) ของตัวนำ

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

หน่วยของความจุ C เป็นฟารัด เมื่อ Q เป็นคูลอมบ์ และ V เป็นโวลต์
ความจุไฟฟ้าของตัวนำขึ้นกับลักษณะทางเรขาคณิตของตัวนำ

4.9 ความจุไฟฟ้าของตัวนำทรงกลม

ให้ประจุ Q แก่ตัวนำทรงกลมรัศมี R

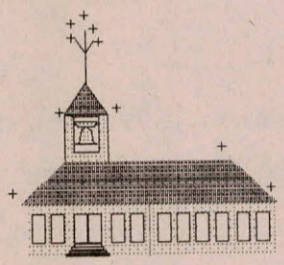
ศักย์ที่ผิวของตัวนำทรงกลม $$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

ความจุ $$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

ความจุตัวนำทรงกลมแปรตามรัศมีทรงกลม

4.10 การกระจายของประจุบนตัวนำ

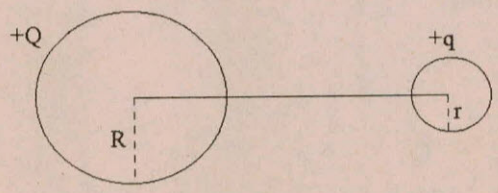
ถ้าให้ประจุแก่ตัวนำทรงกลมประจุจะกระจายไปอยู่ที่ผิวภายนอกทรงกลมอย่างสม่ำเสมอ แต่ถ้าตัวนำมีรัศมีความโค้งไม่เท่ากันหรือมีปลายแหลม ประจุจะไปรวมกันอยู่ที่ปลายแหลมอย่างหนาแน่น ทำให้สนามไฟฟ้าบริเวณปลายแหลมมีค่าสูง ถ้าสูงมาก อากาศบริเวณนั้นจะแตกตัวเป็นไอออน นำไฟฟ้าได้ ประจุที่ปลายแหลม จะกระโดดออกไปสู่บรรยากาศเรียกว่าเกิด electric breakdown



รูป 4.7 สายล่อฟ้าตามหลังคาตึกทำเป็นโลหะปลายแหลม ต่อกับสายโลหะลงสู่แผ่นโลหะที่ฝังไว้ใต้ดิน เพื่อลดความต่างศักย์ระหว่างก้อนเมฆกับดิน เป็นการป้องกันการเกิดฟ้าผ่า

การที่ประจุไปอยู่ที่ปลายแหลมอย่างหนาแน่น มีวิธีคิด ดังนี้

สมมติมีทรงกลมตัวนำใหญ่ (รัศมีความโค้งมาก) และทรงกลมตัวนำเล็ก (รัศมีความโค้งน้อย) ต่อถึงกัน (ทำให้ศักย์เท่ากัน) เมื่อให้ประจุแก่ตัวนำนี้ ประจุจะกระจายออกไปอยู่ที่ผิว ตัวนำทั้งสอง



ให้ประจุที่ทรงกลมใหญ่เป็น Q ประจุที่ทรงกลมเล็ก เป็น q

ศักย์ของทั้งสองทรงกลมเท่ากัน $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$$\frac{Q}{q} = \frac{R}{r}$$

เพราะ $R > r$ ดังนั้น $Q > q$ ประจุที่ทรงกลมใหญ่ มีค่ามากกว่าประจุที่ทรงกลมเล็ก
ให้ความหนาแน่นประจุที่ทรงกลมใหญ่เป็น σ_Q ความหนาแน่นประจุที่ทรงกลมเล็กเป็น σ_q

$$\sigma_Q = \frac{Q}{4\pi R^2}, \qquad \sigma_q = \frac{q}{4\pi r^2}$$

อัตราส่วน $$\frac{\sigma_Q}{\sigma_q} = \frac{r^2}{R^2}\cdot\frac{Q}{q} = \frac{r^2}{R^2}\cdot\frac{R}{r} = \frac{r}{R}$$

$r < R$ ดังนั้น $\sigma_Q < \sigma_q$

นั่นคือ ความหนาแน่นประจุที่ทรงกลมใหญ่น้อยกว่าทรงกลมเล็ก
ประจุต่อหน่วยพื้นที่ทรงกลมเล็กมีมากกว่าทรงกลมใหญ่
ปลายแหลมมีรัศมีความโค้งน้อย จึงมีความหนาแน่นประจุมาก

สนามที่ผิวทรงกลมใหญ่ $E_Q = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$ สนามที่ผิวทรงกลมเล็ก $E_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

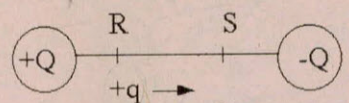
อัตราส่วน $$\frac{E_Q}{E_q} = \frac{Q}{q}\cdot\frac{r^2}{R^2} = \frac{r}{R}$$

$R \geq r$ ดังนั้นสนามที่ผิวทรงกลมเล็กมากกว่าสนามที่ผิวทรงกลมใหญ่ หรือ สนามที่ปลายแหลมมีค่ามากกว่าสนามที่ผิวราบ

แบบฝึกหัดที่ 4

{ข้อความต่อไปนี้สำหรับข้อ 4.1-4.5}

R และ S เป็นจุดสองจุดอยู่ในสนามไฟฟ้าสถิตเนื่องจากทรงกลมตัวนำสองลูกที่มีประจุ +Q และ -Q ตามรูป ถ้าเลื่อนอนุภาคมีประจุ +q ตรงจาก R ไป S



4.1 ระหว่างการเลื่อนที่นั้น แรงที่ประจุ +q ถูกกระทำโดยสนามไฟฟ้าจะไปทางไหน

ตอบ ไปทางเดียวกับการเลื่อนที่

4.2 งานที่สนามไฟฟ้า กระทำเป็นบวก ลบ หรือศูนย์ ตอบ บวก

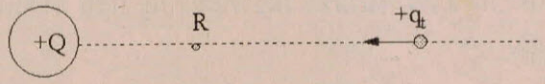
4.3 งานที่แรงภายนอก กระทำเป็นบวก ลบ หรือศูนย์ ตอบ ลบ

4.4 พลังงานศักย์ของกลุ่มประจุเหล่านี้เมื่อ +q ไปอยู่ที่ S แล้ว จะ มากกว่า เท่ากับ หรือ น้อยกว่า พลังงานศักย์เมื่อเริ่มต้น (คือเมื่อ +q อยู่ที่ R) จะมีค่าเป็นอย่างไร ตอบ น้อยกว่า

4.5 ศักย์ที่ S เมื่อเทียบกับศักย์ที่ R จะ มีค่าอย่างไร ตอบ น้อยกว่า

{ข้อความต่อไปนี้สำหรับคำถามข้อ 4.6-4.8}

นำประจุบวกทดสอบ q_t จากอนันต์ เข้ามาที่จุด R ซึ่งอยู่ใกล้ประจุโดดเดี่ยว +Q ดังรูป



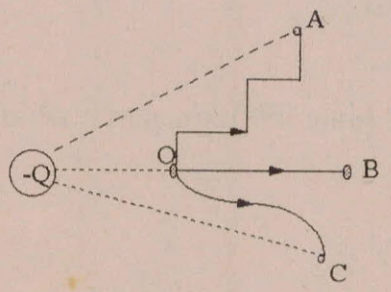
4.6 งานในการนำประจุเข้ามาจะเป็น บวก ลบ หรือ ศูนย์ ตอบ บวก

4.7 การนำประจุ $+q_t$ จากอนันต์มายังจุด R นี้ ทำให้ศักย์ของระบบสองประจุนี้เปลี่ยนแปลงอย่างไรหรือไม่ ตอบ เพิ่มขึ้น

4.8 ถ้าให้ศักย์ที่อนันต์เป็นศูนย์ ศักย์ที่จุด R จะเป็นอะไร ตอบ บวก

{ข้อความต่อไปนี้สำหรับข้อ 4.9-4.10}

A,B,C เป็นจุด ห่างจากศูนย์กลางของประจุ - Q เท่ากัน
O เป็นจุดใดๆใกล้ๆประจุ -Q นั้น



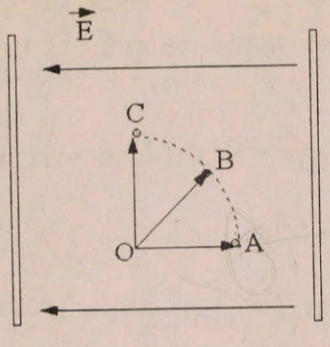
ถ้าเลื่อนประจุ +q ตามเส้นทาง OA,OB,OC ตามรูป

4. 9 ตามเส้นทางใด ที่งานของแรงภายนอกที่ใช้ในการเคลื่อนที่ประจุ มีค่ามากที่สุด ตอบ เท่ากันทั้งสามทาง

4.10 ที่จุดใด (A,B,C) มีค่าสนามไฟฟ้าสูงสุด ตอบ เท่ากันทั้งสามจุด

{ข้อความต่อไปนี้สำหรับข้อ 4.11-4.12}

เลื่อนประจุทดสอบ q ไปตามเส้นทาง OA,OB,OC ซึ่งยาวเท่ากัน ภายในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอระหว่างแผ่นประจุสองแผ่น ขนานกัน ดังรูป

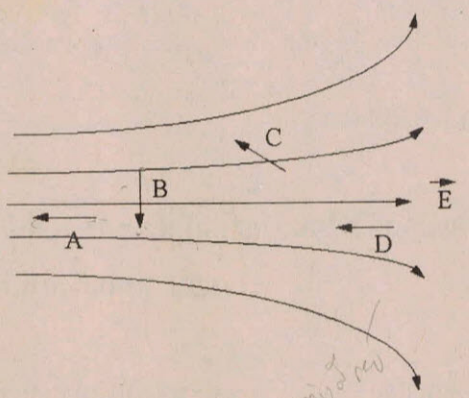


4.11 เส้นทางใดที่งานเนื่องจากผู้กระทำภายนอก มีค่ามากที่สุด ตอบ OA

4.12 จุดใด (A,B,C) ที่มีศักย์ไฟฟ้าสูงสุด ตอบ จุด A

{ข้อความต่อไปนี้สำหรับข้อ 4.13-4.14}

เส้นตรงสั้นๆสี่เส้น A,B,C,D ยาว $\Delta\ell$ เท่ากัน มีทิศไปตามลูกศร วางในสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอซึ่งแทนด้วยเส้นโค้ง ดังรูป

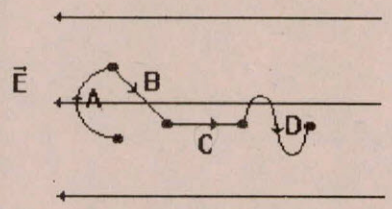


4.13 เส้นตรงเส้นใดที่ปริมาณ $-\vec{E}\cdot\Delta\vec{\ell}$ มีค่ามากที่สุด ตอบ เส้น A

4.14 เส้นตรงเส้นใดที่ปริมาณ $-\vec{E}\cdot\Delta\vec{\ell}$ เป็นศูนย์ ตอบ เส้น B

{ข้อความต่อไปนี้สำหรับข้อ 4.15-4.19}

เส้นทาง A,B,C,D มีความยาวเท่ากัน มีทิศไปตามลูกศร อยู่ในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ $\vec{E}$



จงบอกว่า ตลอดเส้นทางใดที่

4.15 ปริมาณ $-\int \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$ มีค่ามากที่สุด ตอบ C

4.16 ปริมาณ $-\int \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$ มีค่าเป็นศูนย์ ตอบ A

4.17 ค่าศักย์ไฟฟ้ามีความเปลี่ยนแปลงมากที่สุด ตอบ C

4.18 ไม่มีการเปลี่ยนแปลงศักย์ไฟฟ้า ตอบ A

4.19 ค่าศักย์ไฟฟ้าลดลงก่อนแล้วจึงเพิ่มขึ้น ตอบ A

4.20 ขั้วคู่ไฟฟ้าคู่หนึ่งมีโมเมนต์ขั้วคู่ ($\vec{p}$) มีค่า 10^{-10} C.m

ก. จงหาศักย์ที่ระยะห่างกึ่งกลางขั้วคู่ออกไป 2 เซ็นติเมตร และทำมุม 45^{o} กับ $\vec{p}$

ตอบ 1600 โวลต์

ข.ถ้านำประจุ $+10^{-9}$ C จากอนันต์มาถึงจุดนั้นต้องทำงานเท่าใด

ตอบ 1.6×10^{-6} จูล

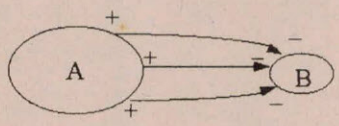
ค. พลังงานของประจุที่จุดนั้นมีค่าเท่าใด ตอบ 1.6×10^{-6} จูล

4.21 แผ่นขนานสองแผ่นห่างกัน 2 เซ็นติเมตร ศักย์ที่แผ่นหนึ่งเป็น +500 โวลต์ อีกแผ่นหนึ่งเป็น - 500 โวลต์ จงเขียนแผนภาพแสดงผิวสมศักย์ระหว่างแผ่นทั้งสองมีค่าศักย์ +250 ,0 และ -250 โวลต์

บทที่ 5
ตัวเก็บประจุ

ในทางปฏิบัติตัวนำมิได้อยู่โดดเดี่ยว แต่มีอิทธิพลของตัวนำอื่น หรือฉนวนอื่นมาเกี่ยวข้อง จะพิจารณา กรณีสำคัญดังนี้

เมื่อนำตัวนำ A และ B มีประจุเท่ากัน ต่างชนิดกัน มาวางใกล้กัน ทำให้ฟลักซ์ไฟฟ้า ทั้งหมดที่ออกจาก A ไปสิ้นสุดที่ B



ระบบที่ประกอบด้วย A และ B นี้ เรียกว่า ตัวเก็บประจุ

ความจุ (C) ของตัวเก็บประจุนี้ กำหนดให้มีค่า

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B}$$

หรือ

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

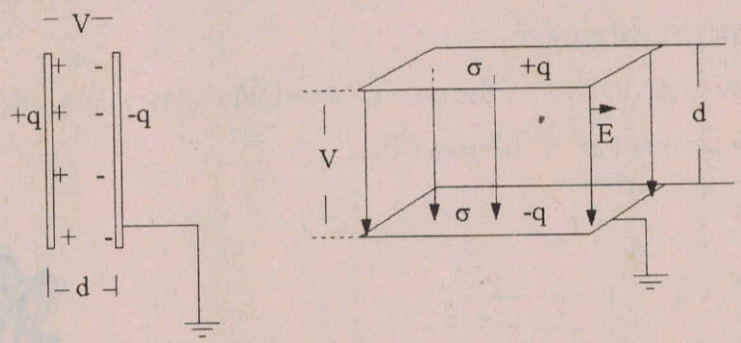
เมื่อ $V = V_A - V_B$

ตัวเก็บประจุทั่วไปจึงประกอบด้วยแผ่นตัวนำสองแผ่นมีฉนวนไฟฟ้ากั้นกลาง ฉนวนที่กั้นเรียกว่าไดอิเล็กตริก ไดอิเล็กตริก อาจเป็น อากาศ กระดาษ ไมก้า เซรามิก เป็นต้น

5.1 การหาความจุของตัวเก็บประจุบางชนิด

ก. ตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนาน

ประกอบด้วยแผ่นโลหะสองแผ่นขนานกัน แผ่นหนึ่งต่อกับดิน ดังรูป



เมื่อให้ประจุ +q ที่แผ่นหนึ่ง จะเกิดการเหนี่ยวนำให้เกิดประจุ -q ที่อีกแผ่นหนึ่ง เมื่อระยะระหว่างแผ่น (d) แคบมาก สนามไฟฟ้า $\vec{E}$ ระหว่างแผ่นตัวนำจะมีความสม่ำเสมอเท่ากันตลอด

ประจุในแต่ละแผ่น q เรียกว่าประจุของตัวเก็บประจุ

ความต่างศักย์ระหว่างแผ่น V เรียกว่า ศักย์ของตัวเก็บประจุ

ให้ A เป็นพื้นที่ ของ แผ่นตัวนำ d เป็น ระยะห่างระหว่างแผ่น

ความหนาแน่นประจุบนแต่ละแผ่น $\sigma = \frac{q}{A}$

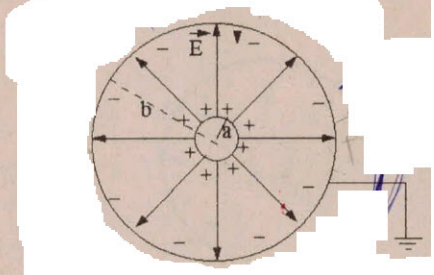
สนามระหว่างแผ่นขนาน $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_\circ} = \frac{q}{\varepsilon_\circ A}$

ความต่างศักย์ระหว่างแผ่นขนาน $V = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_\circ A}$

จากคำจำกัดความความจุ $C = \frac{q}{V}$ ความจุของตัวเก็บประจุแผ่นขนานจะมีค่า

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

ข. ตัวเก็บประจุแบบทรงกลมโลหะซ้อนกัน



ทรงกลมรัศมี a อยู่ภายในและร่วมศูนย์กลางกับทรงกลมรัศมี b ดังรูป ให้ประจุ + Q แก่ทรงกลมใน จะเกิดการเหนี่ยวนำให้เกิดประจุ - Q ที่ผิวในของทรงกลมนอก และประจุ + Q ที่ผิวนอกของทรงกลมนอก แต่เพราะต่อทรงกลมนอกกับดิน ประจุ ลบจากดินจึงขึ้นมารวมกับประจุบวกทำให้ประจุบวกที่ทรงกลมนอกหมดไป สำหรับประจุลบของทรงกลมนอกไม่วิ่งลงดินเพราะมีแรงดึงดูดจากประจุบวกของทรงกลมในอยู่

ประจุบวกและลบเท่าๆกันนี้ทำให้เกิดสนามไฟฟ้าระหว่างทรงกลมทั้งสองมีทิศตามแนวรัศมี และเกิดความต่างศักย์ระหว่างทรงกลมขึ้น

ศักย์ที่ผิวของทรงกลมใน $V_A = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_\circ a} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_\circ b}$

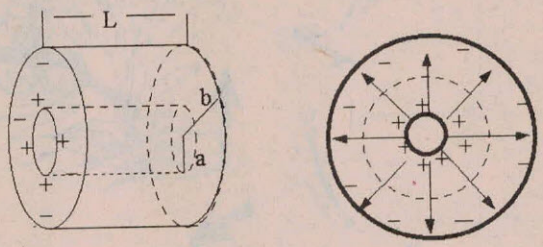
ศักย์ที่ผิวของทรงกลมนอก $V_B = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_\circ b} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_\circ b} = 0$

ความต่างศักย์ของทั้งสองผิว $V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_\circ a} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_\circ b} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{b-a}{ab}$

จากความจุ $C = \frac{Q}{V_A - V_B}$ ความจุของตัวเก็บประจุทรงกลมซ้อนจะมีค่า

$$\boxed{C = \frac{4\pi\varepsilon_\circ ab}{b-a}}$$

ค. ตัวเก็บประจุแบบทรงกระบอกซ้อนกัน



ให้ทรงกระบอกในรัศมี a มีประจุ + Q ทรงกระบอกนอกรัศมี b มีประจุ - Q

ความยาวของทรงกระบอกทั้งสองเป็น L

ความหนาแน่นประจุ/หน่วยความยาว $\lambda = \frac{Q}{L}$

ให้ E เป็นสนามไฟฟ้าระหว่างทรงกระบอกทั้งสองห่างจากแกนเป็นระยะ r

จากแบบฝึกหัด 3.3 สนามที่จุดห่างจากแกนทรงกระบอก เป็นระยะทาง r มีค่า

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_{\circ} r} = \frac{Q/L}{2\pi\varepsilon_{\circ} r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_{\circ} Lr}$$

ความต่างศักย์ระหว่างทรงกลมในและทรงกลมนอก

$$V_{AB} = -\int_{b}^{a} \vec{E}.d\vec{r} = -\int_{b}^{a} \frac{Q}{2\pi\varepsilon_{\circ} L}\frac{dr}{r}$$

$$= -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_{\circ L}} \ln r \Big|_{a}^{b} = -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_{\circ} L}(\ln a - \ln b) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_{\circ} L}(\ln b - \ln a)$$

$$V = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_{\circ} L} \ln \frac{b}{a}$$

จาก $C = \frac{Q}{V}$ ได้

$$\boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon_{\circ} L}{\ln(b/a)}}$$

5.2 ไดอิเล็กตริก

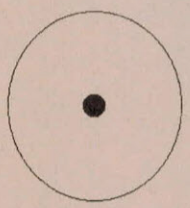
ตัวเก็บประจุที่กล่าวมาแล้วประกอบด้วยแผ่นตัวนำวางห่างกันในที่ว่าง คือ สุญญากาศ หรือในอากาศ ถ้าใส่ฉนวนในช่องว่างนั้นจะทำให้ความจุของตัวเก็บประจุเพิ่มขึ้น ฉนวนที่นำมาใช้ในกรณีนี้ เรียกว่า ไดอิเล็กตริก ลักษณะของไดอิเล็กตริกบอกได้จากค่าคงตัว อันเป็นสมบัติของสาร ซึ่งพิจารณา ดังนี้

ก. โพราไรเซชัน

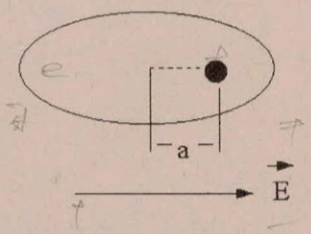
อะตอมที่เป็นกลางและอยู่โดดเดี่ยวจะมีอิเล็กตรอนวิ่งรอบๆ นิวเคลียส สมมติอะตอมหนึ่งมีอิเล็กตรอน Z ตัว มีประจุ - Ze วิ่งรอบ ๆ นิวเคลียสซึ่งมีประจุ + Ze (ค่า Z นี้เรียกว่าเลขอะตอม)

ตามปกติอิเล็กตรอนจะวิ่งรอบนิวเคลียสในลักษณะเสมือนเป็นหมอกกระจายรอบๆ นิวเคลียสอย่างสม่ำเสมอ

เมื่อไม่มีสนามไฟฟ้า จุดศูนย์กลางของหมอกอิเล็กตรอนอยู่ที่นิวเคลียสพอดี อะตอมจึงมีสภาพเป็นกลางทางไฟฟ้า ดังรูป ก.



รูป ก. อะตอมโดดเดี่ยว



รูป ข. สนามไฟฟ้า **E** ทำให้หมอกอิเล็กตรอน เลื่อนที่ไป

เมื่อมีสนามไฟฟ้าไปทางขวา ตามรูป ข. สนามจะผลักนิวเคลียสซึ่งเป็นประจุบวกไปทางขวาและประจุลบคือ อิเล็กตรอนไปทางซ้าย ทำให้ศูนย์กลางของหมอกอิเล็กตรอนไม่อยู่ที่นิวเคลียส อีกต่อไป

เมื่ออะตอมอยู่ในสภาวะสมดุล ในลักษณะที่ศูนย์กลางของหมอกอิเล็กตรอนอยู่ห่างจากนิวเคลียสนี้ เรียกว่า อะตอมนั้นถูกทำให้เกิดขั้ว หรือ เกิดมี การโพลาไรซ์ ขึ้น

เนื่องจากนิวเคลียสมีมวลมากกว่าอิเล็กตรอนมาก จึงอาจคิดว่านิวเคลียสอยู่ที่เดิมแต่หมอกอิเล็กตรอนเลื่อนไปเพียงอย่างเดียวก็ได้

ตามรูป ข. หมอกอิเล็กตรอนเลื่อนจากนิวเคลียสไปทำให้ปรากฏขั้วบวกและขั้วลบมีขนาดประจุเท่ากัน เกิดเป็น ขั้วคู่ไฟฟ้า

สมมติให้ระยะระหว่างจุดศูนย์กลางหมอกอิเล็กตรอนห่างจากนิวเคลียส **a** โมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าของหนึ่งอะตอมเป็น $\vec{p} = Ze\vec{a}$

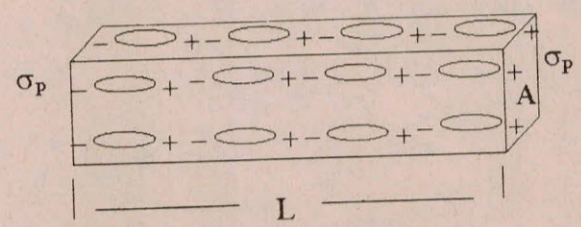
แต่ละอะตอมจะมีค่า $\vec{p}$ ไปทางเดียวกับสนามไฟฟ้า $\vec{E}$

ถ้าสารไดอิเล็กตริกนั้นมีจำนวน N อะตอมต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร

ค่าโมเมนต์ของขั้วคู่ไฟฟ้าต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร เรียกว่า **โพลาไรเซชัน** ($\vec{P}$)

$$\vec{P} = N\vec{p} \qquad 5.2$$

การเลื่อนที่ของหมอกอิเล็กตรอนนี้ จะทำให้มีประจุเหนี่ยวนำเหลือโผล่ขึ้นที่ผิวของไดอิเล็กตริก ทั้งสองข้าง ประจุที่ปรากฏที่ผิวไดอิเล็กตริกนี้ เรียกว่าประจุโพลาไรซ์



ให้แผ่นไดอิเล็กตริกมีพื้นที่ A และหนา L

มีความหนาแน่นของประจุโพลาไรซ์ปรากฏที่ผิวนอก σ_p คูลอมบ์ /ตารางเมตร

ในกรณีที่ไดอิเล็กตริกเป็นแผ่นซึ่งมีค่า $\vec{p}$ คงตัวตลอดแผ่น

ประจุโพลาไรซ์แต่ละด้าน จะมีค่า $Q_p = \sigma_p A$

ไดโพลโมเมนต์ของทั้งแผ่น มีค่า $\vec{p} = Q_p\vec{L}$

$$p = \sigma_p AL$$

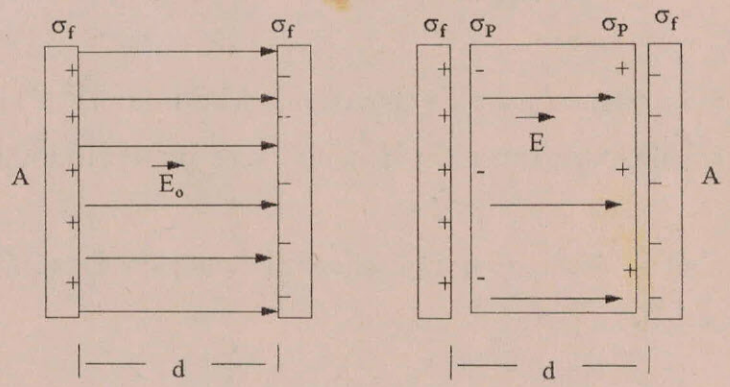
ปริมาตรของไดอิเล็กตริก $V = AL$

ดังนั้น โพลาไรเซชัน $$P = \frac{\sigma_p AL}{AL}$$

$$P = \sigma_p \qquad 5.3$$

เมื่อไดโพลโมเมนต์มีค่าสม่ำเสมอและมีทิศตั้งฉากกับผิว ค่าโพลาไรเซชัน จะ เท่ากับความหนาแน่นของประจุโพลาไรซ์ที่ผิว

ข. ค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ (Relative Permittivity)



สมมติมีแผ่นตัวเก็บประจุพื้นที่ A ห่างกัน d ในสูญญากาศ ให้ความหนาแน่นของประจุอิสระบนแผ่นโลหะ เป็น σ_f

เมื่อยังไม่ใส่ไดอิเล็กตริกสนามระหว่างแผ่นมีค่า $$E_\circ = \frac{\sigma_f}{\varepsilon_\circ} \qquad 5.4$$

และความจุมีค่า $$C_\circ = \frac{\varepsilon_\circ A}{d} \qquad 5.5$$

ต่อไปขณะที่ตัวเก็บประจุยังคงมีความหนาแน่นของประจุอิสระบนแผ่น σ_f ตามเดิม แต่ใส่แผ่นไดอิเล็กตริกเข้าไประหว่างแผ่นตัวนำ จะมีประจุเหนี่ยวนำเกิดขึ้นบนผิวไดอิเล็กตริกเป็นประจุโพลาไรซ์ มีความหนาแน่น σ_p ทำให้เกิดสนาม depolarize ขึ้น ในทิศตรงข้ามกับสนามเดิม สนามรวมใหม่จึงลดลง

ให้สนามรวมใหม่ภายในไดอิเล็กตริก เป็น E

อัตราส่วนระหว่างสนามเดิม E_o และสนามใหม่ E เป็นค่าคงตัวของไดอิเล็กตริกนั้น เรียกว่าสภาพยอมสัมพัทธ์ (ε_r)

$$\varepsilon_r = \frac{E_o}{E} \qquad 5.6$$

เนื่องจาก $E_o > E$ ดังนั้น ค่า ε_r จึงมากกว่าหนึ่งเสมอ

ε_r ของสุญญากาศ เท่ากับหนึ่ง

จากการทดลองถ้าสนามไม่สูงเกินระดับที่ไดอิเล็กตริกจะทนได้แล้ว ε_r จะมีค่าคงตัวตลอด และขึ้นกับชนิดของสารเท่านั้น ไม่ขึ้นกับขนาดและรูปร่างของตัวเก็บประจุ

จาก $V = E\,d$

เมื่อมีไดอิเล็กตริก สนามระหว่างแผ่นลดลง ความต่างศักย์จึงลดลงด้วย ทำให้ใส่ประจุเข้าไปได้อีก นั่นคือ

ตัวเก็บประจุมีความจุเพิ่มขึ้นเมื่อใส่ไดอิเล็กตริกระหว่างแผ่น

แทนค่า $E_o = \frac{\sigma_f}{\varepsilon_o}$ จากสมการ 5.4 ในสมการ 5.6 จะได้ $\sigma_f = \varepsilon_o\varepsilon_r E$

ประจุอิสระบนแผ่นโลหะ $Q = \sigma_f A = \varepsilon_o\varepsilon_r EA$

จาก $C = \frac{Q}{V}$ ความจุของตัวเก็บประจุเมื่อมีไดอิเล็กตริกมีค่า

$$C = \frac{\varepsilon_o\varepsilon_r EA}{Ed}$$

$$C = \frac{\varepsilon_o\varepsilon_r A}{d} = \varepsilon_r C_o$$

$$\varepsilon_r = \frac{C}{C_o} \qquad 5.7$$

ค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ของไดอิเล็กตริกจึงอาจหาได้จากอัตราส่วนความจุของตัวเก็บประจุเมื่อมีไดอิเล็กตริก กับเมื่อไม่มีไดอิเล็กตริก ก็ได้

ค่า $\varepsilon_o\varepsilon_r$ เรียกว่า ค่าคงตัวไดอิเล็กตริกของสาร ใช้ตัวย่อ ε

$$\varepsilon = \varepsilon_o\varepsilon_r \qquad 5.8$$

เขียนความจุของตัวเก็บประจุแผ่นขนานโดยทั่วไปได้เป็น

$$C = \frac{\varepsilon A}{d} \qquad 5.9$$

ถ้าไดอิเล็กตริกเป็นสุญญากาศ $\varepsilon_r = 1$ ก็จะได้ $C = \frac{\varepsilon_o A}{d}$

จากตัวอย่างทั้งหมดจะเห็นว่าความจุของตัวเก็บประจุ ขึ้นกับลักษณะทางเรขาคณิตของแผ่น ระยะห่างระหว่างแผ่น และค่าไดอิเล็กตริก แต่ไม่ขึ้นกับประจุและความต่างศักย์ระหว่างแผ่น

5.3 ชนิดของตัวเก็บประจุ

1. ตัวเก็บประจุแบบสุญญากาศ

มักจะมีขนาดใหญ่ไม่สะดวกในการใช้งานแต่ใช้เป็นมาตรฐานในการวัดความจุ ตัวเก็บประจุสุญญากาศที่ใช้งานเป็นแบบที่แปรค่าได้โดยทำเป็นแผ่นขนานสองชุดหมุนรอบแกนเดียวกัน เมื่อบิดให้พื้นที่ซึ่งขนานกันเปลี่ยนไปความจุก็จะเปลี่ยนไปด้วย เช่น ตัวเก็บประจุที่ใช้ในการหาคลื่นวิทยุเป็นต้น

2. ตัวเก็บประจุที่มีของแข็งหรือพลาสติกเป็นไดอิเล็กตริก

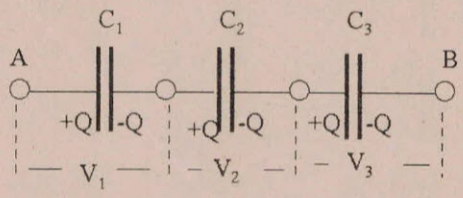
มีความจุสูงและมีขนาดเล็ก เพราะถ้า ε_r มีค่าสูง เราจะสร้างตัวเก็บประจุที่มีระยะใกล้กันได้มาก ทำให้ปริมาตรเล็กลง เช่น ใช้ไมก้าเป็นไดอิเล็กตริกฉาบด้วยเงิน ทั้งสองข้างเป็นแผ่นขนาน จะเป็นตัวเก็บประจุที่ดีซึ่งใช้ใน วงจรขนาดเล็ก

3. ตัวเก็บประจุแบบอิเล็กโตรไลต์

ตัวเก็บประจุแบบนี้ใช้วิธีแยกละลายเกลือบางชนิดที่ใส่ไว้ระหว่างแผ่นอลูมินัมหรือแผ่นแทนทาลัม การแยกเกลือนั้นทำให้เกิดฟิล์มบางๆ หนาประมาณ 0.1 μm เกิดขึ้นบนผิวอลูมินัม ทำหน้าที่เป็นไดอิเล็กตริก ซึ่งทำให้มีความจุสูงโดยมีขนาดไม่ใหญ่โตมากนัก ตัวเก็บประจุแบบนี้ต้องดูขั้วในการต่อวงจรไฟฟ้า เพราะถ้าไฟฟ้าไหลเข้าผิดทาง จะทำให้แผ่นฟิล์มหายไป ทำให้เสียและอาจไหม้ได้

5.4 การต่อตัวเก็บประจุ

ก. ต่ออนุกรม



การต่ออนุกรมคือการต่อเรียงกันโดยให้แผ่นลบของตัวที่หนึ่งต่อกับแผ่นบวกของตัวที่สองและแผ่นลบของตัวที่สองต่อกับแผ่นบวกของตัวที่สามไปเรื่อยๆ
ดังนั้นประจุในแต่ละตัวจึงเท่ากัน ให้ประจุในตัวเก็บประจุแต่ละตัว เป็น Q
ประจุรวม คือ ประจุแผ่นแรกและแผ่นสุดท้ายจึงเท่ากับ Q เช่นเดียวกัน
ให้ความจุแต่ละตัวเป็น C_1, C_2, C_3 ... และ C เป็นความจุรวม
จะหาความจุรวม C ได้ ดังนี้

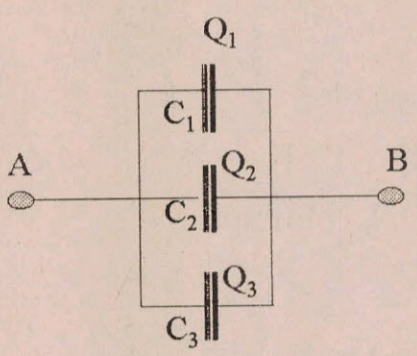
สมมติความต่างศักย์ของแต่ละตัวเป็น V_1, V_2, V_3 . . .

ศักย์รวม $V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3 + ...$

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + ...$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ...}$$

ข. ต่อขนาน



การต่อแบบขนาน คือการต่อแผ่นบวกของทุกตัวเข้าด้วยกัน และต่อแผ่นลบของทุกตัวเข้าด้วยกัน ดังนั้น ศักย์ของแต่ละตัวจึงเท่ากันและเท่ากับศักย์รวม ให้เท่ากับ V

$$V_1 = V_2 = V_3 = V$$

ให้ประจุในแต่ละตัวเป็น Q_1 , Q_2 , Q_3 ประจุรวมเป็น Q

ให้ความจุแต่ละตัวเป็น C_1 , C_2 , C_3 ความจุรวมเป็น C

จาก Q=CV จะได้

$$Q_1=C_1V, \quad Q_2=C_2V, \quad Q_3=C_3V \quad , \quad Q = CV$$

ประจุรวมคือประจุบนแผ่นของทุกตัวรวมกัน ดังนั้น

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$CV = C_1V + C_2V + C_3V$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3 \ \ldots}$$

5.5 พลังงานที่สะสมในตัวเก็บประจุ

การใส่ประจุให้ตัวเก็บประจุต้องทำงาน งานนั้นสะสมอยู่ในตัวเก็บประจุเป็นพลังงานของตัวเก็บประจุ

สมมติตัวเก็บประจุมีความจุ C เริ่มต้นมีศักย์เป็นศูนย์ และไม่มีประจุเลย

เมื่อนำไปต่อกับแบตเตอรี่จะได้รับประจุจากแบตเตอรี่และมีศักย์เพิ่มขึ้น จนในที่สุดมีศักย์ V และมีประจุ Q

ให้ q และ v เป็นประจุและศักย์ที่ขณะใด ๆ

ให้งานในการนำประจุ dq เข้ามาเพิ่มในตัวเก็บประจุเป็น dW

$$dW = vdq$$

$$= \frac{q}{C}dq$$

งานทั้งหมดในการนำประจุเข้ามาตั้งแต่ q = 0 จนถึง q = Q มีค่า

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{q^2}{2C}\Big|_0^Q = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

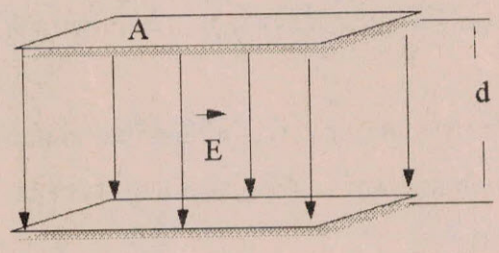
แต่ $C = Q / V$ ดังนั้น

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

พลังงานของตัวเก็บประจุ ที่มีประจุ Q และศักย์ V มีค่า

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \quad \text{จูล}$$

5.6 ความหนาแน่นพลังงานในเทอมของสนาม



สมมติตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนานมีพื้นที่ A วางห่างกัน d
ความต่างศักย์ระหว่างแผ่น V และสนามไฟฟ้าระหว่างแผ่น E

จาก $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_\circ A}{d}\right)(Ed)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2(Ad)$

Ad คือ ปริมาตรของตัวเก็บประจุ

ความหนาแน่นพลังงานคือพลังงานต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร
ดังนั้นความหนาแน่นพลังงานของสนาม $\vec{E}$ มีค่า $u = \frac{U}{Ad}$

$$\boxed{u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2} \qquad 5.10$$

แม้ว่าความหนาแน่นพลังงานนี้เป็นของตัวเก็บประจุ แต่ก็ไม่มีเทอมใดเกี่ยวข้องกับตัวเก็บประจุเลย จึงอาจคิดได้ว่าเป็นความหนาแน่นพลังงานของสนาม E ก็ได้

5.7 ความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า (Electric flux density)

เนื่องจากความเข้มของสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ ขึ้นกับตัวกลางที่ประจุวางอยู่ สูตรต่างๆในการคำนวณจึงต้องเปลี่ยนแปลงไปตามตัวกลาง เพื่อความสะดวกได้มีการกำหนดเวกเตอร์อีกตัวหนึ่ง เรียกว่า ความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า $\vec{D}$ ให้มีความสัมพันธ์กับสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ ดังนี้

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \qquad 5.11$$

ความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้านี้ แต่เดิมเคยเรียกว่า การกระจัดทางไฟฟ้า (Electric displacement) มีหน่วยเป็น คูลอมบ์ต่อตารางเมตร

5.8 กฎของเกาส์ในตัวกลางทั่วไป

จากกฎของเกาส์ในสุญญากาศ

$$\oint_{\text{closed surface}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_o} \qquad 5.12$$

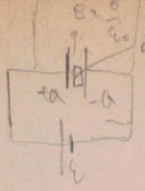
กฎของเกาส์ในตัวกลาง จะเป็น

$$\oint_{\text{closed surface}} \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_f \qquad 5.13$$

ประจุในสมการ 5.12 เป็นประจุทั้งหมดภายในผิวเกาส์เซียน รวมทั้งประจุโพลาไรซ์ด้วย

ส่วนประจุในสมการ 5.13 เป็นประจุอิสระภายในผิวเกาส์เซียน ดังนั้นการใช้สมการ 5.13 จึงสะดวกกว่ามาก และใช้เป็นกฎทั่วไปได้

เมื่อตัวกลางเป็นสุญญากาศ แทนค่า $\vec{D} = \varepsilon_o \vec{E}$ ก็จะได้เหมือนสมการ 5.12



แบบฝึกหัดที่ 5

5.1 ต่อตัวเก็บประจุเป็นวงจรกับแบตเตอรี่ลูกหนึ่ง แล้วใส่ไดอิเล็กตริกเข้าไประหว่างแผ่นตัวเก็บประจุให้เต็มพอดี จะทำให้ สิ่งต่อไปนี้ เพิ่มขึ้น เท่าเดิม หรือ ลดลง

ก. ความต่างศักย์ระหว่างแผ่น ตอบ เท่าเดิม

ข. สนามไฟฟ้าระหว่างแผ่น ตอบ เท่าเดิม

ค. ประจุในตัวเก็บประจุ ตอบ เพิ่มขึ้น

ง. ความจุของตัวเก็บประจุ ตอบ เพิ่มขึ้น

5.2 ให้ประจุแก่ตัวเก็บประจุโดยต่อกับแบตเตอรี่ แล้วแยกออกจากแบตเตอรี่ ต่อจากนั้นใส่ไดอิเล็กตริกเข้าไประหว่างแผ่นจนเต็ม จะทำให้ สิ่งต่อไปนี้ เพิ่มขึ้น เท่าเดิม หรือ ลดลง

ก. ความต่างศักย์ระหว่างแผ่น ตอบ ลดลง

ข. สนามไฟฟ้าระหว่างแผ่น ตอบ ลดลง

ค. ประจุในตัวเก็บประจุ ตอบ เท่าเดิม

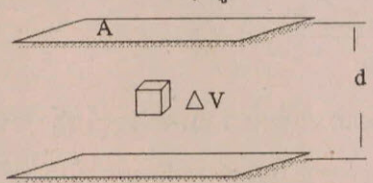
ง. ความจุของตัวเก็บประจุ ตอบ เพิ่มขึ้น

5.3 ตัวเก็บประจุแผ่นขนานมีพื้นที่ A วางห่างกัน d มีประจุ +Q ที่แผ่นหนึ่ง และ -Q ที่อีกแผ่นหนึ่ง แผ่นไดอิเล็กตริกที่อยู่ระหว่างแผ่นขนานมีประจุโพลาไรซ์ที่ผิว -q และ +q

ก. ประจุเท่าใดที่เรียกว่าประจุของตัวเก็บประจุนี้ ตอบ +Q

ข. ความหนาแน่นประจุ ที่จุดใดๆภายในแผ่นไดอิเล็กตริกมีค่าเท่าใด ตอบ ศูนย์

5.4 ให้ U เป็นพลังงานที่เก็บอยู่ในตัวเก็บประจุแผ่นขนานซึ่งมีพื้นที่ A ระยะห่าง d ให้ ΔV เป็นปริมาตรเล็กๆอยู่ระหว่างแผ่นขนาน



ก. พลังงานภายในปริมาตร ΔV นั้นมีค่าเท่าใด ตอบ $\frac{U\Delta V}{Ad}$

ข. ความหนาแน่นพลังงานที่จุดใดๆระหว่างแผ่นขนานมีค่าเท่าใด ตอบ $\frac{U}{Ad}$

บทที่ 6
วงจรไฟฟ้ากระแสตรง

6.1 กระแสไฟฟ้า

อิเล็กตรอนในตัวนำเป็นอิเล็กตรอนอิสระ เคลื่อนจากอะตอมหนึ่งไปอีกอะตอมหนึ่งได้ อาจจะนึกถึงอิเล็กตรอนอิสระเหล่านี้เสมือนโมเลกุลของแก๊สในกล่องซึ่งเคลื่อนที่ไปมาแบบสุ่ม และชนกับอะตอมซึ่งวางอยู่ที่โครงผลึกของตัวนำ สะท้อนไปมาไม่มีทิศแน่นอน ความเร็วเฉลี่ยทั้งปริมาตรจึงเป็นศูนย์

ถ้าทำให้มีสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ ในตัวนำ เช่น ถ้านำตัวนำไปต่อคล่อมขั้วของแบตเตอรี่เป็นต้น สนามภายในตัวนำจะทำให้อิเล็กตรอนอิสระนี้เคลื่อนที่ไปในทิศตรงข้ามกับสนาม

การกล่าวว่ามีสนามไฟฟ้าในตัวนำนี้ ไม่ขัดกับที่เคยทราบมาแล้วว่าสนามภายในตัวนำเป็นศูนย์เสมอ กรณีนั้น หมายถึงเมื่อประจุไฟฟ้าในตัวนำหยุดเคลื่อนที่แล้วเป็นไฟฟ้าสถิต สำหรับตัวนำที่ต่อกับแบตเตอรี่หรือเครื่องกำเนิดไฟฟ้านั้นจะมีการเคลื่อนที่ของประจุตลอดไป และสนามในตัวนำก็จะมีอยู่ตลอดไป

ความเร็วเฉลี่ยของอิเล็กตรอนในตัวนำมีค่าคงตัว ไม่เร่งขึ้นเหมือนประจุอิสระที่วิ่งในสนามไฟฟ้าในสุญญากาศ เพราะอิเล็กตรอนจะวิ่งไปชนกับอะตอมในตัวนำ ให้พลังงานแก่อะตอม เกิดการสั่นของโครงผลึก อิเล็กตรอนจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเฉลี่ยคงตัว เรียกว่าความเร็วลอยเลื่อน (drift velocity, v_d) ไปในทิศ $-\vec{E}$

อะตอมซึ่งเป็นบวกได้รับแรงกระทำจากสนามเหมือนกัน แต่ไม่เคลื่อนที่ สำหรับตัวนำที่เป็นของแข็งจึงคิดเฉพาะการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนเท่านั้น แต่ถ้าเป็นของเหลว หรือแก๊สประจุทั้งบวกและลบจะเคลื่อนที่ การเคลื่อนที่ของทั้งประจุบวกและประจุลบ ทำให้เกิดกระแสไฟฟ้า

เพื่อความสะดวกได้กำหนดให้กระแสไฟฟ้าเป็นอัตราการไหลของประจุบวก

สมมติมีประจุ + q เคลื่อนที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดใด ๆ ของตัวนำไปในเวลา t ถ้ากระแสไฟฟ้านั้นสม่ำเสมอจะได้กระแสไฟฟ้ามีค่า

$$\boxed{i = \frac{q}{t}} \qquad 6.1$$

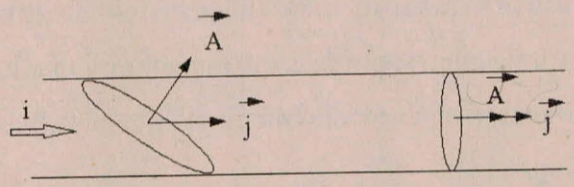
ถ้ากระแสไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอ ค่ากระแสที่ขณะใดขณะหนึ่งเป็น

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad 6.2$$

หน่วยของกระแสไฟฟ้าเป็น คูลอมบ์ / วินาที หรือ แอมแปร์

กระแสที่สมมตินี้ไหลในทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของประจุลบ ดังนั้นถ้ามีทั้งประจุบวกและลบเคลื่อนที่สวนทางกัน กระแสไฟฟ้าที่ได้ต้องคิดทั้งจากประจุทั้งสองชนิด

6.2 ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า



กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัดหนึ่งหน่วย เรียกว่า ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า สมมติกระแสไฟฟ้า i ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัด A ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า (j) จะเป็น

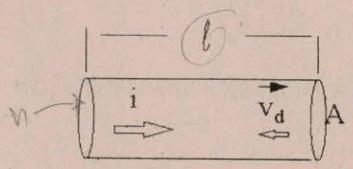
$$j = \frac{i}{A} \quad \text{แอมแปร์/ตารางเมตร} \qquad 6.3$$

ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าเป็นปริมาณเวกเตอร์ กำหนดให้มีทิศไปทางเดียวกับความเร็วของประจุบวก

กระแสไฟฟ้า i ความหนาแน่นกระแสกระแสไฟฟ้า $\vec{j}$ และพื้นที่ที่กระแสไฟฟ้าไหลผ่าน $\vec{A}$ มีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$i = \int \vec{j}.d\vec{A} \qquad 6.4$$

6.3 ความเร็วของอิเล็กตรอนในตัวนำ



สมมติมีกระแสไฟฟ้า i ไหลผ่านตัวนำสม่ำเสมอ ยาว ℓ พื้นที่หน้าตัด A ให้ตัวนำนี้มีอิเล็กตรอนอิสระ n ตัวต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร

ความเร็วลอยเลื่อนของ อิเล็กตรอน $\vec{v}_d$

ในตัวนำปริมาตร $A\ell$ มีจำนวนอิเล็กตรอน $nA\ell$ ตัวอิเล็กตรอนหนึ่งตัวมีประจุ e

ประจุทั้งหมด $q = nA\ell e$

เวลาในการเคลื่อนที่ $t = \dfrac{\ell}{v_d}$

กระแสไฟฟ้า $i = \dfrac{q}{t} = \dfrac{n\ell Ae}{\frac{\ell}{v_d}} = nAev_d$

$$v_d = \frac{i}{nAe} = \frac{j}{ne}$$

$$\boxed{j = nev_d}$$

สำหรับลวดทองแดง $(n \approx 8\times10^{28})$ ต่อลูกบาศก์เมตร ถ้ามีกระแสไฟฟ้า 1 แอมแปร์ ไหลผ่านลวดพื้นที่หน้าตัด 1 ม.ม.^{2} จะได้ความเร็วของอิเล็กตรอนในเส้นลวดเป็น

$$v_d = \frac{1}{(8\times10^{28})(10^{-6})(1.6\times10^{-19})} \approx 10^{-4}\ \text{m/s}$$

จะเห็นได้ว่าความเร็วของอิเล็กตรอนในตัวนำของแข็งนั้นมีค่าน้อยมาก

6.4 กฎของโอห์ม

สำหรับวัสดุที่ใช้เป็นตัวนำหลายชนิด ค่าความหนาแน่นไฟฟ้าจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับสนามไฟฟ้าในตัวนำตาม กฎของโอห์ม

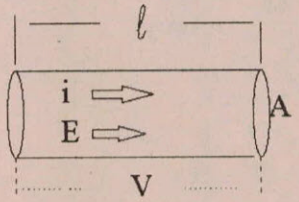
$$\boxed{\vec{j} = \sigma \vec{E}} \qquad 6.5$$

σ เป็นค่าคงตัว ขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุที่ใช้เป็นตัวนำ เรียกว่า **สภาพนำไฟฟ้า** ของสารนั้นๆ

กฎของโอห์มอาจเขียนได้ในรูปแบบอื่น ดังนี้

สมมติตัวนำมีพื้นที่หน้าตัด A ยาว ℓ มีกระแสไฟฟ้า i ไหลผ่าน

ให้ V เป็นความต่างศักย์ระหว่างปลายตัวนำ $\vec{E}$ เป็นสนามไฟฟ้าในตัวนำ



จาก $$i = \int \vec{j}.d\vec{A} = \int \sigma \vec{E}.d\vec{A} = \sigma EA \qquad 6.6$$

และจาก $E = \frac{V}{\ell}$ แทนค่า E ลงในสมการ6.6 จะได้ $i = \sigma \frac{V}{\ell} A$

$$V = \frac{\ell}{\sigma A} i$$

ให้ $R = \frac{\ell}{\sigma A}$ จะได้กฎของโอห์ม เป็น

$$\boxed{V = iR} \qquad 6.7$$

6.5 ความต้านทาน

จากที่กำหนด $$R = \frac{\ell}{\sigma A} \qquad 6.8$$

R เรียกว่าความต้านทานของตัวนำมีหน่วยเป็นโอห์ม (Ω)

σ คือค่าสภาพนำไฟฟ้าของตัวนำมีหน่วยเป็น $(\Omega - m)^{-1}$ หรือ ซีเมน/เมตร (S/m)

ส่วนกลับของสภาพนำไฟฟ้า เรียกว่า สภาพต้านทานไฟฟ้า ใช้ตัวย่อ ρ

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \qquad 6.9$$

หน่วยของ ρ เป็น $(\Omega - m)$

ดังนั้น ตัวนำที่มีความยาว ℓ พื้นที่หน้าตัด A ทำด้วยวัสดุซึ่งมีสภาพต้านทาน ρ จะมีค่าความต้านทาน

$$R = \frac{\rho\ell}{A} \qquad 6.10$$

สูตร $R = \frac{\rho\ell}{A}$ นั้นใช้สำหรับตัวนำที่มีขนาดสม่ำเสมอที่อุณหภูมิคงตัว ค่า ρ ของตัวนำบางชนิดเปลี่ยนแปลงตามอุณหภูมิตามสูตร

$$\rho = \rho_{\circ}\left[1 + \alpha\left(T - T_{\circ}\right)\right] \qquad 6.11$$

เมื่อ ρ_0 คือ สภาพต้านทานที่อุณหภูมิอ้างอิง T_0

α คือสัมประสิทธิ์สภาพต้านทานไฟฟ้า

ส่วนกลับของความต้านทาน เรียกว่าความนำ (G)

$$G = \frac{1}{R}$$

หน่วยของความนำเป็นซีเมน (siemen) ใช้ตัวย่อ S

6.6 แรงเคลื่อนไฟฟ้า

กระแสไฟฟ้าสม่ำเสมอนั้นเกิดจากประจุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเฉลี่ยคงตัว การเคลื่อนที่ของประจุจึงจำเป็นต้องเป็นวงจรปิด

การที่จะให้ประจุเคลื่อนเป็นวงจรตลอดไปจะต้องมีแรงกระทำกับประจุ งานในการเคลื่อนที่หนึ่งหน่วยประจุไปครบวงจร เรียกว่า แรงเคลื่อนไฟฟ้า ของวงจร

แรงเคลื่อนไฟฟ้าจึงเป็นงาน ไม่ใช่แรง

ให้ $\mathcal{E}$ เป็นแรงเคลื่อนไฟฟ้าของวงจร จะได้

$$\mathcal{E} = \oint_L \frac{\vec{F} \cdot d\vec{L}}{Q} = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

หน่วยของ แรงเคลื่อนไฟฟ้าเป็นโวลต์เช่นเดียวกับความต่างศักย์ เพราะแรงเคลื่อนไฟฟ้าคือความต่างศักย์ตลอดวงจรนั่นเอง

ชนิดของแรงเคลื่อนไฟฟ้า

แรงเคลื่อนไฟฟ้า อาจมาจากการเหนี่ยวนำแม่เหล็ก เช่น การหมุนขดลวดในสนามแม่เหล็กทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าขึ้นในขดลวด หรืออาจจะเกิดจากความไม่เป็นเนื้อเดียวกันของสาร เป็นต้นว่า เมื่อมีเกรเดียนต์ของความร้อนเกิดขึ้นตรงรอยต่อระหว่างโลหะต่างชนิดกัน จะมีแรงเคลื่อนไฟฟ้าขึ้น เช่น ไฟฟ้าในเทอร์โมคับเปิล หรือ เกิดจากปฏิกิริยาเคมี เช่น ในเซลล์ไฟฟ้า เป็นต้น

6.7 กำลังและงานเมื่อกระแสไฟฟ้าผ่านตัวนำ

ให้กระแสไฟฟ้า I ผ่านตัวนำความต้านทาน R มีประจุ Q ผ่านพื้นที่หน้าตัดใดๆไปในเวลา t ความต่างศักย์ระหว่างปลายความต้านทาน เป็น V

พลังงานของประจุ Q ที่ผ่านความต่างศักย์ V มีค่า $U = QV$

กำลัง คือ งานต่อหน่วยเวลา

$$P = \frac{U}{t} = \frac{QV}{t} = IV$$

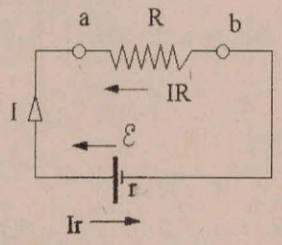
และจาก V = IR จะได้ กำลัง

$$P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R} \qquad 6.12$$

หน่วยของกำลังเป็น จูล / วินาที หรือ วัตต์

6.8 วงจรไฟฟ้ากระแสตรงที่มีเฉพาะความต้านทาน

สมมติวงจรประกอบด้วยความต้านทาน R ต่อคล่อมแบตเตอรี แรงเคลื่อนไฟฟ้า $\mathcal{E}$ ความต้านทานภายใน r มีกระแสไฟฟ้า I ไหลในวงจร ดังรูป



จากกฎของโอห์ม ความต่างศักย์ระหว่างปลายความต้านทาน R มีค่า $V_R = IR$

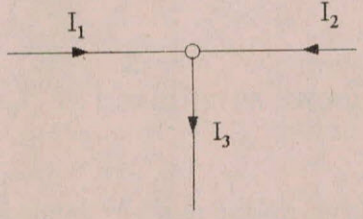
ศักย์ที่ a สูงกว่าศักย์ที่ b ดังนั้น อาจกล่าวได้ว่า เมื่อกระแส I ผ่านความต้านทาน R ทำให้เกิดศักย์ลด (voltage drop) มีค่า IR ก็ได้ ทำนองเดียวกันเมื่อกระแสผ่านความต้านทานภายใน r ก็เกิดศักย์ลด Ir

ศักย์ลดเป็นงาน จึงไม่มีทิศ แต่เพราะค่าลดลง เพื่อความสะดวกในการคำนวณ จึงอาจใส่ลูกศรของศักย์ลดให้ชี้ไปทางตรงข้ามกับทิศการไหลของกระแสไฟฟ้าก็ได้ งานนี้เป็นงานในการเคลื่อนประจุไฟฟ้าผ่านความต้านทานไป ซึ่งผู้ทำงานคือแบตเตอรี่ ดังนั้นจึงใส่ลูกศรให้แรงเคลื่อนไฟฟ้าของแบตเตอรี่ชี้ออกจากขั้วบวกของแบตเตอรี่ ได้ความสัมพันธ์ของแรงเคลื่อนไฟฟ้า และ ศักย์ลดตลอดวงจรเป็นดังนี้

$$\mathcal{E} = IR + Ir$$

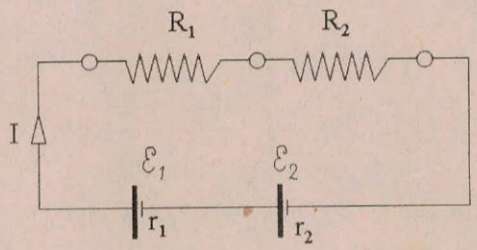
สำหรับวงจรที่ซับซ้อน เช่นมีความต้านทานต่อกันหลายแขนง มีวิธีคิดหลายวิธี วิธีหนึ่งคือใช้กฎของเคิร์ชฮอฟฟ์ (Kirchhoff ' s law) ซึ่งกล่าวไว้ ดังนี้

1. ที่จุดใด ๆ ในวงจรไฟฟ้า กระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้า เท่ากับกระแสไฟฟ้าที่ไหลออก



$$I_1 + I_2 = I_3$$

2. ในรอบวงปิดใด ๆ ในวงจร ศักย์ลดรวมตลอดวง เท่ากับแรงเคลื่อนไฟฟ้ารวมในวงนั้น

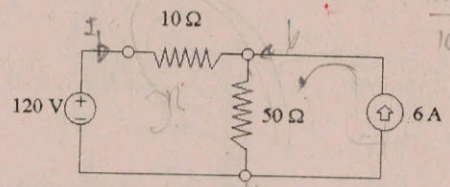


$$IR_1 + IR_2 + Ir_1 + Ir_2 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$$

หรือ

$$\boxed{\sum IR = \sum \mathcal{E}}$$

ตัวอย่าง 6.1 วงจรไฟฟ้า ประกอบด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสตรงสองเครื่อง เครื่องหนึ่งมีแรงเคลื่อนไฟฟ้า 120 V อีกเครื่องหนึ่งไม่ทราบค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้า แต่ทราบว่า เมื่อต่อเป็นวงจรกับตัวต้านทาน ดังรูป มีกระแสไฟฟ้าผ่าน 6A



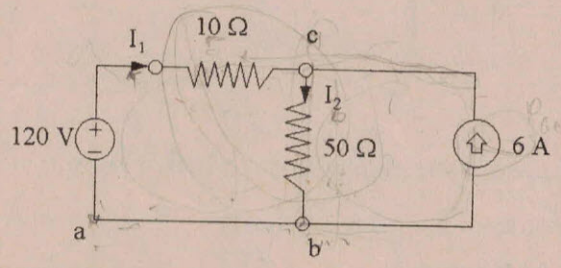
ก. จงหากระแสไฟฟ้าที่ผ่านความต้านทานแต่ละตัว

ข. ทดสอบความถูกต้องโดยหากำลังที่เสียไป และกำลังที่ได้

<u>วิธีทำ</u>

การสมมติกระแสไฟฟ้าและใช้กฎข้อ 2 ของเคิร์ชฮอฟฟ์ ทำได้หลายวิธี วิธีหนึ่งทำดังนี้

ให้กระแสไฟฟ้า I_1 ผ่านตัวต้านทาน 10 โอห์ม I_2 ผ่ายตัวต้านทาน 50 โอห์ม ดังรูป



ก. กฎข้อหนึ่งของเคิร์ชฮอฟฟ์

กระแสไฟฟ้าเข้าที่จุด C เท่ากับกระแสออก $I_1 + 6 = I_2$ ... 1

กฎข้อสองของเคิร์ชฮอฟฟ์

ภายในวง abca $\sum \varepsilon = \sum IR$ $120 = 10\ I_1 + 50\ I_2$ 2

จากสมการ 1 และ 2 ได้ $I_1 = -3$ A, $I_2 = 3$ A <u>ตอบ</u>

เครื่องหมายลบ แสดงว่า กระแสไฟฟ้าที่ผ่าน ตัวต้านทาน 10 โอห์มไหลทางตรงข้ามกับทิศที่สมมติไว้

ข. กำลังที่ตัวต้านทาน 10 Ω ดูดกลืนไป $P_{10} = I_1^2 R_{10} = (-3)^2(10) = 90$ W

กำลังที่ตัวต้านทาน 50 Ω ดูดกลืนไป $P_{50} = I_2^2 R_{50} = (3)^2(50) = 450$ W

สำหรับกรณีนี้ เครื่องกำเนิดไฟฟ้า 120 V เป็นตัวดูดกลืนพลังงานเหมือนตัวต้านทาน เพราะ กระแสไฟฟ้าเข้าทางขั้วบวก

กำลังที่เสียให้กับเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีค่า $P_{120} = I_1 V_{120} = (3)(120) = 360$ W

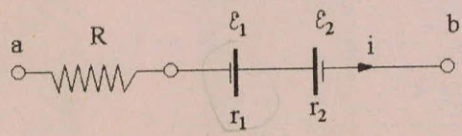
รวมกำลังที่เสียไป 90 + 450 + 360 = 900 W

กำลังนี้ได้มาจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 6 A ซึ่งมีความต่างศักย์ระหว่างขั้ว เท่ากับความต่างศักย์ระหว่างปลายตัวต้านทาน 50 Ω นั่นคือ $V_{ab} = (3)(50) = 150$ V

กำลังที่วงจรได้รับ $P_{6A} = IV = (6)(150) = 900$ W

กำลังที่ได้รับเท่ากับกำลังที่เสียไป

<u>การหาความต่างศักย์ระหว่างจุดสองจุดในวงจร</u>



ให้ a b เป็นส่วนหนึ่งของวงจร ซึ่งทราบแล้วว่ามีกระแสไฟฟ้า i ไหลจาก a ไป b

ต้องการทราบความต่างศักย์ระหว่าง a กับ b มีวิธีคิดดังนี้

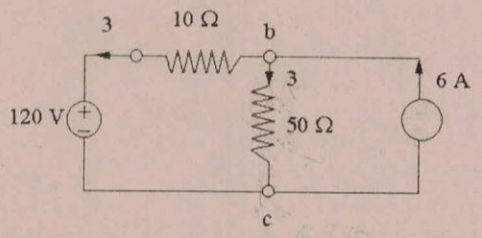
1. เพราะกระแสไฟฟ้า i ไหลจาก a ไป b จึงให้ V_{ab} มีเครื่องหมายบวก เสมือนหนึ่งเป็นแรงเคลื่อนไฟฟ้าจากส่วนที่เหลือของวงจร ดันไฟฟ้าให้ไหลจาก a ไป b
2. นอกจาก V_{ab} ยังมี $\mathcal{E}_1$ ดันไฟฟ้าให้ไหลจาก a ไป b เช่นเดียวกันจึงเป็นบวกด้วย
3. $\mathcal{E}_2$ ดันไฟฟ้ากลับจาก bไป a จึงมีเครื่องหมายลบ
4. จากกฎของเคิร์ชฮอฟฟ์ $\sum \mathcal{E} = \sum IR$

$$V_{ab} + \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = ir_1 + ir_2 + iR$$

เมื่อแทนค่าแล้ว ถ้าได้ V_{ab} เป็นบวกแสดงว่าศักย์ที่ a สูงกว่าศักย์ที่ b

ถ้าได้ V_{ab} เป็นลบแสดงว่าศักย์ที่ b สูงกว่าศักย์ที่ a

จากตัวอย่าง 6.1 ทราบค่ากระแสไฟฟ้าแล้ว ดังรูป จะหาความต่างศักย์ระหว่าง b และ c ได้ดังนี้

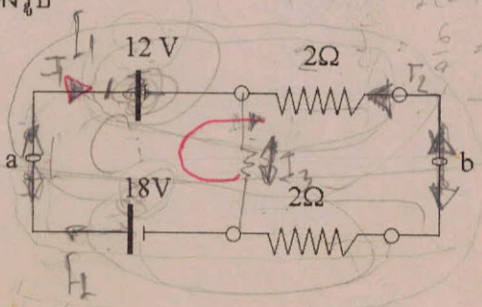


คิดสายกลาง $V_{bc} = iR = (3)(50) = 150$ โวลต์ ศักย์ที่ b สูงกว่า c

คิดสายทางซ้ายมือ $V_{bc} - 120 = iR = (3)(10)$

$V_{bc} = 150$ โวลต์ ศักย์ที่ b สูงกว่า c เหมือนกัน

แบบฝึกหัด 6.1 วงจร ดังรูป



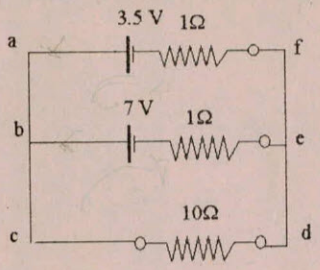
ก. จงหากระแสไฟฟ้าในวงจร ตอบ 1.5 A

ข. จงหาความต่างศักย์ระหว่างจุด a กับ b ตอบ 15 V ศักย์ที่ a สูงกว่า b

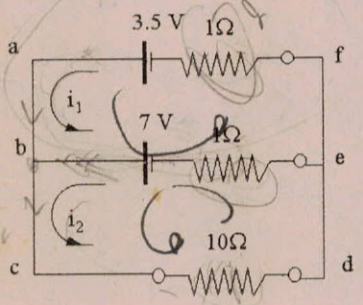
ค. จงหากำลัง ที่เสียไป ในวงจร และกำลังที่ได้จากแบตเตอรี่ ดูว่าเท่ากันหรือไม่

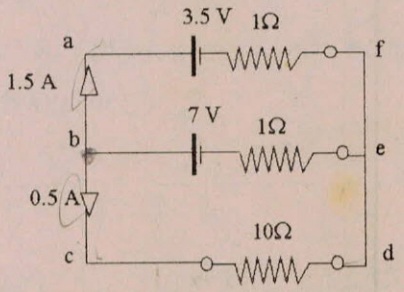
การสมมติกระแสไฟฟ้า นอกจากสมมติ ค่าในแต่ละเส้น ดังตัวอย่าง ข้างต้นแล้ว อาจสมมติค่ากระแสในแต่ละวง สำหรับสายที่ร่วมกันสองวงให้รวมกระแสทั้งสองวงตามที่สมมติ ดังตัวอย่าง 6.2

ตัวอย่าง 6.2 จงหากระแสไฟฟ้าที่ผ่านเส้นทาง ต่างๆ ในวงจรข้างล่างนี้



วิธีทำ สมมติกระแสไฟฟ้าในวง a b e f a เป็น i_1 กระแสไฟฟ้าในวง b c d e b เป็น i_2 วน ดังรูปซ้าย





จาก $\sum \mathcal{E} = \sum IR$ คิดเครื่องหมายตามที่สมมติ

วง abefa
$$3.5 - 7 = (i_1)(1\Omega) + (i_1 - i_2)(1\Omega)$$
$$-3.5 = 2i_1 - i_2 \qquad 1$$

วง bcdeb
$$7 = (i_2 - i_1)(1\Omega) + (i_2)(10\Omega)$$
$$7 = -i_1 + 11i_2 \qquad 2$$

ถอดสมการ 1 และ 2 ได้ i_1 = -1.5 A, i_2 = 0.5 A

ค่าลบ แสดงว่ากระแสไฟฟ้าไหลไปทางตรงข้ามกับที่สมมติไว้

กระแสจริงจะเป็นดังรูป ขวา นั่นคือ กระแสไหลจาก a ไป f 1.5 A

และ ไหลจาก c ไป d 0.5 A

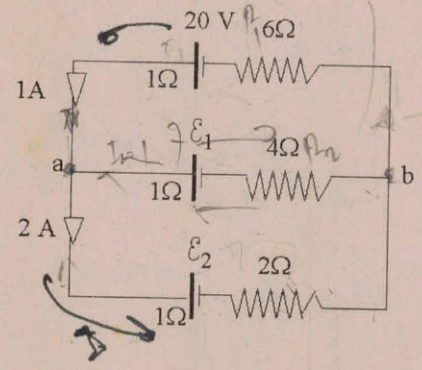
กระแสเข้าที่ b เท่ากับกระแสออกจาก b

ดังนั้นเส้นกลาง มีกระแสไหล 1.5 + 0.5 = 2.0 A ไหลจาก e ไป b ตอบ

แบบฝึกหัด 6.2 วงจรข้างล่างนี้ จงหา

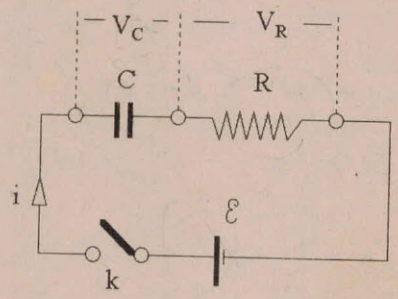
* ก.ความต่างศักย์ระหว่าง a และb ตอบ 13 V

ข. $\mathcal{E}_1$ และ $\mathcal{E}_2$ ตอบ $\mathcal{E}_1 = 18$ V, $\mathcal{E}_2 = 7$ V



6.9 วงจรการรับประจุและคายประจุของตัวเก็บประจุ

ก. การรับประจุ



ต่อตัวเก็บประจุ C กับตัวต้านทาน R เป็นวงจรกับแบตเตอรี่ ดังรูป เมื่อกดสวิตช์ k จะมีกระแสไหลในวงจร และให้ประจุแก่ตัวเก็บประจุ กระแสไฟฟ้าในวงจรนี้ไม่คงตัว

เมื่อเวลา t ใดๆให้กระแสไฟฟ้าในวงจรเป็น i ประจุไฟฟ้าในตัวเก็บประจุเป็น q

ความต่างศักย์ระหว่างขั้วของตัวเก็บประจุ $V_c = \frac{q}{C}$

ความต่างศักย์ระหว่างขั้วของตัวต้านทาน $V_R = iR$

จากกฎของเคิร์ชฮอฟฟ์ $V_C + V_R = \mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad \frac{q}{C} + iR = E$

$$\frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} = \mathcal{E}$$

ให้ $\mathcal{E}C = Q_\circ \quad \Rightarrow \quad q + RC\frac{dq}{dt} = Q_\circ$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{Q_\circ - q}{RC}$$

$$\frac{dq}{Q_\circ - q} = \frac{dt}{RC}$$

$$\frac{d(Q_\circ - q)}{(Q_\circ - q)} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\ell n(Q_\circ - q) = -\frac{t}{RC} + \text{const}$$

เมื่อเวลา $t = 0$ ประจุ $q = 0 \quad \therefore \quad \text{const} = \ln Q_0$

$$\ell n(Q_\circ - q) = -\frac{t}{RC} + \ell n Q_0$$

$$\ell n\frac{(Q_\circ - q)}{Q_\circ} = -\frac{t}{RC}$$

$$\frac{Q_\circ - q}{Q_\circ} = e^{-t/RC}$$

$$q = Q_\circ(1 - e^{-t/RC}) \qquad (1)$$

หรือ $q = \mathcal{E}C(1 - e^{-t/RC})$

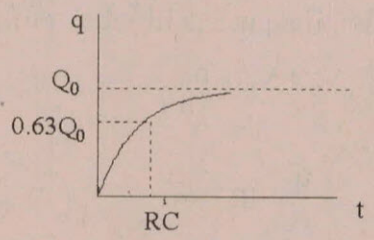
เมื่อ $t = \infty$, $q = Q_\circ$ ดังนั้น $Q_\circ$ คือ ประจุที่ตัวเก็บประจุรับไว้เต็มที่

RC เป็นค่าคงตัว เรียกว่าค่าคงตัวเวลา (time constanst หรือ relaxation time)

เมื่อเวลา t = RC $\quad q = Q_{\circ}\left(1-\frac{1}{e}\right) = 0.63\ Q_{\circ}$

ดังนั้นภายในเวลา RC วินาที จะได้ประจุในตัวเก็บประจุประมาณ 0.63 ของประจุเมื่อเต็ม

เขียนกราฟระหว่างประจุ ในตัวเก็บประจุเป็นฟังก์ชันของเวลาตามสมการ 1 จะได้ ดังรูป



ถ้าดิฟเฟอเรนซิเอตสมการ (1) เทียบกับเวลาจะได้ $\frac{dq}{dt} = \frac{Q_{\circ}}{RC}e^{-t/RC}$

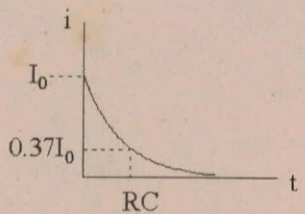
$$i = \frac{Q_{\circ}}{RC}e^{-t/RC} \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\varepsilon}{R}e^{-t/RC} \quad \Rightarrow \quad i = I_0 e^{-t/RC} \qquad (2)$$

$I_{\circ} = \frac{\varepsilon}{R}$ เป็นกระแสไฟฟ้าสูงสุด เมื่อเวลา t = 0 นั่นคือเมื่อเริ่มต้นกระแสในวงจรมีค่าสูงสุด

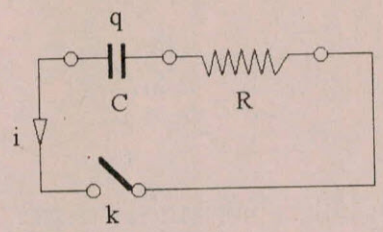
เวลา $t = \infty$ กระแสไฟฟ้า i = 0 เมื่อประจุเต็มแล้วไม่มีกระแสไฟฟ้าไหลอีกต่อไป

เมื่อเวลา t = RC กระแสไฟฟ้า $i = \frac{I_{\circ}}{e} = 0.37I_{\circ}$

เขียนกราฟของกระแสไฟฟ้าเป็นฟังก์ชันของเวลาตามสมการ 2 ได้ดังนี้



ข. การคายประจุ



สมมติ ตัวเก็บประจุ C มีประจุเต็ม Q_o ต่อเป็นวงจรกับตัวต้านทาน R ดังรูป เมื่อสับสวิตช์ k ลง ตัวเก็บประจุจะคายประจุให้วงจร

ให้ประจุในตัวเก็บประจุที่เวลาใดๆเป็น q กระแสไฟฟ้าในวงจรเป็น i

จาก $\sum V = 0, \quad V_C + V_R = 0$

$$\frac{q}{C} + IR = 0$$

$$\frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} = 0$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\ell n\, q = -\frac{t}{RC} + \text{const.}$$

เมื่อ $t = 0, \; q = Q_o \qquad \therefore \qquad \text{const} = \ell n Q_o$

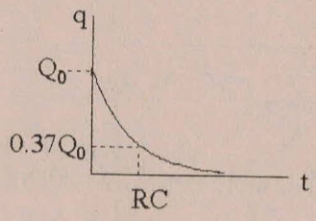
$$\ell n \frac{q}{Q_o} = -\frac{t}{RC}$$

$$q = Q_o\, e^{-t/RC} \qquad (3)$$

เมื่อ เวลา $t = 0, \quad q = Q_o$ เมื่อ เวลา $t = \infty, \quad q = 0$

เมื่อ เวลา $t = RC$ $$q = \frac{Q_0}{e} = 0.37Q_0$$

เมื่อเวลาในการคายประจุ เท่ากับค่าคงตัวเวลา RC ของวงจร ประจุจะเหลือ 0.37 เท่าของประจุเดิม เขียนกราฟการคายประจุตามสมการ 3 ได้ ดังรูป



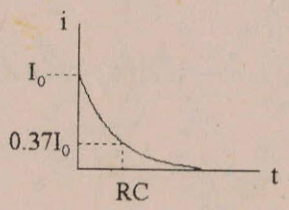
ดิฟเฟอเรนชิเอต สมการ 3 เทียบกับเวลา

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{Q_o}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i = -\frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

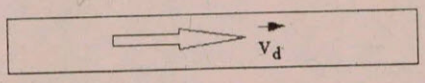
$$i = -I_o e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (4)$$

กระแสไฟฟ้าลดลงอย่างเอกซ์โพเนนเชียลเช่นเดียวกับประจุไฟฟ้า ที่ได้เครื่องหมายลบเพราะกระแสไฟฟ้าไหลในทางตรงข้ามกับการให้ประจุ เขียนกราฟกระแสไฟฟ้าในการคายประจุ ตามสมการ 4 ได้ดังนี้



แบบทดสอบที่ 6

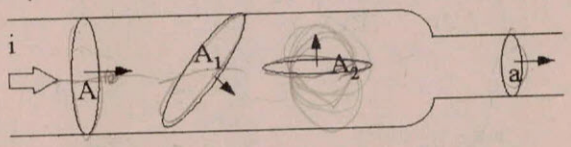
6.1 ถ้า ความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอน $(\vec{v}_d)$ ในเส้นลวดตัวนำมีทิศจากซ้ายไปขวา ดังรูป



ทิศของสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ และทิศการไหลของกระแสไฟฟ้า I ในเส้นลวด จะไปทางไหน

ตอบ ทั้ง $\vec{E}$ และ I มีทิศชี้จากขวาไปซ้าย

6.2 ลวดเส้นหนึ่งมีขนาดไม่คงตัว ส่วนเล็กมีพื้นที่หน้าตัด a ส่วนใหญ่มีพื้นที่หน้าตัด A และมีพื้นที่ A_1 ทำมุม 45 องศา กับแกนเส้นลวด พื้นที่ A_2 อยู่บนแนวแกนเส้นลวด ดังรูป



ถ้ากระแสไฟฟ้า i ผ่านพื้นที่ A อย่างสม่ำเสมอ (uniform) จงหา

ก. กระแสไฟฟ้าที่ผ่าน พื้นที่ a, ตอบ i

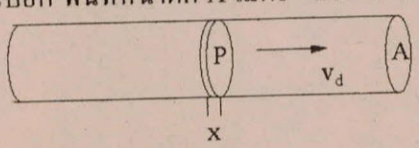
ข. กระแสไฟฟ้าที่ผ่าน A_1 ตอบ i

ค.กระแสไฟฟ้าที่ผ่าน A_2 ตอบ ศูนย์

ง. ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าในลวดส่วนใหญ่ ตอบ $\frac{i}{A}$

จ. ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าในลวดส่วนเล็ก ตอบ $\frac{i}{a}$

6.3 ลวดทรงกระบอก พื้นที่หน้าตัด A เมตร^2 มีอิเล็กตรอนอิสระ n ตัว/เมตร^3



ก. จำนวนอิเล็กตรอนอิสระ ในส่วนที่แรเงายาว x เมตรมีกี่ตัว ตอบ nAx

ถ้าทำให้ปลายทั้งสองมีความต่างศักย์ อิเล็กตรอนมีความเร็วลอยเลื่อน v_d

ข. อิเล็กตรอนในปริมาตรแรเงาจะผ่านพื้นที่ P ไปหมดในเวลาเท่าใด ตอบ $\frac{x}{v_d}$

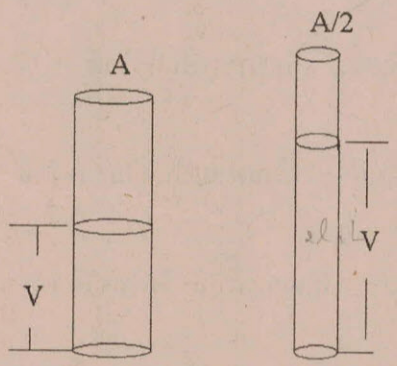
ค. อิเล็กตรอนที่ผ่านพื้นที่ P ไปในเวลาหนึ่งวินาทีจะมีจำนวนกี่ตัว ตอบ nAv_d

ง. กระแสไฟฟ้าในลวดเส้นนี้มีค่าเท่าใด ตอบ $nAev_d$

จ. ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าในลวดเส้นนี้มีค่าเท่าใด ตอบ nev_d

6.4 ของเหลวมีไอออนบวกซึ่งมีประจุ + e จำนวน N ไอออนต่อหน่วยปริมาตร และมีไอออนลบ ซึ่งมีประจุ -e จำนวน N ไอออนต่อหน่วยปริมาตร เท่ากัน เมื่อทำให้เกิดความต่างศักย์ V ขึ้นในของเหลว ไอออนบวกจะมีความเร็วลอยเลื่อน v ไอออนลบมีความเร็วลอยเลื่อน 6v ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าเป็นเท่าใด ตอบ 7 Nev

6.5 เริ่มต้น บรรจุปรอทในภาชนะรูปทรงกระบอก แล้วทำให้ปลายทั้งสองของลำปรอทมีความต่างศักย์ V ต่อจากนั้น เทปรอททั้งหมดลงในภาชนะใหม่รูปทรงกระบอกที่มีพื้นที่หน้าตัดครึ่งหนึ่งของภาชนะเดิม แล้วทำให้มีความต่างศักย์ระหว่างปลายเป็น V เท่าเดิม การกระทำเช่นนี้ ทำให้สิ่งต่อไปนี้ เปลี่ยนแปลงอย่างไร



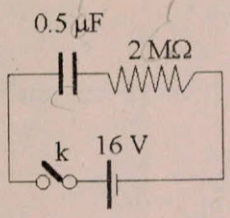
ก. สภาพต้านทาน ตอบ เท่าเดิม

ข. สนามไฟฟ้าภายในปรอท ตอบ เหลือครึ่งหนึ่ง

ค. ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า ตอบ เหลือครึ่งหนึ่ง

ง. ความต้านทาน ตอบ เป็นสี่เท่า

6.6 ในวงจรให้ประจุแก่ตัวเก็บประจุ ดังรูป



ก. จงหาสมการแสดงประจุในตัวเก็บประจุเป็นฟังก์ชันของเวลา ตอบ $q = 8\times10^{-6}(1-e^{-t})$

ข. จงหาค่าคงตัวเวลา ตอบ 1 วินาที

ค. เมื่อเวลาอนันต์ มีประจุในตัวเก็บประจุเท่าใด ตอบ 8×10^{-6} C

ฆ. เมื่อเวลา t= 1.39 วินาที มีประจุในตัวเก็บประจุเท่าใด ตอบ 6×10^{-6} C

ง. เมื่อเวลา t=0 กระแสไฟฟ้าในวงจรเป็นเท่าใด ตอบ 8 μA

จ. เมื่อเวลา t=0 ความต่างศักย์ระหว่างขั้วตัวเก็บประจุเป็นกี่โวลต์ ตอบ ศูนย์

ฉ. เมื่อเวลา t=0 อัตราการให้ความร้อนของตัวต้านทานเป็นกี่ไมโครวัตต์ ตอบ 128

ช. เมื่อเวลา t=0 อัตราการให้พลังงานของแบตเตอรี่เป็นกี่ไมโครวัตต์ ตอบ 128

ซ. เมื่อเวลา t=0 อัตราการรับพลังงานของตัวเก็บประจุเป็นกี่วัตต์ ตอบ ศูนย์

ฌ. เมื่อเวลา $t=\infty$ อัตราการให้พลังงานของแบตเตอรี่เป็นกี่ไมโครวัตต์ ตอบ ศูนย์

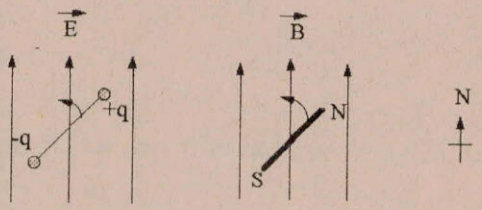
ญ. จงแสดงว่าค่าคงตัว เวลา RC มีหน่วยเป็นวินาที

บทที่ 7

สนามแม่เหล็กสถิต

7.1 ความเป็นมาของความรู้เรื่องสนามแม่เหล็ก

เป็นที่ทราบกันมาแต่โบราณว่า เมื่อนำแท่งแม่เหล็กถาวรผูกเชือกแขวนในแนวดิ่ง แท่งแม่เหล็กจะกวัดแกว่งไปมา ในที่สุดจะหยุดวางตัวในแนวเหนือใต้ของโลก เราเรียกปลายที่ชี้ทิศเหนือว่าขั้วเหนือ (N) และปลายที่ชี้ทิศใต้ว่าขั้วใต้ (S) ของแท่งแม่เหล็ก และทราบด้วย ว่าขั้วต่างกันของแม่เหล็กดูดกัน และขั้วเหมือนกันผลักกัน คล้ายกับเรื่องกฎของคูลอมบ์ในไฟฟ้าสถิต แต่ก็มีความแตกต่างกันที่สำคัญ คือ ไม่อาจแยกขั้วเหนือใต้ของแม่เหล็กออกจากกันได้เหมือนการแยกประจุไฟฟ้า แม่เหล็กจะปรากฏมี 2 ขั้ว พร้อมกันเสมอไม่ว่าจะตัดลงให้สั้นเท่าใดก็ตาม ขั้วคู่ของแม่เหล็กถาวรนี้ประพฤติตัวเหมือนขั้วคู่ไฟฟ้า คือ เมื่อนำไปวางในสนามแม่เหล็กจะเกิดทอร์กขึ้นกับแท่งแม่เหล็กถาวร ทำให้แท่งแม่เหล็กหมุนไปวางตัวอยู่ในสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ เช่นเดียวกับขั้วคู่ไฟฟ้าเมื่อวางตัวในสนาม $\vec{E}$



การที่มีทอร์กกระทำกับแท่งแม่เหล็กถาวรนี้เป็นการบอกว่า มีสนามแม่เหล็ก ($\vec{B}$) ณ ตำแหน่งที่นำแม่เหล็กถาวรไปวาง และทิศของ $\vec{B}$ อยู่ในแนวแกน S - N ของแท่งแม่เหล็ก

ในปี 1819 เออร์สเตดพบว่า เมื่อ นำเข็มทิศ วางขนานกับลวดตัวนำแล้วผ่านกระแสไฟฟ้าเข้าไปในตัวนำ จะทำให้เข็มทิศเบนไปจากเดิม นับเป็นการสังเกตครั้งแรกว่า กระแสไฟฟ้าเป็นแหล่งกำเนิดของสนามแม่เหล็ก

เออร์สเตดได้ทดลองหาลักษณะของสนามแม่เหล็กจากกระแสไฟฟ้าในลวดยาวมาก และในขดลวดโซเลนอยด์ ได้พบว่า สนามแม่เหล็กในขดโซเลนอยด์ มีลักษณะคล้ายสนามแม่เหล็กจากแท่งแม่เหล็กถาวรมาก และสนามแม่เหล็กจากลวดขดเดียวก็คล้ายกับแม่เหล็กแท่งสั้น เป็นที่เชื่อกันในปัจจุบันว่าปรากฏการณ์ต่างๆ ทางแม่เหล็กนั้น เกิดจากประจุไฟฟ้าที่เคลื่อนที่ทั้งสิ้น

7.2 สนามแม่เหล็ก ($\vec{B}$)

เมื่อวางประจุไฟฟ้า q ที่ตำแหน่งใดๆในปริภูมิ ถ้ามีแรง F กระทำกับประจุนั้น เรากล่าวว่า บริเวณนั้นมีสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ แรงที่สนามไฟฟ้า $\vec{E}$ กระทำกับประจุ q มีค่า

$$\vec{F} = q\vec{E} \qquad 7.1$$

ถ้าประจุไฟฟ้า q เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ ในบริเวณใดแล้วมีแรง (นอกเหนือจากแรงในสมการ 7.1) กระทำกับประจุ เรากล่าวว่า บริเวณนั้นมีสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ แรงที่สนามแม่เหล็กกระทำกับประจุนั้น พบว่ามีทิศตั้งฉากกับความเร็ว และตั้งฉากกับทิศสนามแม่เหล็ก มีขนาดแปรตามขนาดของความเร็วและขนาดสนามแม่เหล็ก

ความสัมพันธ์ของ แรง $\vec{F}$ ประจุ q ความเร็ว $\vec{v}$ และ สนาม $\vec{B}$ เป็นไปตามสมการ

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad 7.2$$

จากการวัดความเร็ว และแรงที่เกิดขึ้นกับประจุ ทำให้กำหนด หน่วย ของสนามแม่เหล็กได้ ดังนี้

เมื่อแรง เป็นนิวตัน ประจุเป็นคูลอมบ์ ความเร็วเป็นเมตร/วินาที

หน่วยของ $\vec{B}$ เป็น **นิวตัน.วินาที/คูลอมบ์. เมตร**

หรือ โวลต์.วินาที/ตารางเมตร

ทำนองเดียวกับสนามไฟฟ้า อาจมองสนามแม่เหล็กเป็นเส้น ดังนั้น $\vec{B}$ จึงเป็นความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กนั่นเอง

ฟลักซ์แม่เหล็ก Φ_B ที่ผ่านพื้นที่ S จะมีค่า

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

หน่วยของฟลักซ์แม่เหล็กเป็นเวเบอร์ (weber) ใช้สัญลักษณ์ Wb

ดังนั้นสนาม $\vec{B}$ หรือ ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก จึง มีหน่วยเป็น **เวเบอร์/ตารางเมตร** (Wb/m^2)

ในระบบ SI วัดค่าสนามแม่เหล็ก เป็น เทสลา (tesla) ใช้ตัวย่อ T

$$1\ T \equiv 1\ Wb/m^2$$

เดิมเคยกำหนดหน่วยของสนามแม่เหล็กเป็น เกาส์ (gauss) ซึ่งมีค่าน้อยกว่า เทสลา คือ

$$1 \text{ gauss} = 10^{-4} \text{ tesla}$$

7.3 ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก $\vec{B}$ และความเข้มสนามแม่เหล็ก $\vec{H}$

เปรียบเทียบสนามแม่เหล็กสถิตกับสนามไฟฟ้าสถิต จะเห็นว่า

สนามไฟฟ้าสถิตเกิดจากประจุไฟฟ้าอยู่นิ่ง

สนามแม่เหล็กสถิตเกิดจาก ประจุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว

ในไฟฟ้าสถิตได้กำหนด ความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า $\vec{D}$ มีความสัมพันธ์กับ ความเข้มสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ ตามสมการ $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$

ในตัวกลางสุญญากาศ $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$

ทำนองเดียวกัน สำหรับสนามแม่เหล็กสถิต กำหนดความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก เป็น $\vec{B}$ และความเข้มสนามแม่เหล็กเป็น $\vec{H}$ ซึ่งมีความสัมพันธ์กัน ดังนี้

$$\vec{B} = \mu\vec{H}$$

ในตัวกลางสุญญากาศ $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$

μ เป็นค่าคงตัวสำหรับตัวกลาง เรียกว่า สภาพให้ซึมได้แม่เหล็ก (magnetic permeability) ของตัวกลาง

μ_0คือ สภาพให้ซึมได้แม่เหล็กของสุญญากาศ

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$ เฮนรี/เมตร

มีกฎสำคัญเกี่ยวกับสนามแม่เหล็กสถิตอยู่สองกฎ คือ

1. กฎของบิโอต์ - สวัต (Biot-Savart 's law)
2. กฎของแอมแปร์ (Ampere's circutal law)

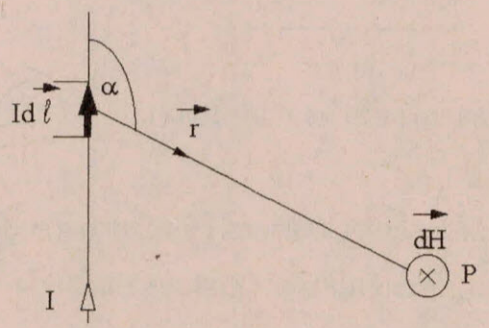
เปรียบเทียบกับสนามไฟฟ้า กฎของบิโอต์ สวัต จะคล้ายกับกฎของคูลอมบ์ ส่วนกฎของแอมแปร์คล้ายกฎของเกาส์

7.4 กฎของบิโอต์ สวัต

เมื่อกระแสไฟฟ้า I ไหลผ่านเส้นลวดจะเกิดสนามแม่เหล็กขึ้นรอบเส้นลวด การหาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้านี้ ทำโดยแบ่งเส้นลวดออกเป็นส่วนเล็กๆ ยาว $d\ell$ ให้มีทิศตามทิศการไหลของกระแสไฟฟ้า เขียนเป็นเวกเตอร์ $d\vec{\ell}$

ผลคูณของกระแสไฟฟ้า I และ เวกเตอร์ $d\vec{\ell}$ เรียกว่า ส่วนกระแสไฟฟ้า (current element)

$Id\vec{\ell}$ เป็นแหล่งเล็กๆที่ทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก $d\vec{H}$ เช่นเดียวกับประจุ dq ทำให้เกิดสนามไฟฟ้า $d\vec{E}$ ในไฟฟ้าสถิต



รูป 7.2 สนามแม่เหล็กที่จุด P มีทิศตรงเข้าสู่หน้ากระดาษ

กฎของบิโอต์ สวัต กล่าวว่า ความเข้มสนามแม่เหล็ก $d\vec{H}$ ที่จุด P ใดๆ เนื่องจากชิ้นส่วนกระแสไฟฟ้า $Id\vec{\ell}$ จะแปรตามขนาดของ $Id\vec{\ell}$ และ ค่า sine ของมุมที่ $Id\vec{\ell}$ กระทำกับเส้นตรงต่อจาก $Id\vec{\ell}$ ไปยัง P และแปรกลับกับกำลังสองของระยะนั้น

$$dH \propto \frac{Id\ell \sin\alpha}{r^2}$$

$$dH = \frac{k\, Id\ell \sin\alpha}{r^2}$$

k เป็นค่าคงตัวของการแปร

ในระบบ หน่วย SI $k = \frac{1}{4\pi}$

ทิศของ $d\vec{H}$ ตรงเข้าสู่หน้ากระดาษ

จึงเขียนกฎของบิโอต์ สวัต เป็นเวกเตอร์จะได้ ดังนี้

$$d\vec{H} = \frac{Id\vec{\ell} \times \hat{r}}{4\pi r^2} \qquad 7.3$$

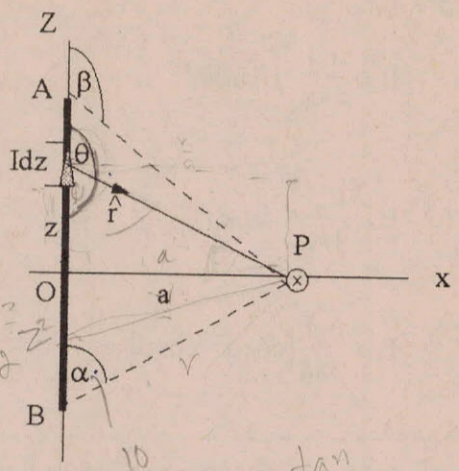
เมื่อ $\hat{r}$ เป็นเวกเตอร์หน่วย ชี้จาก $Id\vec{\ell}$ ไปยัง P

ทิศของ $d\vec{H}$ เป็นไปตามกฎการคูณเวกเตอร์ คือกำมือขวา จาก $d\vec{\ell}$ ไปยัง $\hat{r}$ นิ้วหัวแม่มือจะชี้ทิศของ $d\vec{H}$ ซึ่งตามรูปจะชี้เข้าสู่หน้ากระดาษตามความเป็นจริง

ถ้าเขียนกฎของบิโอต์ สวัต ในรูปสนาม $\vec{B}$ ในสุญญากาศ จะได้

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o Id\vec{\ell} \times \hat{r}}{4\pi r^2} \qquad 7.4$$

ตัวอย่าง 7.1 กระแสไฟฟ้า I ไหลผ่านเส้นลวด AB จงหาค่าสนาม $\vec{B}$ ที่จุด P ซึ่งอยู่ห่างออกไปจากลวดเป็นระยะ a ให้เส้น AB ทำมุม α, β กับเส้น AP และ BP ตามลำดับ ดังรูป



<u>วิธีทำ</u>

ตั้งแกนแกน Z ให้ผ่านเส้นลวด AB

ที่ตำแหน่ง z ใดๆ แบ่งเส้นลวดเป็นส่วนเล็กๆยาว dz

ให้ $Id\vec{z}$ อยู่ห่าง P เป็นระยะ r และทำมุม θ กับ $\hat{r}$ ดังรูป

จากกฎของบิโอต์ สวัต $$B = \frac{\mu_o I}{4\pi}\int \frac{d\vec{z}\times\hat{r}}{r^2}$$

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi}\int \frac{\sin\theta dz}{r^2} \qquad 1$$

มีตัวแปรสามตัวคือ r, z, θ ทำให้เหลือ θ ตัวเดียวโดยดูจากรูป

$$\frac{a}{r} = \sin(180^o - \theta) = \sin\theta$$

$$r = a\cos ec\theta \qquad 2$$

$$\frac{z}{a} = \cot(180^o - \theta) = -\cot\theta$$

$$z = -a\cot\theta$$

$$dz = a\cos ec^2\theta\, d\theta \qquad 3$$

แทนค่า สมการ 2 และ 3 ใน 1

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi a}\int_{\theta=\alpha}^{\theta=\beta} \sin\theta d\theta$$

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi a}(-\cos\theta)\Big|_{\alpha}^{\beta}$$

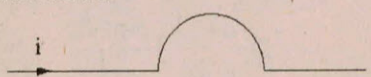
$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi a}(\cos\alpha - \cos\beta) \qquad \underline{\text{ตอบ}}$$

<u>แบบฝึกหัด 7.1</u> จากตัวอย่าง 7.1 ถ้าลวดยาวมาก สนามแม่เหล็กที่จุด P จะมีค่าเท่าใด

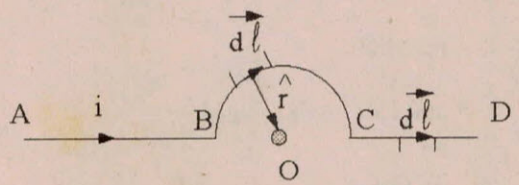
<u>ตอบ</u> $B = \frac{\mu_o I}{2\pi a}$

<u>หมายเหตุ</u> เมื่อลวดยาวมาก $\alpha \approx 0$, $\beta \approx \pi$

<u>ตัวอย่าง 7.2</u> กระแสไฟฟ้า i ผ่านลวดงอ ดังรูป ส่วนที่เป็นครึ่งทรงกลม มีรัศมี a จงหาสนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลางครึ่งวงกลม



<u>วิธีทำ</u> แบ่งเส้นทางเป็นส่วนเล็กๆยาว $d\ell$



จากรูป จะเห็นว่า ตามเส้นทาง AB, $id\vec{\ell}$ และ $\hat{r}$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกันทำมุม 0° ต่อกัน

บนเส้น CD , $id\vec{\ell}$ และ $\hat{r}$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกันทำมุม 180° ต่อกัน

ดังนั้นทั้งสองเส้นได้ $id\vec{\ell} \times \hat{r} = 0$ ไม่มีสนามแม่เหล็กจากกระแสไฟฟ้าในเส้นทั้งสอง

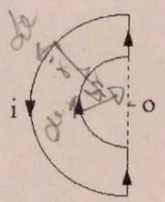
เหลือแต่กระแสไฟฟ้าในส่วนที่เป็นครึ่งวงกลม มีเวกเตอร์ $id\vec{\ell}$ ตั้งฉากกับ $\hat{r}$

ได้สนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลางมีค่า $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{\ell} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$

$$dB = \frac{\mu_0 i d\ell}{4\pi a^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi a^2} \int_B^C d\ell = \frac{\mu_0 i}{4\pi a^2}\left(\frac{2\pi a}{2}\right) = \frac{\mu_0 i}{4a}$$ ตอบ

แบบฝึกหัด 7.2 กระแสไฟฟ้า i ไหลวนในเส้นลวดครึ่งวงกลมซ้อนกัน รัศมีวงใน R_1 รัศมีวงนอก R_2 ดังรูป



จงหาสนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลาง O ตอบ $\frac{\mu_0 i}{4}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

7.5 กฎของแอมแปร์

ใช้หาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากการไหลของกระแสไฟฟ้า กล่าวว่า

ถ้าเขียนวงปิด L ล้อมรอบพื้นที่ S ในบริเวณใดๆ อินทิกรัลเชิงเส้นของสนามแม่เหล็กตลอดวงปิด L นั้น มีค่าเท่ากับ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านพื้นที่ S ซึ่งล้อมรอบโดยวง L นั้น

เขียนเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i_{enclosed}$$

$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ เป็นงานของสนามแม่เหล็กรอบวงปิด L

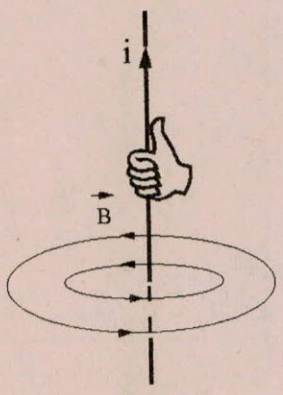
$I_{endosed}$ เป็นกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านพื้นที่ที่ล้อมรอบด้วยวง L

การคำนวณจึงต้องเลือกเขียนวง L ให้สามารถอินทิเกรตได้ ทำนองเดียวกับต้องเลือกเขียนผิวเกาสเซียนในเรื่องสนามไฟฟ้าสถิต

กฎของแอมแปร์ใช้ได้ในกรณีที่สนามแม่เหล็กมีลักษณะสมมาตร ดังตัวอย่าง

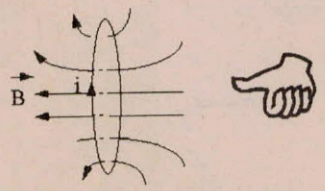
ก. สนามแม่เหล็กเกิดจากกระแสไฟฟ้าไหลผ่านลวดเส้นตรงยาวมาก

เมื่อกระแสไฟฟ้าไหลผ่านลวดเส้นตรงยาวมาก สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจะวนเป็นวงรอบเส้น ดังรูป



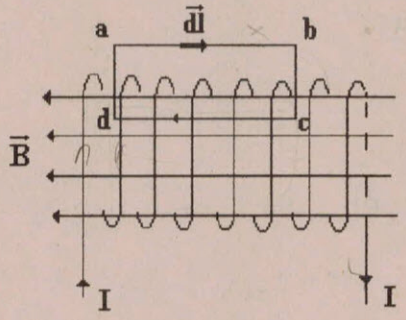
ทิศของสนามแม่เหล็กที่เกิดจากการไหลของกระแสไฟฟ้า เป็นไปตามกฎมือขวา โดย กำเส้นกระแสไฟฟ้าด้วยมือขวา ให้นิ้วหัวแม่มือชี้ไปตามกระแสไฟฟ้า สนามแม่เหล็กจะวนเป็นวงตามนิ้วทั้งสี่ที่กำ

ข. สนามแม่เหล็กจากกระแสไฟฟ้าไหลผ่านขดลวดวงกลม หรือขดโซเลนอยด์



กำขดลวด ให้นิ้วทั้งสี่ที่กำชี้ไปทางเดียวกับกระแสไฟฟ้า นิ้วหัวแม่มือจะชี้ทิศสนามแม่เหล็กภายในขดลวด

ตัวอย่างที่ 7.3 ขดโซเลนอยด์มี n รอบ / เมตร มีกระแสไฟฟ้าผ่านลวด I แอมแปร์ จงหาค่า สนาม $\vec{B}$ ภายในขดลวด



วิธีทำ เขียนวงปิด a b c d ดังรูป ให้ ab ยาว x เมตร

เส้นลวดที่ทลุผ่านพื้นที่ a b c d มีจำนวน nx เส้น

กระแสไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่ a b c d มีค่า nxI แอมแปร์

จากกฎของแอมแปร์ $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o I_{enc}$

ถ้าขดโซเลนอยด์ยาวมาก สนามภายนอกโซเลนอยด์เป็นศูนย์

$$\int_c^d \vec{B}.d\vec{l} = \mu_o nxI$$

$$Bx = \mu_o nxI$$

$$B = \mu_o nI$$ ตอบ

7.6 แรงโลเร็นตซ์ (Lorentz's force)

เมื่อประจุไฟฟ้า q คูลอมบ์ วิ่งด้วยความเร็ว $\vec{V}$ ในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ และสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ จะมีแรงกระทำกับประจุ

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right) \qquad 7.9$$

แรงในสมการ 7.9 เรียกว่าแรงโลเร็นตซ์

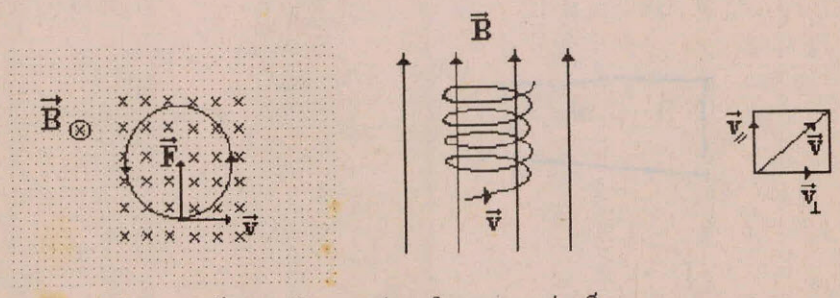
ทางเดินของประจุในสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าพิจารณา ดังนี้

ก.ในสนามไฟฟ้าอย่างเดียว

ถ้าประจุวิ่งเข้า ไปในสนามไฟฟ้า แรงที่ประจุถูกกระทำจะอยู่ในแนวเดียวกับสนาม ถ้าความเร็วทำมุมกับสนามจะได้ทางเดิน เป็นพาราโบลา

ข. ในสนามแม่เหล็กอย่างเดียว

ถ้าประจุวิ่งเข้า ไปในสนามแม่เหล็กอย่างเดียว แรงที่สนามแม่เหล็กกระทำกับประจุมีทิศตั้งฉากกับความเร็ว ทำให้เกิดความเร่งในแนวตั้งฉากกับความเร็วตลอดเวลา ความเร็วจึงเปลี่ยนทิศแต่ไม่เปลี่ยนขนาด ถ้าความเร็วต้นมีทิศตั้งฉากกับสนาม ประจุจะวิ่งเป็นวงกลม ถ้าความเร็วต้นไม่ตั้งฉากกับสนาม ประจุจะวิ่งเป็นเกลียว (helix)



รูป 7. 4 เส้นทางเดินของประจุในสนามแม่เหล็ก

เมื่อ $\vec{v}$ ตั้งฉากกับ $\vec{B}$ ให้รัศมีวงวิ่งเป็น r จาก $\vec{F} = m\vec{a}$

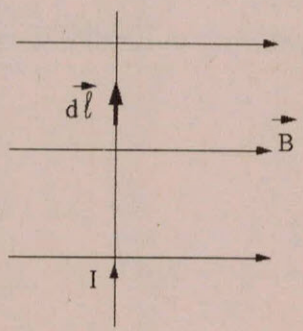
$$qvB = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{mv}{qB}}$$

7.7 แรงกระทำกับเส้นลวดมีกระแสไฟฟ้าเมื่อวางในสนามแม่เหล็ก

แรงโลเร็นตซ์ $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ นี้เป็นแรงที่สนามแม่เหล็กกระทำกับประจุอิสระที่มีความเร็วในสุญญากาศ ในกรณีที่ประจุวิ่งในตัวนำ เช่น กระแสไฟฟ้า วิ่งในเส้นลวด ซึ่งวางในสนามแม่เหล็ก ก็จะเกิดแรงโลเร็นตซ์กระทำกับเส้นลวดเช่นเดียวกัน

การหาแรงกระทำกับเส้นลวด คิด ดังนี้

สมมติเส้นลวดมีกระแสไฟฟ้า I แอมแปร์ วางในสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$



แบ่งเส้นลวดเป็นส่วนเล็กๆยาว $d\vec{\ell}$ ให้ประจุไฟฟ้า dq วิ่งผ่านระยะ $d\vec{\ell}$ นี้ภายในเวลา dt

ดังนั้นความเร็ว ของประจุ dq ที่วิ่งไป.ในสนามแม่เหล็ก คือ $\vec{v} = \frac{d\vec{\ell}}{dt}$

แรงที่ประจุ dq ถูกกระทำ หรือ เส้นลวดยาว $d\vec{\ell}$ ถูกกระทำจึงมีค่า

$$d\vec{F} = (dq)\vec{v} \times \vec{B} = \left(\frac{dq}{dt}\right)d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$\boxed{d\vec{F} = Id\vec{\ell} \times \vec{B}}$$

$F = I\ell B$

7.8 สมบัติของสนามแม่เหล็ก

สนามแม่เหล็กเกิดจากการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้า ไม่มีจุดกำเนิด ไม่มีจุดตั้งต้น ไม่มีจุดจบ ไม่มีประจุแม่เหล็ก และไม่มีขั้วแม่เหล็ก เช่น สนามแม่เหล็กจากกระแสไฟฟ้าที่ผ่านลวดเส้นตรง หรือ กระแสไฟฟ้าผ่านขดลวดวงกลม จะมีลักษณะ วนต่อเนื่องกัน

ถ้าเขียนผิวปิดที่ใดๆในสนามแม่เหล็ก จะมีฟลักซ์แม่เหล็กเข้า สู่ผิวปิดนั้น เท่ากับฟลักซ์ออก ได้ฟลักซ์รวมที่ผ่านผิวปิด เป็นศูนย์

สมบัตินี้เขียนในรูปสมการคณิตศาสตร์จะได้เป็น

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad 7.10$$

และจากทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์ เขียนสมการ 7.10 ในรูปดิฟเฟอเรนเชียล ได้เป็น

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad 7.11$$

สมการ 7.10 และ 7.11 คือ สมการที่สองของแมกซ์เวลล์ มีความหมายว่า

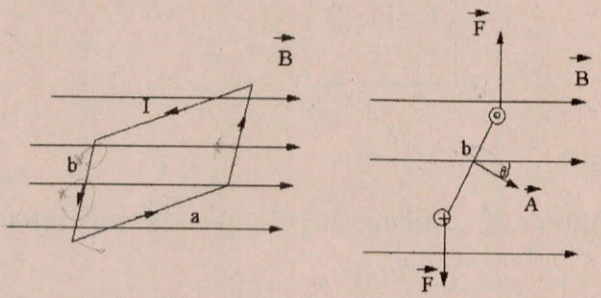
สนามแม่เหล็กไม่มีจุดตั้งต้นและจุดจบ เกิดมีขึ้นเมื่อมีการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้า และหมดไปเมื่อประจุไฟฟ้าหยุด เคลื่อนที่

สมการ 7.10 และ 7.11 นี้จึงเป็นเสมือนกฎของเกาส์สำหรับสนามแม่เหล็กสถิต เปรียบเทียบกับ กฎของเกาส์สำหรับไฟฟ้าสถิต

ในไฟฟ้าสถิต $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$ หมายความว่า สนามไฟฟ้าสถิตมีจุดตั้งต้นที่ประจุบวก และสิ้นสุดที่ประจุลบ แต่สนามแม่เหล็กไม่เป็นเช่นนั้น

7.9 โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก (Magnetic dipole moment)

เมื่อวางวงกระแสไฟฟ้าในสนามแม่เหล็กจะมีแรงกระทำกับวงกระแสนั้น สมมติมีกระแส I ไหลในขดลวดสี่เหลี่ยม ยาวด้านละ a, b



ก. วงกระแสในสนาม B ข. มองด้านข้าง

แรงที่กระทำกับลวดด้านที่ตรงข้ามกันจะเท่ากันและทิศทางตรงข้าม แรงรวมที่กระทำกับขดลวดเป็นศูนย์ แต่เนื่องจากแนวแรงของแรงที่กระทำกับลวดเส้นบนและเส้นล่างไม่อยู่ในเส้นตรงเดียวกัน จึงเกิดเป็นแรงคู่ควบขึ้น ทำให้เกิดทอร์กกระทำกับขดลวด

จาก $d\vec{F} = Id\vec{\ell} \times \vec{B}$

$F = IaB$

ทอร์กที่ขดลวดถูกกระทำ $\Gamma = Fb\sin\theta = IabB\sin\theta = IAB\sin\theta$

เมื่อ A คือพื้นที่ของขดลวด A = ab

ดังนั้น $\vec{\Gamma} = I\vec{A} \times \vec{B}$

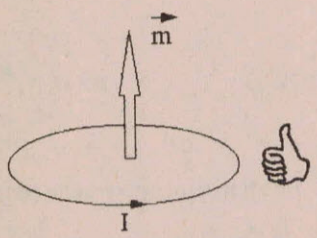
เราเรียก $I\vec{A}$ ว่าโมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก $(\vec{m})$ ของวงกระแสไฟฟ้า

$$\boxed{\vec{m} = I\vec{A}}$$

เมื่อวงกระแสไฟฟ้าวางในสนามแม่เหล็ก จะมีทอร์กระทำกับวงกระแส มีค่า

$$\vec{\Gamma} = \vec{m} \times \vec{B}$$

วงกระแสนี้ไม่จำเป็นต้องเป็นสี่เหลี่ยม เป็นรูปใด ๆ ก็จะได้เท่ากัน เช่นวงกระแสรูปวงกลม ดังรูป

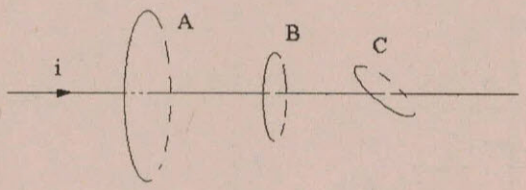


ทิศของ $\vec{A}$ หรือทิศของ $\vec{m}$ ดูจากการไหลของกระแสไฟฟ้า โดยกำมือขวาตามทิศที่กระแสไหลนิ้วหัวแม่มือจะชี้ทิศของ $\vec{m}$

แบบฝึกหัดที่ 7

โจทย์เรื่อง กฎของแอมแปร์

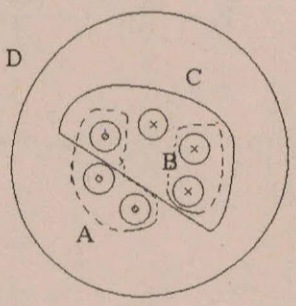
7.1 A,B,C เป็นเส้นทางที่เป็นวงกลม จุดศูนย์กลางอยู่บนลวดที่มีกระแส i ผ่าน B,C มีรัศมี r เท่ากัน A มีรัศมี 2r ระนาบของ A และ B ตั้งฉากกับเส้นลวด ระนาบของ C เอียง ดังรูป



ก. วงไหน $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ มากที่สุด ตอบ เท่ากับ $\mu_0 i$ เท่ากันทุกวง

ข. บนเส้นทางของวงไหนที่มีค่าสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำ ต่ำสุด ตอบ A

7.2 ตามรูป เป็นพื้นที่หน้าตัดของลวดตัวนำ 6 เส้น แต่ละเส้นมีกระแส i ไหลผ่าน เส้นที่มีกระแสไหลออก เขียนเป็นวงกลมมีจุดตรงกลาง เส้นที่กระแสไหลเข้า เขียนเป็นวงกลม มีกากบาทตรงกลาง A,B,C,D เป็นชื่อของเส้นวงที่เขียนขึ้นล้อมรอบบริเวณต่างๆ

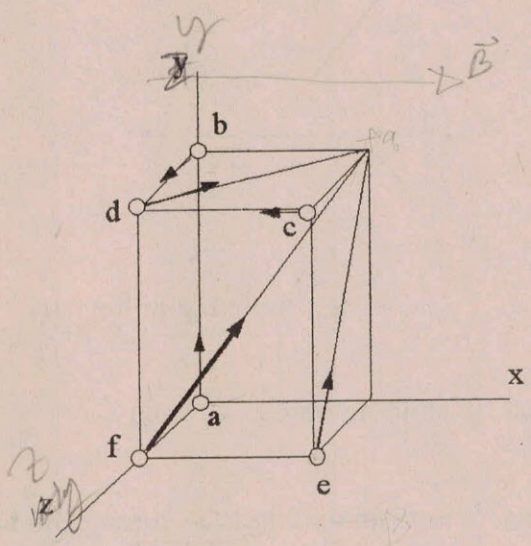


ก. วงไหนที่มีค่า $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ มากที่สุด ตอบ วง A

ข.วงไหนที่มีค่า $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ เป็นศูนย์ ตอบ วง D

โจทย์เรื่องแรงโลเรนตซ์

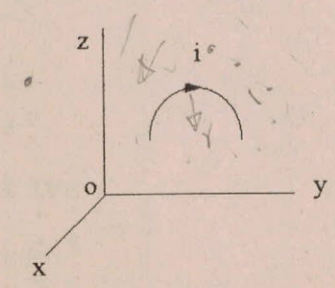
7.3 วงกลมที่มุมลูกบาศก์ แทนประจุ + q ถ้าประจุวิ่งเป็นเส้นตรงในทิศตามลูกศรด้วยความเร็ว $\vec{v}$ ในบริเวณนี้มีสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ มีทิศไปในแนวแกน x จงหาเวกเตอร์ของแรงที่ประจุแต่ละตัวถูกกระทำ



ตอบ $\vec{F}_a = -qvB\hat{k}$, $\vec{F}_b = qvB\hat{j}$, $\vec{F}_c = 0$, $\vec{F}_d = -\frac{qvB}{\sqrt{2}}\hat{j}$,

$\vec{F}_e = -\frac{qvB}{\sqrt{2}}\hat{j} - \frac{qvB}{\sqrt{2}}\hat{k}$, $\vec{F}_f = -\frac{qvB}{3}\hat{j} - \frac{qvB}{\sqrt{3}}\hat{k}$,

7.4 ลวดครึ่งวงกลมอยู่ในระนาบ y-z มีกระแสไฟฟ้า i ไหลผ่าน ดังรูป



จงหาทิศของแรงลัพธ์ที่กระทำกับขดลวดทั้งเส้น

ก . เมื่อบริเวณนี้ มีสนามแม่เหล็กในแนวขนานกับ ox ตอบ แรงลัพธ์ขนานกับแกน z

ข. เมื่อบริเวณนี้ มีสนามแม่เหล็กในแนวขนานกับ oy ตอบ ศูนย์

ค. เมื่อบริเวณนี้ มีสนามแม่เหล็กในแนวขนานกับ oz ตอบ แรงลัพธ์ขนานกับแกน x

7.5. ยิงโปรตอนสองตัว A และ B จากจุด O เข้าไปในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอในทิศตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กพร้อมกัน แต่อัตราเร็วต้นของ B เป็นสองเท่าของอัตราเร็วต้นของ A

ก. โปรตอนทั้งสองตัวจะกลับมาที่จุด O อีกหรือไม่ ถ้ากลับ ตัวไหนจะถึงก่อน

ตอบ ถึงพร้อมกัน (แนะนำวิธีคิด ควรหาเวลาเดินทางครบหนึ่งรอบของทั้งสองตัว)

ข. ความเร่งของโปรตอนทั้งสองเท่ากันหรือไม่ ถ้าไม่เท่า ตัวไหนมีความเร่งมากกว่า

ตอบ โปรตอน B (แนะนำวิธีคิด ดูสูตร ความเร่งสู่ศูนย์กลาง)

ค. ระยะห่างของแต่ละตัวจากจุด O ตลอดเวลาเดินทางนั้นจะเท่ากันหรือไม่ ถ้าไม่เท่ากันจงบอกว่าเป็นอย่างไร ตอบ B อยู่ไกลมากกว่า เพราะ B วิ่งเป็นวงโตกว่า

7.6 คล้ายกับข้อ 7.5 แต่เปลี่ยนเป็นยิงอิเล็กตรอนตัวหนึ่งกับโปรตอนตัวหนึ่งพร้อมกันจากจุด O ในทิศตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กเหมือนกัน ให้อัตราเร็วต้นทั้งสองตัวมีค่าเท่ากัน

ก. ตัวไหนจะกลับมาถึงจุด O ก่อน ตอบ อิเล็กตรอนถึงก่อน

(แนะนำวิธีคิด หาเวลาครบรอบ ซึ่งขึ้นกับมวล มวลของอิเล็กตรอนน้อยกว่ามวลโปรตอน)

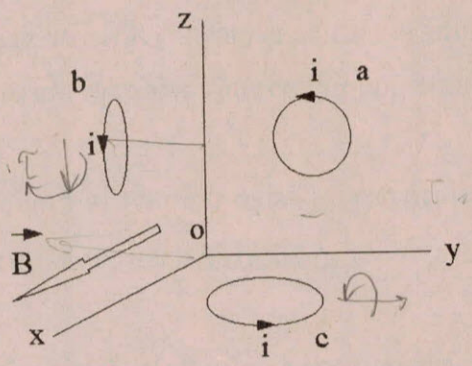
ข. ตัวไหนมีความเร่งมากกว่า ตอบ อิเล็กตรอน

ค. ถ้ามองจากด้านบนเห็นทางเดินของโปรตอน วนเป็นวงกลมทวนเข็มนาฬิกา รัศมี R ทางเดินของ อิเล็กตรอนจะเป็นวนอย่างไร รัศมีมากกว่าหรือน้อยกว่าหรือเท่ากับ R

ตอบ ทวนเข็มนาฬิกา เป็นวงกลมรัศมีน้อยกว่า R

โจทย์เรื่อง โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก

7.7 วงกระแสไฟฟ้า a, b, และ c วางอยู่ในระนาบ yoz, zox, และ xoy ตามลำดับ ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กมีทิศขนานกับแกน ox ดังรูป



ก. จงบอกทิศของโมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็กของแต่ละวง

<u>ตอบ</u> วง a ไปทาง ox, วง b ไปทาง oy, วง c ไปทาง oz

ข. จงบอกทิศของทอร์กที่กระทำกับแต่ละวง

<u>ตอบ</u> วง a ไม่มีทอร์กมากระทำ, วง b ไปทาง $-\hat{k}$, วง c ไปทาง $\hat{j}$

ค. จะมีการหมุนเกิดขึ้นกับวงไหนบ้างหรือไม่ ถ้ามีหมุนไปทางไหน

<u>ตอบ</u> วง b และวง c หมุน จนโมเมนต์ขั้วคู่ไปอยู่แนวเดียวกับสนามแม่เหล็ก

บทที่ 8
การเหนี่ยวนำแม่เหล็กไฟฟ้า

8.1 กฎของฟาราเดย์

จากการทดลองของฟาราเดย์พบว่า มีกระแสไฟฟ้าเกิดขึ้นในวงจรตัวนำ เมื่อ

1. วงจรตัวนำเคลื่อนที่ตัดสนามแม่เหล็ก
2. สนามแม่เหล็กเคลื่อนที่ตัดวงจรตัวนำ
3. วงจรตัวนำวางอยู่นิ่งๆ ภายในสนามแม่เหล็กซึ่งมีค่าเปลี่ยนแปลงตามเวลา
4. วงจรอยู่ในสนามแม่เหล็กคงที่ แต่พื้นที่วงจรเปลี่ยนแปลง
5. หมุนวงจรตัวนำในสนามแม่เหล็ก

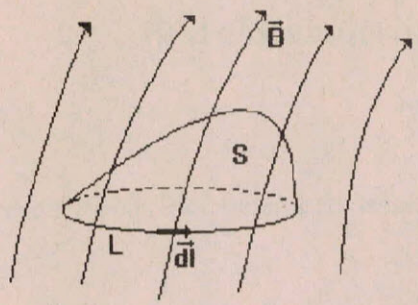
ฟาราเดย์ ทำการทดลองหาขนาดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ และ ตั้งเป็นกฎว่า "ขนาดของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำเป็นปฏิภาคตรงกับอัตราการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านวงจรตัวนำ"

ฟาราเดย์ รู้ทิศทางของการไหลของกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในวงจรด้วย แต่ไม่ได้รวบรวมเป็นกฎอย่างชัดเจน ต่อมา Emil Lenz ได้กล่าวถึงทิศทางของกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำเป็นกฎของเลนซ์ว่า "ทิศทางของกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะไหลไปในทางที่ทำให้เกิดผลต่อต้านกับการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก"

รวมเป็นกฎการเหนี่ยวนำไฟฟ้าของฟาราเดย์ดังนี้

" แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในวงจรใดๆ มีค่าเท่ากับอัตราการเปลี่ยนฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านพื้นที่ภายในวงนั้น ทิศการไหลของกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ จะไหลไปในทางที่ทำให้เกิดสนามแม่เหล็กต้านกับการเปลี่ยนแปลงนั้น "

แมกซเวลล์เขียนกฎของฟาราเดย์เป็นสมการ ดังนี้



สมมติ เขียนวงตัว L ล้อมรอบพื้นที่ S ในบริเวณสนามแม่เหล็ก B
ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านพื้นที่ S มีค่า

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

ถ้าฟลักซ์นี้เปลี่ยนแปลงตามเวลา การเปลี่ยนแปลงสนามแม่เหล็กจะเหนี่ยวนำให้เกิดสนามไฟฟ้าขึ้น เรียกว่า สนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำ $\vec{E}_M$

แรงเคลื่อนไฟฟ้าในวง L คืองานในการเลื่อนประจุหนึ่งหน่วยไปตลอดวง
ดังนั้นแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจึงเกิดขึ้นในวง มีค่า

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}_M \cdot d\vec{\ell}$$

กฎของฟาราเดย์ คือ

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

หรือ

$$\oint_L \vec{E}_M \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \qquad 8.1$$

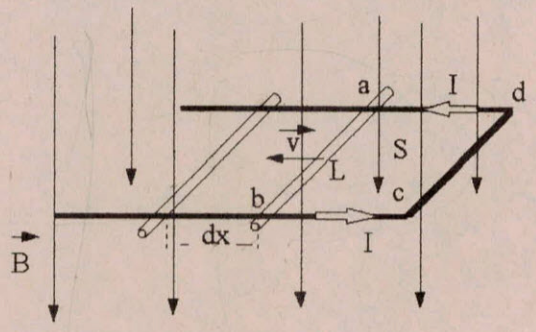
สมการ 8.1 คือสมการที่ สามของแมกซเวลล์

ฟลักซ์ Φ_B อาจจะเปลี่ยนแปลงด้วยสาเหตุหลายอย่าง เช่น

1. พื้นที่ของวงจร $|\vec{S}|$ เปลี่ยน
2. ขนาดของสนามแม่เหล็ก $|\vec{B}|$ เปลี่ยน
3. ทิศของ $\vec{B}$ เปลี่ยน
4. ทิศของ $\vec{S}$ เปลี่ยน

ฟลักซ์จะเปลี่ยนด้วยสาเหตุใดก็ตาม แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะเกิดขึ้นทั้งสิ้น

ตัวอย่าง 8.1 ตัวนำ ab ยาว L เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ บนรางที่วางนิ่งในสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ ดังรูป



จงหา

ก. แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในวงจรนี้

ข. ทิศการไหลของกระแสไฟฟ้าในตัวนำ ab

วิธีทำ ตามรูป abcda คือเส้นวงปิดในสนามแม่เหล็ก ล้อมรอบพื้นที่สี่เหลี่ยม S

ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านพื้นที่ S นี้มีค่า $\Phi_B = BS$

ให้ตัวนำ ab เลื่อนไปเป็นระยะ dx ในเวลา dt ทำให้พื้นที่ของวงจรเพิ่มขึ้น $dS = Ldx$

ฟลักซ์ที่ผ่านพื้นที่วงจรจึงเพิ่มขึ้นด้วย

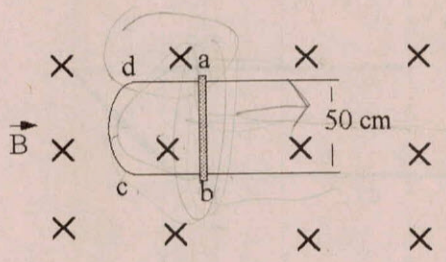
อัตราการเปลี่ยนฟลักซ์ $$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{BdS}{dt} = \frac{BLdx}{dt} = BLv$$

จากกฎของฟาราเดย์ แรงเคลื่อนไฟฟ้าในวงจร $$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -BLv$$

ก. แรงเคลื่อนไฟฟ้า มีค่า BLv ตอบ

ข. แรงเคลื่อนไฟฟ้านี้ทำให้กระแสไฟฟ้าไหลในวงจรไปในทางที่ต้านการเปลี่ยนแปลง การเปลี่ยนแปลงในที่นี้คือฟลักซ์ในวงกำลังเพิ่มขึ้น ดังนั้นกระแสไฟฟ้าต้องไหลไปในทางที่ทำให้ฟลักซ์ลดลง คือ ทำให้สนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำเนื่องจากวงกระแส มีทิศตรงข้ามกับสนามเดิม นั่นคือ ต้องไหลวนจาก a ไป b

<u>แบบฝึกหัด 8.1</u> ท่อนตัวนำ ab วางบนรางตัวนำ ในสนามแม่เหล็ก 500 mWb/m^2 ซึ่งมีทิศตรงเข้าสู่หน้ากระดาษ ดังรูป



จงหา

ก. ขนาด และ ทิศ ของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ถ้า ab วิ่งไปทางขวา ด้วยความเร็ว 4 m/s <u>ตอบ</u> 1 โวลต์ จาก B ไป A

ข. ถ้าความต้านทานของวง abcda คงตัว 0.2 โอห์ม จงหาแรงที่พอดีทำให้ ab เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว เมื่อไม่คิดแรงเสียดทาน <u>ตอบ</u> 1.25 นิวตัน

8.2 สมบัติของสนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (E_M)

เพื่อให้เห็นความแตกต่างของสนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุไฟฟ้าสถิต และสนามไฟฟ้าเนื่องจากการเหนี่ยวนำ จะเรียกสนามจากประจุไฟฟ้าสถิต เป็น E_Q และเรียกสนามไฟฟ้าจากการเหนี่ยวนำแม่เหล็กว่า E_M

สนามทั้งสองนี้เป็นสนามไฟฟ้าเหมือนกัน แต่มีลักษณะต่างกัน ดังนี้

1. $\vec{E}_Q$ เริ่มต้นออกจากประจุบวกไปสิ้นสุดที่ประจุลบ ไม่วนเป็นวง
   $\vec{E}_M$ ไม่มีจุดเริ่มต้นและไม่มีจุดจบ เป็นสนามที่วนเป็นวงปิด

2. งานเนื่องจาก $\vec{E}_Q$ รอบวงใด ๆ เป็นศูนย์

$$\oint_L \vec{E}_Q \cdot d\vec{\ell} = 0$$

สมบัตินี้แสดงว่า $\vec{E}_Q$ เป็นสนามอนุรักษ์ (conservative field)

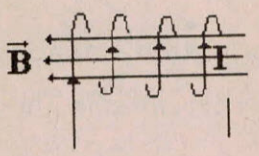
งานเนื่องจาก $\vec{E}_M$ รอบวงใดๆ ไม่เป็นศูนย์

$$\oint_L \vec{E}_M \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$$

$\therefore$ $\vec{E}_M$ ไม่ใช่สนามอนุรักษ์ (non - conservative field)

ในการทดลองของฟาราเดย์ทั้งหมด ทำโดยให้ตัวนำอยู่ในสนามแม่เหล็กที่เปลี่ยนแปลง จึงทำให้เกิดสนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (E_M) ขึ้น สนามไฟฟ้านี้ทำให้ อิเล็กตรอนอิสระในตัวนำเคลื่อนที่กลายเป็นกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้น อย่างไรก็ตาม แม้จะไม่มีตัวนำ มีแต่สนามแม่เหล็กที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ก็จะเกิดสนามไฟฟ้า E_M เกิดขึ้นในที่ว่าง ทำนองเดียวกับ E_Q ซึ่งมีอยู่ในที่ว่างโดยไม่ต้องนำประจุใดๆ ไปวางตรงนั้น

8.3 สภาพเหนี่ยวนำตัวเอง (self inductance)



เมื่อมีกระแสไฟฟ้าไหลในวงจรจะมีสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำ $\vec{B}$ เกิดขึ้นรอบๆ ตัวนำในวงจรนั้น ขนาดของสนาม เป็นสัดส่วนโดยตรงกับขนาดของกระแสไฟฟ้า I ในวงจร ดังนั้น ฟลักซ์แม่เหล็กทั้งหมดที่ผ่านวงจรจึงเป็นปฏิภาคตรงกับกระแสไฟฟ้าด้วย นั่นคือ

$$\Phi_B = LI \qquad 8.2$$

เมื่อ L คือ ค่าคงตัว เรียกว่า สภาพเหนี่ยวนำตัวเอง (self inductance)ของขดลวด ซึ่งขึ้นกับลักษณะ ทางเรขาคณิตของขดลวดตัวนำ

ในระบบ SI หน่วยของ L เป็นเฮนรี (henry) ใช้ตัวย่อ H ซึ่ง

1 เฮนรีเท่ากับ 1 เวเบอร์/แอมแปร์

เมื่อกระแสไฟฟ้าในวงจรเปลี่ยนแปลง ฟลักซ์แม่เหล็กเหนี่ยวนำก็จะเปลี่ยนแปลงด้วย ทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำตัวเองขึ้น

แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำตัวเอง จะหาได้จาก

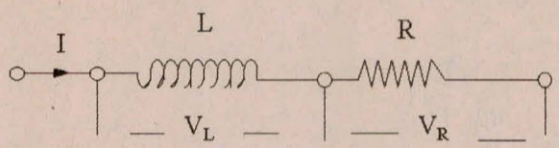
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

หรือ

$$\mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt} \qquad 8.3$$

เครื่องหมายลบ บอกว่า เมื่อ I เปลี่ยน $\mathcal{E}$ จะมีทิศไปในทางต้านการไหลของกระแส ขดลวดตัวนำซึ่งเป็นไปตามสมการ 8.2 และ 8.3 นี้ เรียกว่า "ขดเหนี่ยวนำ" (inductor)

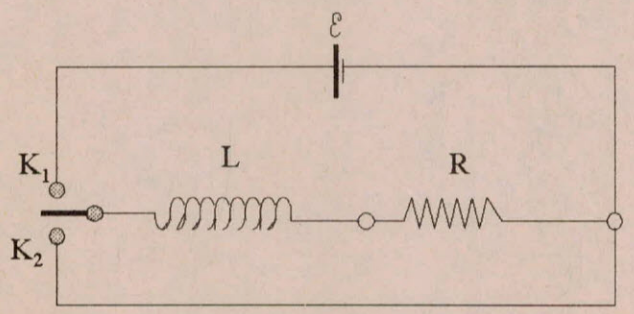
ในวงจรที่กระแสไฟฟ้าเปลี่ยนแปลง ขดเหนี่ยวนำจะประพฤติตัวเหมือนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้า $-L\frac{dI}{dt}$ และ มีความต้านทานภายใน R จึงมักเขียนขดเหนี่ยวนำ ในวงจรเป็นความเหนี่ยวนำแท้ๆ (L) ต่ออนุกรมกับความต้านทาน R



ศักย์ลดใน L $\quad V_L = L\frac{dI}{dt}$

ศักย์ลดใน R $\quad V_R = IR$

8.4 การเพิ่มขึ้นและลดลงของกระแสไฟฟ้าในวงจร R- L



สมมติมีขดเหนี่ยวนำ L และความต้านทาน R ซึ่งรวมทั้งความต้านทานภายในของขดด้วยแล้วต่ออนุกรมกันในวงจร ดังรูป

ก. เมื่อกระแสไฟฟ้าในวงจรเพิ่มขึ้น

เมื่อเวลา t = 0 สับสวิตช์ไปที่ K_1 กระแส เริ่มไหล เพิ่มขึ้น จากเดิม ศูนย์
ที่เวลา t ใดๆ ให้ กระแสไฟฟ้าเป็น I

จาก $V_L + V_R = \mathcal{E} \Rightarrow L\frac{dI}{dt} + IR = \mathcal{E}$

$$\frac{L}{R}\frac{dI}{dt} + I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

ให้ $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{R}{L}(I_0 - I)$

$$\frac{dI}{I_0 - I} = \frac{R}{L}dt$$

$$\ell n(I_0 - I) = -\frac{R}{L}t + k$$

เมื่อ k คือ ค่าคงตัว

เมื่อเวลา $t = 0, I = 0$ ดังนั้น $k = +\ell nI_0$

$$\ell n(I_0 - I) = -\frac{R}{L}t + \ell nI_0$$

$$\ell n\frac{I_0 - I}{I_0} = -\frac{R}{L}t$$

$$\frac{I_0 - I}{I_0} = e^{-\frac{Rt}{L}}$$

$$I = I_0\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right) \quad \text{..... 1}$$

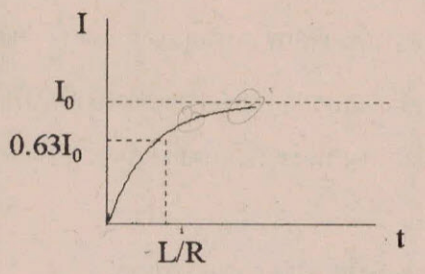
$\frac{L}{R}$ เรียกว่าค่าคงตัวเวลา (time constant)

เมื่อเวลา $t = \frac{L}{R}$ กระแสไฟฟ้า $I = I_o\left(1 - \frac{1}{e}\right) = 0.63I_o$

เมื่อ $t = \infty$ กระแส $I = I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$

นั่นคือ เมื่อเวลา $t = \infty$ กระแสไฟฟ้าในวงจรเท่ากับกระแสไฟฟ้าเมื่อมี R อย่างเดียว

เขียนกราฟของกระแสไฟฟ้าเป็นฟังก์ชันของเวลาตามสมการ 1 ได้ ดังรูป



ข. เมื่อกระแสไฟฟ้าในวงจรลดลง

ต่อจากตอน ก. เมื่อมีกระแสไหลในขดลวดคงตัว I_0 เกิดสนามไฟฟ้าภายในขดมากที่สุดแล้ว สับสวิตซ์ กลับมาที่ K_2 สนามแม่เหล็กใน ขดลวดลดลง ทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำไหลในวงจรล่าง

จาก $V_L + V_R = 0$ $\Rightarrow$ $L\frac{dI}{dt} + IR = 0$

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt$$

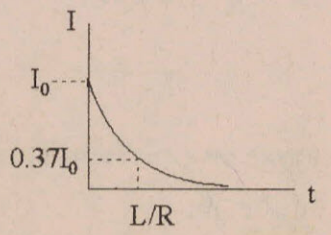
$$\ell nI = -\frac{R}{L}t + k$$

เมื่อ k คือ ค่าคงตัว

เมื่อเวลา $t = 0$, $I = I_0$ ดังนั้น $k = \ell nI_0$ $\Rightarrow$ $\ell n\frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L}t$

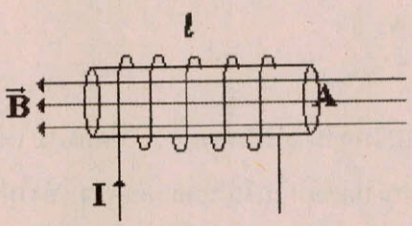
$$I = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}} \quad \text{.... 2}$$

เมื่อเวลา $t = \frac{L}{R}$ กระแสไฟฟ้าเหลือ $I = \frac{I_0}{e} = 0.37\ I_0$ ซึ่งเขียนกราฟสมการ 2ได้ ดังนี้



ในวงจรใด ๆ ก็ตามจะมีการเหนี่ยวนำตัวเองเกิดขึ้นเสมอ ดังนั้นถ้ามีรอยแตะหลวม ๆ เช่น เมื่อยกสวิตช์ขึ้น หรือเมื่อเส้นลวดตอนใดตอนหนึ่งในวงจรขาดเล็กน้อยขณะที่มีกระแสไหล จะทำให้เกิดความต้านทานตรงรอยขาดนั้นสูงมาก ค่า $\frac{L}{R}$ ของวงจรลดลงอย่างรวดเร็ว อัตราการลดของกระแสไฟฟ้าก็จะสูงมาก แม้กระแสไฟฟ้ามีค่าน้อยก็ตาม จึงทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำสูงมาก พอที่จะทำให้เกิดสปาร์คระหว่างช่องว่างของรอยขาดได้

8.4 การคำนวณหาค่าสภาพเหนี่ยวนำของขดเหนี่ยวนำ



สมมติมีขดลวด ยาว ℓ พื้นที่หน้าตัดของขด A
มี จำนวนรอบ n รอบต่อหน่วยความยาว
ให้กระแสไฟฟ้า I ผ่านขดลวดนี้
สนามแม่เหล็กเกิดขึ้นในขด $B = \mu_0 nI$
ฟลักซ์ที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดหนึ่งรอบ $\Phi_1 = \mu_0 nIA$
จำนวนรอบของทั้งขด มี $n\ell$ รอบ
ดังนั้นฟลักซ์ทั้งหมด $\Phi_B = (\mu_0 nIA)n\ell = \mu_0 n^2 \ell IA$

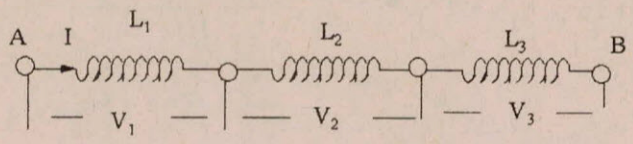
จาก $\Phi_B = LI$

$$L = \mu_0 n^2 \ell A$$

สภาพเหนี่ยวนำของขดลวดขดหนึ่งขึ้นกับ จำนวนรอบในขด ความยาวของขด พื้นที่หน้าตัดของขด และวัตถุที่ทำเป็นแกน

8.5 การต่อขดเหนี่ยวนำ

ก. ต่ออนุกรม



ให้ความต่างศักย์ระหว่างปลายของ L_1, L_2, L_3.... เป็น V_1, V_2, V_3.... ตามลำดับ
ให้ความต่างศักย์รวมระหว่าง A กับ B เป็น V

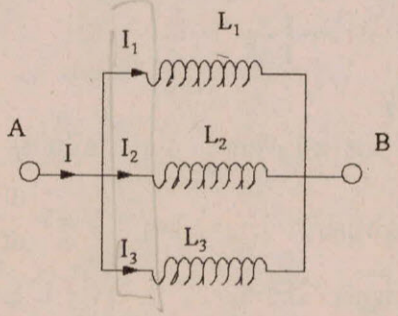
$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

จาก $V = L\frac{dI}{dt}$

$$L\frac{dI}{dt} = L_1\frac{dI}{dt} + L_2\frac{dI}{dt} + L_3\frac{dI}{dt}$$

$$\boxed{L = L_1 + L_2 + L_3}$$

ข. ต่อขนาน



ให้กระแสไฟฟ้าที่ผ่านขดเหนี่ยวนำแต่ละตัวเป็น I_1, I_2, I_3 ตามลำดับ
ความต่างศักย์ระหว่างปลายของทุกตัวเท่ากัน ให้เป็น V

จาก $$V = L\frac{dI}{dt} = L_1\frac{dI_1}{dt} = L_2\frac{dI_2}{dt} = L_3\frac{dI_3}{dt} \quad 1$$

และ $$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad 2$$

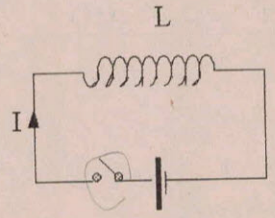
ดิฟเฟอเรนชิเอตสมการ 2 เทียบกับเวลา $\frac{dI}{dt} = \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} + \frac{dI_3}{dt}$ 3

แทนค่า 1 ใน 3 $\frac{V}{L} = \frac{V}{L_1} + \frac{V}{L_2} + \frac{V}{L_3}$

$$\boxed{\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}}$$

8.6 พลังงานที่สะสมในขดเหนี่ยวนำ

ก. พลังงานในเทอมของกระแสไฟฟ้า



เมื่อเวลา t=0 สับสวิตช์ลง กระแสไฟฟ้าเพิ่มจาก 0 สมมติเป็น I_0 ในเวลา t

ความต่างศักย์ระหว่างปลายขดเหนี่ยวนำ ที่เวลา t ใดๆ $V = L\frac{dI}{dt}$

กำลังที่ขดเหนี่ยวนำ ที่เวลา t ใดๆ $P = IV = I\ L\frac{dI}{dt}$

ให้พลังงานทั้งหมดที่สะสมในขดเหนี่ยวนำ เป็น U

$$U = \int P dt \quad = L\int_0^{I_0} I dI$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2}LI_0^2}$$

ข. พลังงานในเทอมของสนาม B

จาก $$U = \frac{1}{2} L I_0^2$$

และจากที่ทราบมาแล้วว่า $L = \mu_0 n^2 \ell A$ และ $B = \mu_0 n I_0$

ดังนั้น $$U = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 \ell A \frac{B^2}{\mu_0^2 n^2}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} (\ell A)$$

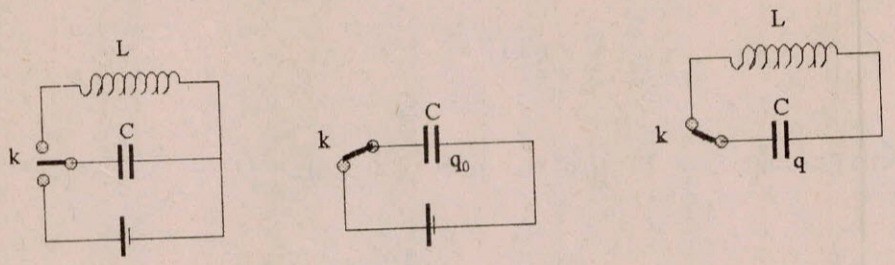
ℓA คือ ปริมาตรของขดเหนี่ยวนำ

ให้ u เป็นความหนาแน่นของพลังงาน หรือคือพลังงานต่อหน่วยปริมาตร จะได้ความหนาแน่นพลังงาน

$$\boxed{u = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}} \qquad 8.4$$

เป็นความหนาแน่นพลังงานของสนามแม่เหล็ก

8.7 การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในวงจร LC



ต่อวงจรตามรูปซ้าย

เริ่มต้นสับสวิตช์ลง วงจรเป็นดังรูปกลาง เป็นการให้ประจุแก่ตัวเก็บประจุจนเต็ม q_0 แล้วยกสวิตช์ขึ้นไปแตะปุ่มบน ดังรูปขวา

วงจรขวาเป็นวงจรที่มีเพียงตัวเก็บประจุที่มีประจุเต็ม และขดเหนี่ยวนำ ตัวเก็บประจุจะคายประจุให้ขดเหนี่ยวนำ

ให้ประจุในตัวเก็บประจุที่เวลา t ใดๆเป็น q

เกิดกระแสไฟฟ้า i ในวงจรซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา เช่นเดียวกับ q

ความต่างศักย์ตลอดวงจร คือ $V_L + V_C = 0$

$$L\frac{dI}{dt}+\frac{q}{C}=0$$

$$L\frac{dI}{dt}+\frac{q}{C}=0$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{C}=0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{LC}=0$$

ให้ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\omega_0^2 q=0$$

จะเห็นว่าสมการนี้เป็นสมการซิมเปิลฮาร์มอนิก

ถอดสมการนี้ออกมาจะได้

$$q = q_0 \sin(\omega_0 t) \quad 1$$

ค่าประจุที่เหลือในตัวเก็บประจุเป็นฟังก์ชันของเวลา

ค่าคงตัว q_0 คือประจุสูงสุดเมื่อเริ่มต้น เวลา t =0

ประจุจะไหลกลับไปกลับมาในวงจรด้วยความถี่ ω_0 เรเดียน/วินาที

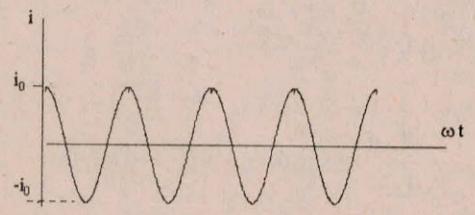
ดิฟเฟอเรนชิเอตสมการ 1 เทียบกับเวลา จะได้กระแสไฟฟ้าในวงจร

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dq_0}{dt}\omega\cos(\omega t)$$

$$i = i_0 \cos(\omega t) \quad 2$$

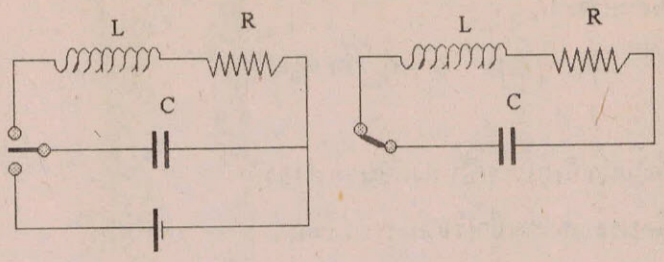
กระแสไฟฟ้าจะไหลกลับไปกลับมาเป็นซิมเปิลฮาร์มอนิก

พลังงานรวมของวงจรคงตัว แต่ถ่ายเทไปมา อยู่ระหว่างตัวเก็บประจุและขดเหนี่ยวนำ เขียนกราฟสมการ 2 จะได้กราฟการกวัดแกว่งของกระแสไฟฟ้า ดังรูป



8.8 การแกว่งกวัดกระแสไฟฟ้าในวงจร LRC

ตามปกติ ขดเหนี่ยวนำจะมีความต้านทานรวมอยู่ด้วยเสมอ ในวงจรที่มีความต้านทาน กระแสไฟฟ้าจะไม่กวัดแกว่งแบบซิมเปิลฮาร์มอนิกซึ่งมีค่าสูงสุดคงตัวตลอดไปเช่นที่กล่าวแล้วในข้อ 8.7 แต่แอมพลิจูดจะลดลง เป็นแดมพ์ฮาร์มอนิก ซึ่งพิจารณาวงจร ดังนี้



ต่อวงจรดังรูปซ้าย เริ่มต้นสับสวิตช์ลงให้ประจุแก่ตัวเก็บประจุจนเต็ม แล้วยกสวิตช์ขึ้นแตะปุ่มบน ได้วงจร ดังรูปขวา

เมื่อเริ่มต้น $t = 0$ ให้มีประจุ Q_0 เต็มในตัวเก็บประจุ และกระแสในวงจรเป็นศูนย์ ตัวเก็บประจุเริ่มคายประจุให้วงจร

ที่เวลา t ใดๆให้ตัวเก็บประจุมีประจุ q กระแสในวงจรเป็น I

จะได้ความต่างศักย์ตลอดวงจร

$$V_L + V_R + V_C = 0$$

$$L\frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0$$

ให้ $\alpha = \frac{R}{2L}$ และ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ จะเขียนสมการข้างบนได้เป็น

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\alpha\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0 \qquad 3$$

จะเห็นว่าสมการ 3 นี้เป็นสมการ แดมพ์ฮาร์มอนิก

ถ้าให้ $\omega_n^2 = \omega_0^2 - \alpha^2$ จะถอดสมการ 3 ได้เป็น

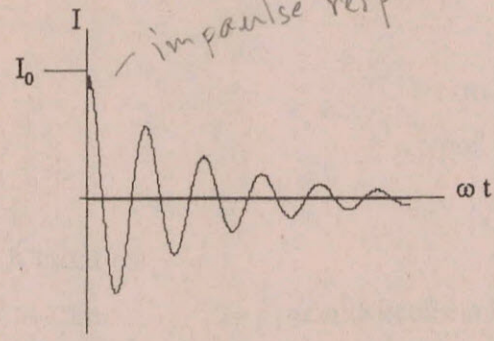
$$q = Q_0 e^{-\alpha t}\sin(\omega_n t) \qquad 4$$

ดิฟเฟอเรนชิเอต สมการ 4 เทียบกับเวลา จะได้

$$I = I_0 e^{-\alpha t} \cos(\omega_n t) \qquad 5$$

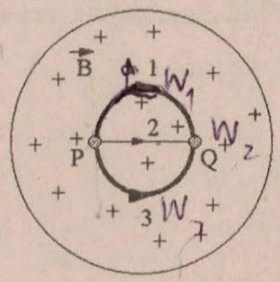
เมื่อ I_0 เป็นกระแสไฟฟ้าเมื่อเริ่มต้น

พลอตกราฟ ระหว่างกระแสไฟฟ้ากับเวลา ตามสมการ 5 ได้กราฟ ดังรูป



แบบฝึกหัดที่ 8

8.1 P และ Q เป็นจุดสองจุดอยู่ในสนามแม่เหล็ก ซึ่งมีความสมมาตรเป็นวงกลม และมีทิศตรงเข้าหน้ากระดาษ ดังรูป สนามแม่เหล็กนี้กำลังเพิ่มขึ้นด้วยอัตราคงตัว

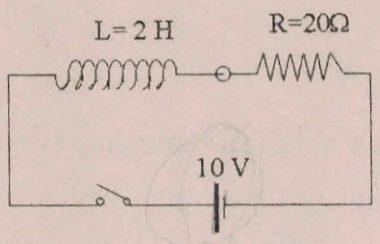


เส้นทางเดินจาก P ถึง Q มี 3 ทาง คือ 1, 2, 3 ทาง 1 และทาง 3 ไปตามเส้นรอบวงของครึ่งวงกลม ส่วนทางที่ 2 เป็นแนวเส้นตรงผ่านจุดกึ่งกลางสนาม

ถ้าใช้แรงภายนอกเคลื่อนประจุ + q จากจุด P ถึงจุด Q ไปตามเส้นทางแต่ละเส้น ต้องทำงาน W1, W2, W3 ตามลำดับ งานเหล่านั้นจะมากน้อยต่างกันอย่างไร

ตอบ $W_1 > W_2 > W_3$

8.2 วงจรไฟฟ้า ดังรูป



ถ้าสับสวิตช์ลงเมื่อเวลา t = 0 จงหา

ก. สมการกระแสไฟฟ้าที่เวลา t ใดๆ

ข. ค่าคงตัวเวลา

ค.กระแสไฟฟ้าสูงสุด ตอบ 0.5 A

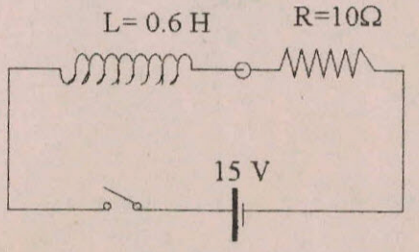
ฆ. ความต่างศักย์ระหว่างปลายขดเหนี่ยวนำเมื่อเวลา t = 0 ตอบ 10 V

ง. ความต่างศักย์ระหว่างปลายขดเหนี่ยวนำ เมื่อกระแสไฟฟ้าในวงจรเป็นครึ่งหนึ่งของกระแสสูงสุด ตอบ 5V

จ. ความชันของกราฟระหว่างกระแสไฟฟ้าและเวลา $\left(\frac{dI}{dt}\right)$ เมื่อเวลา t = 0 ตอบ 5 A/s

ฉ. ความชันของกราฟระหว่างกระแสไฟฟ้าและเวลา เมื่อกระแสไฟฟ้าในวงจรเป็นครึ่งหนึ่งของ กระแสสูงสุด ตอบ 2.5 A/s

8.3 จงหาความชันของกราฟระหว่างกระแสไฟฟ้าและเวลาของวงจร ดังรูป เมื่อเริ่มต้นสับสวิตช์ และเมื่อ กระแสในวงจรเป็น 90% ของกระแสสูงสุด



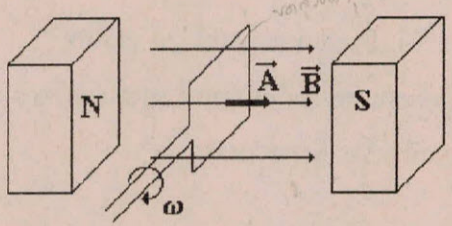
ตอบ 25 A/s, 2.5 A/s

บทที่ 9
วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

9.1 ไฟฟ้ากระแสสลับ

เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับหรือไดนาโมอย่างง่ายที่สุด ประกอบด้วยขดลวดหมุนในสนามแม่เหล็ก

สมมติขดลวดพื้นที่ A หมุนในสนามแม่เหล็ก B ด้วยความเร็ว ω เรเดียน/วินาที



เมื่อเริ่มต้น t = 0 สมมติให้ระนาบขดลวดอยู่ในแนวตั้งฉากสนามแม่เหล็ก หรือ $\vec{A}$ อยู่ในแนวเดียวกับ $\vec{B}$ ดังรูป

เมื่อเวลา t ใดๆ ขดลวดหมุนไปเป็นมุม ωt เรเดียน

ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านพื้นที่ขดลวด $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA\cos(\omega t)$

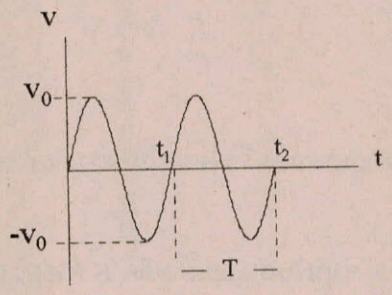
แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ $v = -\frac{d\Phi}{dt} = BA\omega\sin(\omega t)$

$$\boxed{v = V_o \sin(\omega t)} \qquad 9.1$$

เมื่อ $V_o = BA\omega$ เป็นแรงเคลื่อนไฟฟ้าสูงสุด หรือแอมพลิจูดของฟังก์ชัน sine แอมพลิจูดของแรงเคลื่อนไฟฟ้า ขึ้น กับขนาดสนาม พื้นที่ขดลวด และความเร็วเชิงมุมของการหมุนซึ่งทั้งหมดเป็นค่าคงตัว ของไดนาโม

ωt คือมุม เป็นเรเดียน ที่ขดลวดหมุนไปในเวลา t วินาที เรียกว่า มุมเฟส

เมื่อเขียนกราฟระหว่าง แรงเคลื่อนไฟฟ้า กับเวลาจะได้กราฟฟังก์ชัน sine ดังรูป



กราฟจะซ้ำรอยเดิมทุกรอบ หรือ เมื่อมุมเฟสต่างกัน 2π เรเดียน

แรงเคลื่อนไฟฟ้าจึงมีความถี่เชิงมุม ω เรเดียน/วินาที เท่าความเร็วเชิงมุมของไดนาโม

ให้ f เป็นความถี่เป็นรอบ/วินาที หรือ เฮิรตซ์ (Hz)

$$\boxed{\omega = 2\pi f}$$ rad/s =

ที่เวลา t_1 และ t_2 กราฟมีเฟสเดียวกัน

เวลาระหว่างเฟสเดียวกันที่อยู่ถัดกัน เรียกว่า คาบ T

เมื่อ เฟสต่างกัน ω เรเดียน เสียเวลา 1 วินาที

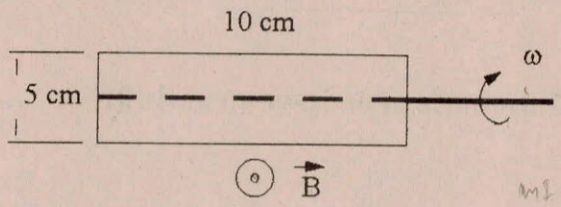
ใน 1 รอบ เฟสต่างกัน 2π เรเดียน เสียเวลา $\frac{2\pi}{\omega}$ วินาที

ดังนั้น คาบ $\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$ วินาที

ความถี่ $\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}}$ เฮิรตซ์

ความถี่ของไฟฟ้าบ้านในประเทศไทยคือ 50 เฮิรตซ์ เช่นเดียวกับประเทศในยุโรป ในสหรัฐอเมริกาใช้ความถี่ 60 เฮิรตซ์ ในวงจรทางการสื่อสาร ใช้ความถี่สูงกว่านี้

<u>แบบฝึกหัด 9.1</u> ขดลวดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ขนาด 5 cm x 10 cm 10 รอบ หมุนด้วยความเร็วเชิงมุม ω = 100 เรเดียน/วินาที รอบแกนกลาง ดังรูป



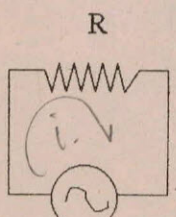
ความต้านทานของขดลวด 5 โอห์ม มีสนามแม่เหล็ก 2×10^{-2} เวเบอร์ / ตารางเมตร ตั้งฉากกับแกนหมุน จงหา กระแสไฟฟ้ามากที่สุดในขดลวด

<u>ตอบ</u> 20 มิลลิแอมแปร์

9.2 กระแสไฟฟ้า ใน R , C , L ในวงจรกระแสสลับ

เมื่อความถี่ของกระแสไฟฟ้าสลับต่างกัน อุปกรณ์ในวงจรไฟฟ้าจะมีความประพฤติต่างกัน จะพิจารณาทีละอย่าง ดังนี้

ก. วงจรความต้านทานอย่างเดียว



$V=V_0 \sin\omega t$

ต่อความต้านทาน เข้ากับแหล่งกำเนิดไฟสลับ ที่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้า $V = V_0 \sin(\omega t)$

เมื่อเวลา t ใดๆ ให้กระแสไฟฟ้าในวงจรเป็น i

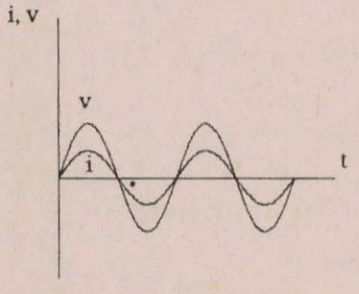
ความต่างศักย์ระหว่างปลายความต้านทาน $V_R = iR$

จากกฎของเคิร์ชฮอฟฟ์ $\sum V = 0 \Rightarrow V_o \sin(\omega t) - iR = 0$

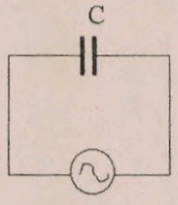
$$\boxed{i = \frac{V_o}{R}\sin(\omega t)} \qquad 9.2$$

$\boxed{\frac{V_o}{R}}$ คือกระแสไฟฟ้าสูงสุด หรือ แอมพลิจูดของกระแสไฟฟ้า

เปรียบเทียบ i กับ v จะเห็นว่าใน วงจรความต้านทาน กระแสไฟฟ้ามีเฟสเดียวกับความต่างศักย์ เขียนกราฟระหว่างกระแสไฟฟ้าและความต่างศักย์จะได้ ดังรูป



ข. วงจรตัวเก็บประจุอย่างเดียว



$i = \frac{1}{C}\frac{dv}{dt}$

ที่เวลา t ใดๆ ความต่างศักย์ระหว่างขั้วตัวเก็บประจุ $V_C = \frac{q}{C}$

จากกฎของเคิร์ฮอฟฟ์ $\sum V = 0 \Rightarrow V_o \sin(\omega t) - \frac{q}{C} = 0$

$$q = CV_o \sin(\omega t)$$

กระแสไฟฟ้า $$i = \frac{dq}{dt} = \omega C V_o \cos(\omega t)$$

$$i = \frac{V_o}{X_C}\cos(\omega t) \qquad 9.3$$

เมื่อ $\boxed{X_C = \frac{1}{\omega C}}$ เรียกว่าความต้านทานจินตภาพของตัวเก็บประจุ (Capacitive reactance) มีหน่วยเป็น โอห์ม เช่นเดียวกับความต้านทานของตัวต้านทาน

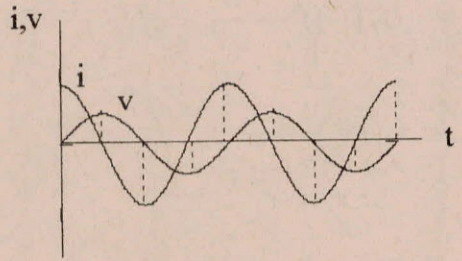
ค่ารีแอคแทนซ์ของตัวเก็บประจุเป็นตัวกำหนดแอมพลิจูดของกระแสไฟฟ้า ทำนองเดียวกับความต้านทานในวงจรความต้านทาน

ถ้าเขียนสมการ 9.3 ในรูปฟังก์ชัน sine เหมือนความต่างศักย์จะได้

$$i = \frac{V_o}{X_C}\cos(\omega t)$$

$$\boxed{i = \frac{V_o}{X_C}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} \qquad 9.4$$

เปรียบเทียบ กระแสไฟฟ้ากับความต่างศักย์ ระหว่างขั้วตัวเก็บประจุ จะเห็นว่าเฟสของ i นำหน้า v เป็นมุม $\frac{\pi}{2}$ เรเดียน เขียนกราฟของ i และ v เป็นฟังก์ชันเวลา จะได้ดังรูป



ตัวอย่าง 9.1 จงหารีแอคแทนซ์ของตัวเก็บประจุ 2μF

ก. ที่ความถี่ 60 Hz

ข. ที่ความถี่ 1 MHz

วิธีทำ ก. $f = 60\ s^{-1}$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 60 = 377 rad/s$$

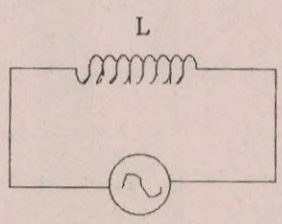
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(377\Omega)(2\times10^{-6}F)} = 1326\ \Omega$$ ตอบ

ข. $f = 1\times10^{6}\ s^{-1}$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(1\times10^{6})(2\times10^{-6})} = 0.0796\ \Omega$$

จะเห็นว่า รีแอคแทนซ์ของตัวเก็บประจุลดลงเมื่อความถี่สูงขึ้น สำหรับไฟฟ้ากระแสตรง ความถี่เป็นศูนย์ ค่ารีแอคแทนซ์เป็นอนันต์ ตัวเก็บประจุจึงเป็นตัวกั้นกระแสไฟตรงไม่ให้ผ่านไปได้

ค. วงจรขดเหนี่ยวนำเพียงอย่างเดียว



ที่เวลา t ใดๆ ให้กระแสไฟฟ้าในวงจรเป็น I

ความต่างศักย์ระหว่างปลายขดเหนี่ยวนำ $V_L = L\frac{di}{dt}$

จากกฎของเคิร์ชฮอฟฟ์ $\sum V = 0 \Rightarrow V_0 \sin\omega t - L\frac{di}{dt} = 0$

$$di = \frac{V_0}{L}\sin\omega t\, dt$$

$$i = \frac{V_0}{\omega L}\int \sin\omega t\, d(\omega t)$$

$$i = -\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t + const.$$

ค่าคงตัวจากการอินทิเกรต คือค่ากระแสไฟฟ้าเมื่อ ความถี่ $\omega = 0$ หรือเมื่อกระแสไฟฟ้าเป็นกระแสตรง ถ้าวงจรนี้ไม่มีกระแสตรง ค่าคงตัวเป็นศูนย์ ดังนั้นกระแสไฟฟ้าในวงจรขดเหนี่ยวนำ คือ

$$i = -\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t$$

$$\boxed{i = -\frac{V_0}{X_L}\cos\omega t} \qquad 9.5$$

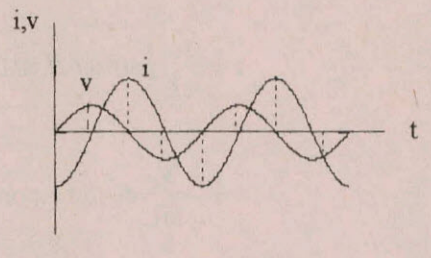
เมื่อ $\boxed{X_L = \omega L}$ เรียกว่า ค่าความต้านทานจินตภาพของขดเหนี่ยวนำ inductive reactance มีหน่วยเป็นโอห์ม

เขียนสมการ 9.5 ให้เป็นฟังก์ชัน sine เหมือนศักย์ จะได้

$$\boxed{i = \frac{V_0}{X_L}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)} \qquad 9.6$$

กระแสไฟฟ้ามีเฟสอยู่หลังความต่างศักย์เป็นมุม $\frac{\pi}{2}$

ถ้าเขียน กราฟระหว่างกระแสไฟฟ้าที่ผ่านขดเหนี่ยวนำ กับ ศักย์ไฟฟ้าระหว่างปลายขด เป็นฟังก์ชันของเวลา จะได้กราฟ ดังรูป



จาก $X_L = \omega L$ เมื่อความถี่สูงค่ารีแอคแทนซ์ของขดเหนี่ยวนำ จะสูงด้วย ไฟฟ้ากระแสตรง ความถี่เป็นศูนย์ รีแอคแทนซ์เป็นศูนย์ ในวงจรกระแสตรง ขดเหนี่ยวนำจึงไม่มีความต้านทานเลย เหมือนต่อตัวนำเข้าในวงจร ซึ่งไม่ควรต่อเพราะจะเกิดไฟฟ้าลัดวงจรและไหม้

ตัวอย่าง 9.2 ขดเหนี่ยวนำ 30 mH ต่อในวงจรกระแสสลับความถี่ 60 Hz แอมพลิจูดของศักย์ 15 V จงเขียนสมการไฟฟ้าในวงจร

วิธีทำ

ศักย์ $$V = V_0 \sin\omega t$$

รีแอคแทนซ์ของขดลวดในวงจร $X_L = \omega L = 2\pi fL = 2\pi(60)(30\times10^{-3})\ \Omega$

แอมพลิจูดของกระแสไฟฟ้า $I_0 = \dfrac{V_0}{X_L} = \dfrac{15}{2\pi(60)(30\times10^{-3})} = 1.33\ A$

กระแสตามหลังศักย์ $\dfrac{\pi}{2}$ เรเดียนต์ ดังนั้น

$$I = I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = 1.33\sin\left(120\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$ ตอบ

เฟสเซอร์ (Phasors)

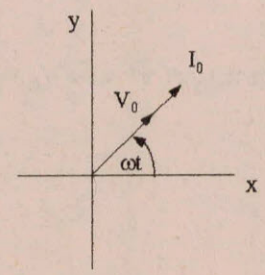
ความสัมพันธ์ของกระแสไฟฟ้าและความต่างศักย์ซึ่งต่างเฟสกันนี้ การหาศักย์รวมในวงจร R-L-C จะทำได้ง่ายโดยเขียน Phasor diagram ซึ่งกำหนด ดังนี้

ให้ แอมพลิจูด V_0 และ I_0 เป็นเวกเตอร์เรียกว่า Phasors

แม้ว่ากระแสไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้าจะไม่ใช่เวกเตอร์ แต่การคำนวณ Phasors เป็นไปตาม กฎของเวกเตอร์ จะพิจารณาทีละตัว ดังนี้

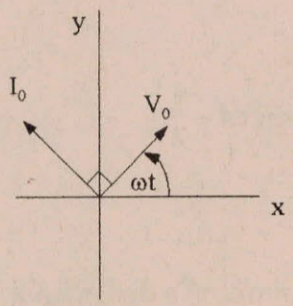
<u>เฟสเซอร์ไดอะแกรมของตัวต้านทาน</u>

V_0 และ I_0 มีเฟสเดียวกัน เขียนเป็นเวกเตอร์ซ้อนกันหมุนไปด้วยความถี่ ω ทวนเข็มนาฬิกา



<u>เฟสเซอร์ไดอะแกรมของตัวเก็บประจุ</u>

กรณีตัวเก็บประจุ I_0 นำหน้า V_0 เป็นมุม 90° จึงเขียน I_0 อยู่ข้างหน้า V_0 ดังรูป



ให้ เวกเตอร์ V_0 และ I_0 หมุนทวนเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วเชิงมุม ω

ที่เวลา t ใดๆ V_o ทำมุม ωt กับแกน x

V_o บนแกน y ที่เวลา t ใดๆ คือ $V_o \sin\omega t$

และ เวกเตอร์องค์ประกอบของ I_o ที่เวลา t ใดๆ คือ $I_o \cos\omega t$

นั่นคือ ฉายาของ V_o และ I_o บนแกน y ที่เวลา t ใดๆ จะเป็นค่า v และ i ที่เวลานั้น

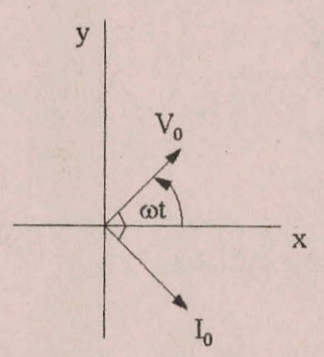
$$V = V_o \sin\omega t$$

$$i = I_o \cos\omega t = I_o \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

เป็นไปตามที่เป็นจริงในวงจร

<u>เฟสเซอร์ไดอะแกรมของขดเหนี่ยวนำ</u>

I_o ตามหลัง V_o เป็นมุม 90^o จึงเขียน I_o อยู่ข้างหลัง V_o ดังรูป



ฉายาของ V_o และ I_o บนแกน y ที่เวลา t ใดๆ มีค่า

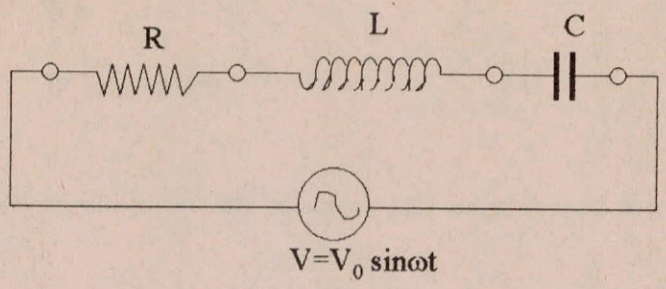
$$V = V_o \sin\omega t$$

$$i = -I_o \cos\omega t = I_o \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

ตามความเป็นจริงในวงจร

การรวม กระแสไฟฟ้า ที่ต่างเฟสกัน หรือ ศักย์ไฟฟ้าที่ต่างเฟสกันจึงทำได้โดยการเขียน เฟสเซอร์ไดอะแกรม แล้วรวมกันตามเวกเตอร์

ง. วงจร R - L - C อนุกรม



ให้ความต่างศักย์ระหว่างปลาย R - L - C เป็น V_R, V_L, V_C ตามลำดับ

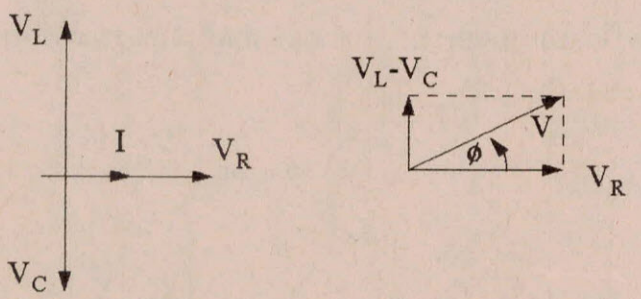
ให้กระแสในวงจร เป็น i

ความต่างศักย์ระหว่างปลาย R $V_R = IR$ เฟสเดียวกับ I

ความต่างศักย์ระหว่างปลาย L $V_L = I X_L$ นำหน้า I เป็นมุม $\frac{\pi}{2}$

ความต่างศักย์ระหว่างขั้วตัวเก็บประจุ C $V_C = IX_C$ ล้าหลัง I เป็นมุม $\frac{\pi}{2}$

ถ้าเขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรมของความต่างศักย์ทั้งวงจรจะเป็นดังรูป



รวม V_L กับ V_C ก่อนเพราะอยู่ในแกนเดียวกัน แล้วจึงรวมกับ V_R ซึ่งจะได้ศักย์รวม ดังนี้

$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$$

$$= \sqrt{(IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2}$$

$$= I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

ให้ X เป็น รีแอคแทนซ์ รวม ของ L และ C คือให้ $X = X_L - X_C$

จะได้ $V = I\sqrt{R^2 + X^2}$

ค่ารวมของความต้านทาน (resistance) และ reactance เรียกว่า impedance ใช้ตัวย่อ Z

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + X^2}}$$

จะได้ความต่างศักย์รวม $\boxed{V = IZ}$

ในวงจรอนุกรมตามตัวอย่าง $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$$= \sqrt{R^2 + \left[\omega L - \frac{1}{\omega C}\right]^2} \quad \text{โอห์ม}$$

จากเฟสเซอร์ไดอะแกรมจะทราบว่าศักย์รวมมีเฟสต่างจากกระแสไฟฟ้า ϕ เรเดียน

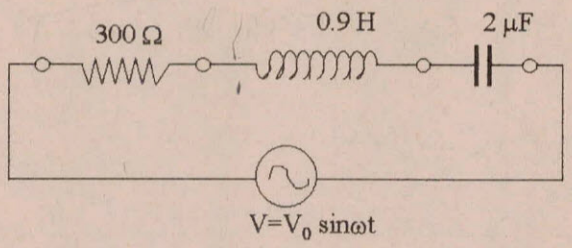
$$\phi = \tan^{-1}\frac{(V_L - V_C)}{V_R}$$

$$= \tan^{-1}\frac{(X_L - X_C)}{R}$$

$$= \tan \frac{X}{R}$$

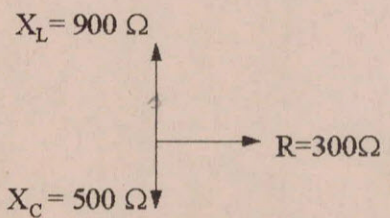
<u>ตัวอย่าง 9.3</u> ในวงจร อนุกรม R L C ถ้า R = 300 Ω, L = 0.9 H , C = 2.0 μf ต่อระหว่างปลายเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซึ่งมี แอมพลิจูดของความต่างศักย์ 50 โวลต์ ความถี่ 1000 เรเดียน/ วินาที จงหาแอมพลิจูดของความต่างศักย์ระหว่างปลาย R, L, C

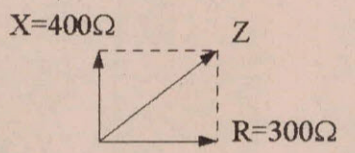
<u>วิธีทำ</u>



$$X_L = \omega\ L = 1000 \times 0.9 = 900\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \times 2 \times 10^{-6}} = 500\ \Omega$$





$$X = X_L - X_C = 900 - 500 = 400\ \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500\ \Omega$$

แอมพลิจูดของกระแสไฟฟ้าในวงจร $I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{50}{500} = 0.10$ แอมแปร์

แอมพลิจูดของความต่างศักย์ระหว่างปลายตัวต้านทาน

$$V_{R0} = I_0 R = 0.1 \times 300 = 30 \quad \text{โวลต์}$$

แอมพลิจูดของความต่างศักย์ระหว่างปลายตัวขดเหนี่ยวนำ

$$V_{L0} = I_0 X_L = 0.01 \times 900 = 90 \quad \text{โวลต์}$$

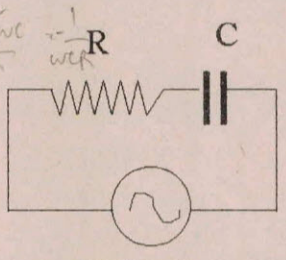
แอมพลิจูดของความต่างศักย์ระหว่างปลายตัวเก็บประจุ

$$V_{C0} = I_0 X_C = 0.01 \times 500 = 50 \quad \text{โวลต์}$$

ข้อควรสังเกต $V_{ab} \neq V_R + V_L + V_C$

<u>แบบฝึกหัด 9.2</u>

จงหาแอมพลิจูดและเฟสของ v_R และ v_C ในวงจร



$V = V_0 \sin\omega t$

<u>ตอบ</u> แอมพลิจูดของ v_R มีค่า $\dfrac{\omega RCV_0}{\sqrt{1+\omega^2R^2C^2}}$ เฟสนำหน้า v เป็นมุม $\tan^{-1}\dfrac{1}{\omega RC}$

แอมพลิจูดของ v_C มีค่า $\dfrac{V_0}{\sqrt{1+\omega^2R^2C^2}}$ เฟสตามหลัง v เป็นมุม $\tan^{-1}(\omega RC)$

9.3 การเกิดเรโซแนนซ์ ในวงจร R L C อนุกรม

- ในวงจร R L C เราทราบว่าค่าอินพีแดนซ์ของวงจร

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

จะเห็นว่าค่าอิมพีแดนซ์ Z เป็นฟังก์ชันของความถี่ และจะมีค่าต่ำสุดเมื่อเทอมในวงเล็บมีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือ Z ต่ำสุดเมื่อ $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ หรือ $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

เมื่อ Z มีค่าต่ำสุด กระแสไฟฟ้าในวงจรจะสูงสุด เรียกว่า เกิด เรโซแนนซ์

ให้ความถี่ที่ทำให้เกิดเรโซแนนซ์ เป็น ω_0

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

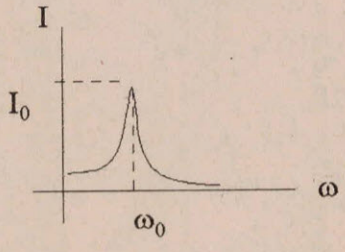
ที่ความถี่เรโซแนนซ์ กระแสไฟฟ้าในวงจรจะเหมือนกับเมื่อวงจรมีความต้านทานตัวเดียว

เช่นถ้า $V = V_0 \sin\omega_0 t$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_0}{R}\sin\omega_0 t$$

กระแสสูงสุดที่เรโซแนนซ์ $I_0 = \frac{V_0}{R}$

เขียนกราฟของกระแสไฟฟ้า ในวงจร เป็นฟังก์ชันของความถี่ ω เป็นดังรูป



9.4 กำลังของไฟฟ้า AC และค่ารากกำลังสองเฉลี่ย (root mean square)

ก.กำลังเฉลี่ยในตัวต้านทาน

เนื่องจากกระแสไฟฟ้าสลับเปลี่ยนค่าตามเวลา กำลังที่เสียไปในตัวต้านทานจึงแปรตามเวลาด้วย

สมมติความต่างศักย์ระหว่างปลายความต้านทานเป็น $V = V_0 \sin\omega t$

กระแสไฟฟ้าเป็น $$I = I_0 \sin\omega t = \frac{V_0}{R}\sin\omega t$$

กำลัง $$P = IV = \frac{V^2}{R} = \frac{V_0^2}{R}\sin^2\omega t$$

กำลังเฉลี่ยใน 1 รอบ ตั้งแต่เวลา 0 ถึงเวลา T หาได้จาก

$$< P >= \frac{\int_0^T P dt}{\int_0^T dt} = \frac{V_0^2}{RT}\int_0^T \sin^2\omega t dt = \frac{V_0^2}{RT}\left(\frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega t)}{4\omega}\right)_0^T$$

$$< P >= \frac{V_0^2}{RT}\left(\frac{T}{2} - \frac{\sin(2\omega T)}{4\omega}\right)$$

คาบ $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ดังนั้นเทอมหลังในวงเล็บเป็นศูนย์ ได้กำลังเฉลี่ยมีค่า

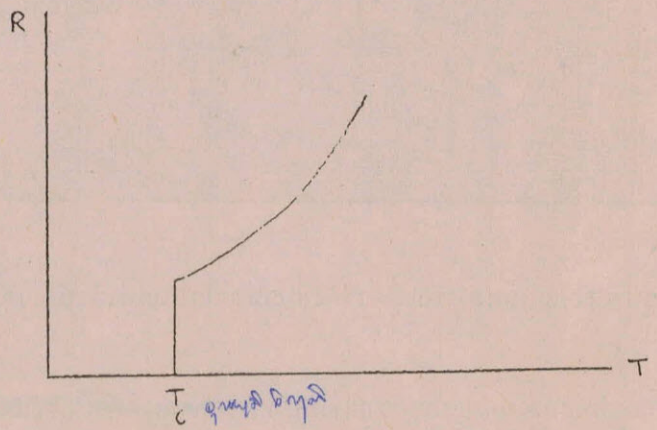
$$< P >= \frac{V_0^2}{2R}$$

บทที่ 10
สภาพนำยวดยิ่ง

10.1 บทนำ

ในบรรดาแก๊สทั้งหลายที่เรารู้จักกันดี แก๊สฮีเลียมมีอุณหภูมิของการกลายเป็นของเหลวต่ำสุด คือ 4.2 K ที่ความดันบรรยากาศ ดังนั้นจึงยากต่อการกลายเป็นของเหลว ในปี พ.ศ. 2451 นักฟิสิกส์ชาวฮอลันดาชื่อ Kamerlingh Onnes ประสบผลสำเร็จในการทำให้ฮีเลียมกลายเป็นของเหลว ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของการทดลองและศึกษาเกี่ยวกับฟิสิกส์ที่อุณหภูมิต่ำ คุณสมบัติของสารที่อุณหภูมิต่ำจึงเริ่มศึกษาเป็นครั้งแรกโดยใช้ฮีเลียมเหลวเป็นตัวทำให้เย็น (coolant)

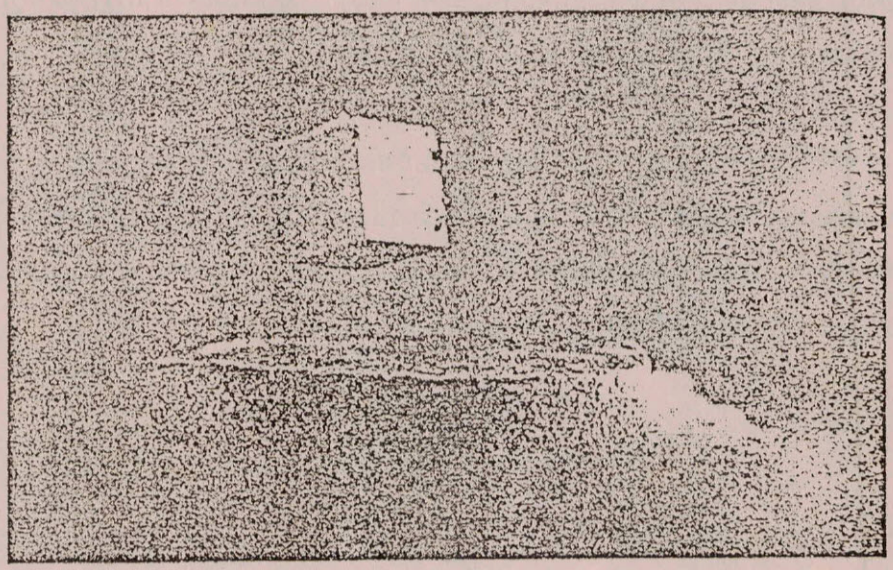
ต่อมาอีก 3 ปี คือ พ.ศ. 2454 เขาพบว่าความต้านทานของปรอทที่อุณหภูมิต่ำๆ จะลดลง และเท่ากับศูนย์ที่อุณหภูมิ 4.2 K อย่างทันทีทันใด เราเรียกปรากฏการณ์ที่สารมีความต้านทานเป็นศูนย์ว่า สภาพนำยวดยิ่ง (superconductivity) และเรียกอุณหภูมิที่สารเปลี่ยนสถานะเป็นตัวนำยวดยิ่ง (superconductor) ว่าอุณหภูมิวิกฤต (critical or transition temperature, T_c)



รูปที่ 10.1 แสดงความต้านทานของตัวนำยวดยิ่งกลายเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใดที่อุณหภูมิวิกฤต T_c

การที่ตัวนำยวดยิ่งปราศจากความต้านทานที่อุณหภูมิต่ำกว่า T_c เมื่อมีกระแสไฟ I ไหลผ่านจึงไม่มีการสูญเสียพลังงานในรูปพลังงานความร้อนขนาด I^2R เลย ดังนั้นกระแสไฟที่ไหลในตัวนำยวดยิ่งที่เป็นวงแหวนจะยังคงไหลเป็นเวลาแรมปีโดยไม่มีการสูญเสียพลังงาน เราจึงสามารถผลิตสนามแม่เหล็กขนาดใหญ่โดยผ่านกระแสไฟปริมาณมากเข้าสู่ขดลวดตัวนำยวดยิ่ง นอกจากนี้เราอาจใช้แม่เหล็กที่เป็นตัวนำยวดยิ่งสำหรับการวิจัยในห้องปฏิบัติการ ในเครื่องเร่งอนุภาค หรือสำหรับการฉายภาพทางการแพทย์ เป็นต้น

ในปี พ.ศ. 2476 Meissner และ Ochsenfeld พบว่าเมื่อให้สนามแม่เหล็กแก่ตัวนำยวดยิ่งแล้วลดอุณหภูมิให้ต่ำกว่า T_c สนามแม่เหล็กจากภายนอกจะถูกผลักจากภายในตัวนำยวดยิ่ง ทำให้ไม่มีสนามแม่เหล็กภายในตัวนำยวดยิ่งเลย ซึ่งแตกต่างจากกรณีตัวนำทั่วไปที่สนามแม่เหล็กภายในตัวนำจะเหมือนกับสนามภายนอก เราเรียกตัวนำยวดยิ่งที่ไม่มีสนามแม่เหล็กภายในเลยว่า ตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 (type I superconductor) และเรียกปรากฏการณ์นี้ว่า Meissner effect อันเนื่องจากมีกระแสที่ผิวของตัวนำยวดยิ่งทำหน้าที่กั้นสนามแม่เหล็กจากภายนอก ถ้าความเข้มสนามแม่เหล็กจากภายนอกไม่มากจนเกินไป จะเกิดปรากฏการณ์ดังกล่าว แต่สนามแม่เหล็กความเข้มสูงสามารถทำให้ตัวนำยวดยิ่งกลายเป็นตัวนำธรรมดาได้ กระแสที่ทำหน้าที่กั้นสนามแม่เหล็กจากภายนอกสามารถทำให้แท่งแม่เหล็กชิ้นเล็กๆ ลอยตัวอยู่เหนือแท่งตัวนำยวดยิ่งได้ ดังแสดงในรูปที่ 10.2



รูปที่ 10.2 แสดงการลอยตัวของชิ้นแม่เหล็กบนแท่งตัวนำยวดยิ่ง

เมื่อให้สนามแม่เหล็กจากภายนอกความเข้มมากๆ จนกระทั่งถึงความเข้มวิกฤต (critical magnetic field, B_c) ตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 จะกลายเป็นตัวนำธรรมดา

ตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2 (type II superconductor) มีพฤติกรรมที่แตกต่างจากตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 โดยมีความเข้มวิกฤต 2 ค่า คือ B_{c1} และ B_{c2} เมื่อสนามแม่เหล็กจากภายนอกมีความเข้มน้อยกว่า B_{c1} สารจะยังคงเป็นตัวนำยวดยิ่งโดยสนามจากภายนอกไม่อาจเจาะทะลุเข้าไปได้ เมื่อสนามแม่เหล็กจากภายนอกมีความเข้มระหว่าง B_{c1} และ B_{c2} สนามแม่เหล็กบางส่วนสามารถเจาะทะลุเข้าไปได้ ทำให้ภายในสารมีสถานะร่วมกันระหว่างสถานะตัวนำยวดยิ่งและสถานะปรกติ และเมื่อสนามแม่เหล็กมีความเข้มมากกว่า B_{c2} สภาพนำยวดยิ่งจะถูกทำลายโดยสิ้นเชิงกลายเป็นตัวนำธรรมดา

การค้นพบของ Meissner และ Ochsenfeld แสดงให้เห็นว่าสภาพนำยวดยิ่งเป็นกระบวนการทางอุณหพลศาสตร์ชนิดผันกลับได้ ดังนั้น Gorter และ Casimir ได้ตั้งทฤษฎีเรียกว่า two-fluid model อธิบายปรากฏการณ์ดังกล่าวและในปี 2478 Fritz และ Heinz London ตั้งทฤษฎีเชิงพลศาสตร์ไฟฟ้าอธิบายปรากฏการณ์ในเทอมของกระแสที่ผิวรอบนอก ซึ่งจำกัดสนามแม่เหล็กให้เจาะทะลุเข้าไปได้เป็นระยะทาง λ เรียกว่า penetration length ซึ่งต่อมา Pippard กำหนดค่าของ λ เป็นฟังก์ชันของวิถีเสรีเฉลี่ยของอิเล็กตรอน

ในปี พ.ศ. 2493 ทฤษฎีที่เรียกว่า Ginzburg-Landau theory อธิบายสถานะมัธยันตร์ (intermediate state) ซึ่งเป็นสถานะที่สภาพนำยวดยิ่งเกิดร่วมกับสภาพนำปรกติว่าขึ้นอยู่กับปริภูมิ (spatially dependent) และพารามิเตอร์ที่ซับซ้อน

ทฤษฎีที่สามารถอธิบายการเกิดสภาพนำยวดยิ่งได้ค่อนข้างชัดเจนและเป็นที่ยอมรับกันทั่วไป คือทฤษฎีของ Bardeen, Cooper และ Schrieffer หรือ BCS theory ซึ่งตั้งขึ้นในปี พ.ศ. 2500 และในปี พ.ศ. 2505 Josephson พบว่ากระแสสามารถไหลผ่านตัวนำยวดยิ่ง 2 แผ่นที่คั่นด้วยฉนวนได้ เรียกปรากฏการณ์นี้ว่า Josephson effect

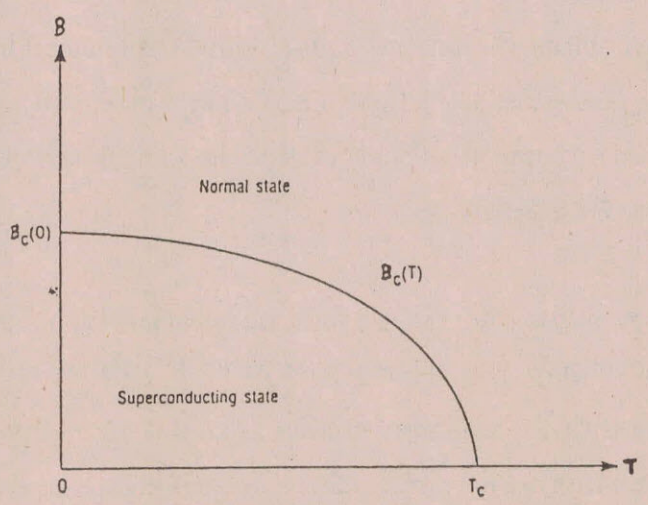
ในปี พ.ศ. 2529 Bednorz และ Muller ค้นพบสภาพนำยวดยิ่งในออกไซด์ของ Lanthanum (La), Barium (Ba) และทองแดง (Cu) ที่อุณหภูมิประมาณ 30 K ทำให้นักวิทยาศาสตร์ตื่นเต้นมาก เพราะค่า T_c สูงสุดที่ค้นพบในช่วงเวลาก่อนหน้านั้นเพียง 23 K ในสารประกอบของ Nb และ Ge จึงนับได้ว่าเป็นศักราชใหม่ของสภาพนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง (high temperature superconductivity) และหากมีการค้นพบอุณหภูมิวิกฤตเหนืออุณหภูมิห้องเมื่อใด เทคโนโลยียุคใหม่จะต้องมีการเปลี่ยนแปลงอย่างขนานใหญ่ทีเดียว

10.2 คุณสมบัติของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1

จากการทดลองพบว่าค่าของ T_c ลดลงเมื่อเพิ่มค่าความเข้มสนามแม่เหล็กภายนอก และเมื่อความเข้มสนามแม่เหล็กมากกว่าความเข้มวิกฤต B_c ตัวนำยวดยิ่งจะกลายเป็นตัวนำธรรมดา นอกจากนี้ยังพบว่า B_c ขึ้นกับอุณหภูมิตามสมการ

$$B_c(T) = B_c(0)\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] \qquad (10.1)$$

B_c (0) เป็นค่าสูงสุดของสนามแม่เหล็กในการทำลายสภาพนำยวดยิ่ง ความเข้มวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 มักมีค่าต่ำไม่เกิน 0.2 T จึงไม่อาจนำไปทำแม่เหล็กความเข้มสูงได้



รูปที่ 10.3 แสดงความเข้มวิกฤตที่เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ

จากกฎของโอห์มเราทราบว่าสนามไฟฟ้า E ในตัวนำเป็นสัดส่วนกับความต้านทาน R ดังนั้นเมื่อ R = 0 ทำให้ E = 0 ด้วย และจากกฎของฟาราเดย์คือ $\oint E.ds = \frac{-d\Phi_m}{dt}$ โดยที่ Φ_m คือฟลักซ์ของสนามแม่เหล็กถ้า E = 0 ทำให้ $\frac{d\Phi_m}{dt} = 0$ นั่นคือ Φ_m ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา หรือสนามแม่เหล็ก $B = \frac{\Phi_m}{A}$ มีค่าคงตัว ในกรณีของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 ค่าของ B = 0 หมายถึงตัวนำยวดยิ่งเป็น perfect diamagnet ซึ่งผลักกับแม่เหล็กถาวรอันเนื่องจากมีกระแสที่ผิวทำหน้าที่กั้นสนามแม่เหล็ก

ความจริงแล้วกระแสที่ผิวซึ่งทำหน้าที่กั้นสนามแม่เหล็กจากภายนอก ไม่อาจเกิดขึ้นได้ถ้าเราให้สนามแม่เหล็กมีทิศขนานกับผิวของแผ่นตัวนำยวดยิ่งที่บางมากๆ สนามแม่เหล็กจากภายนอกสามารถเจาะทะลุเข้าไปได้บ้างประมาณ 100 nm สนามแม่เหล็กภายในตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 จะลดลงตามสมการ

$$B(x) = B_0 e^{-x/\lambda} \tag{10.2}$$

B_0 เป็นค่าสนามแม่เหล็กที่ผิว x เป็นระยะจากผิวและ λ เป็นพารามิเตอร์ เรียกว่า penetration depth มีค่าอยู่ในช่วง 10-100 nm

λ เป็นฟังกชันของอุณหภูมิตามสมการ

$$\lambda(T) = \lambda_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-1/2} \tag{10.3}$$

λ_0 คือค่าของ λ ที่ $T = 0$ จะเห็นได้ว่า $\lambda \to \infty$ เมื่อ $T \to T_c$ นอกจากนี้เมื่อ T เข้าใกล้ T_c และสารอยู่ในสภาพนำยวดยิ่ง สนามแม่เหล็กจะเจาะทะลุเข้าไปมากยิ่งขึ้น เมื่อสนามแม่เหล็กสามารถทะลุผ่านสารไปได้หมด หรือ $\lambda = \infty$ สารนั้นจะกลายเป็นสภาพปรกติ

การเจาะทะลุของสนามแม่เหล็กเข้าไปในตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 ที่เป็นฟิล์มบางมีความสำคัญมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อความหนาของฟิล์มใกล้เคียงหรือน้อยกว่า λ สนามแม่เหล็กสามารถทะลุผ่านสารได้

Fritz และ Heinz London ใช้หลักทางอุณหพลศาสตร์อธิบายปรากฏการณ์ Meissner effect โดยเขียนความเข้มวิกฤต B_c ในเทอมของพลังงานที่เพิ่มขึ้นอันเนื่องจากตัวนำยวดยิ่งออกแรงต้านสนามภายนอก เราทราบว่าระบบชอบที่จะอยู่ในสถานะที่มีพลังงานต่ำสุด ดังนั้นสภาพนำยวดยิ่งจะต้องมีพลังงาน (E_s) น้อยกว่าพลังงานที่สถานะปรกติ (E_n) การออกแรงต้านสนามภายนอก B ทำให้ตัวนำยวดยิ่งมีพลังงานเพิ่มขึ้นเท่ากับ $B^2/2\mu_0$ และ B_c หาได้จากสมการ

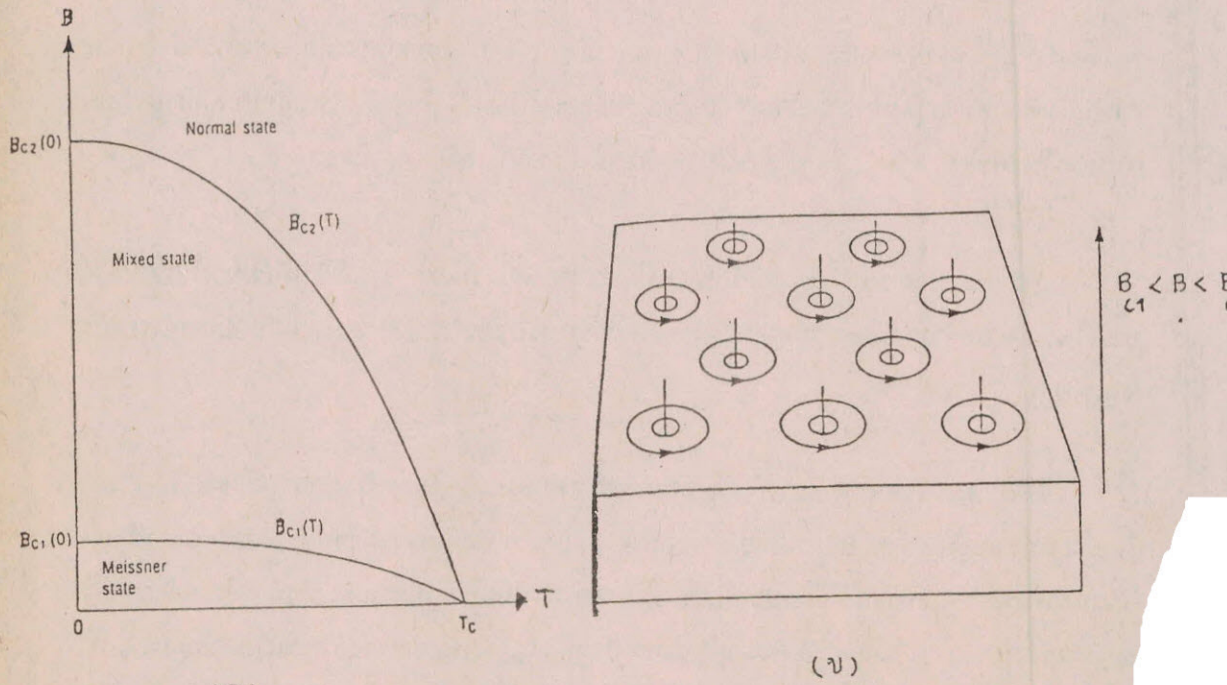
$$E_s + \frac{B_c^2}{2\mu_0} = E_n \tag{10.4}$$

คือ สภาพให้ซึมได้ทางแม่เหล็ก (magnetic permeability) ในสุญญากาศเนื่องจาก E_s ขึ้นกับ

อุณหภูมิ ดังนั้น B_c จึงเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิด้วย

10.3. คุณสมบัติของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2

ตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2 มีความเข้มวิกฤต 2 ค่า คือ B_{c1} และ B_{c2} เมื่อสนามภายนอก B น้อยกว่า B_{c1} สนามไม่อาจเจาะทะลุเข้าไปในตัวนำยวดยิ่งได้ และเมื่อ B มากกว่า B_{c2} สนามสามารถทะลุผ่านตลอดทำให้สารหมดสภาพการนำยวดยิ่งกลายเป็นสารธรรมดา เมื่อสนาม B อยู่ระหว่าง B_{c1} และ B_{c2} สารจะอยู่ในสถานะร่วมเรียกว่า mixed state หรือ vortex state โดยมีความต้านทานเป็นศูนย์ แต่สนามสามารถเจาะเข้าไปได้บางส่วน แต่ละส่วนล้อมรอบด้วยกระแสไหลวน (supercurrent whirlpools) เรียกว่า vortices vortices เหล่านี้จะผลักซึ่งกันและกันและเรียงตัวเป็นระเบียบ เมื่อสนามแม่เหล็กเพิ่มขึ้น vortices จะเพิ่มจำนวนขึ้นด้วยและอยู่ใกล้กันมากยิ่งขึ้น จนกระทั่งที่ B_{c2} สภาพการนำยวดยิ่งจะหายไป

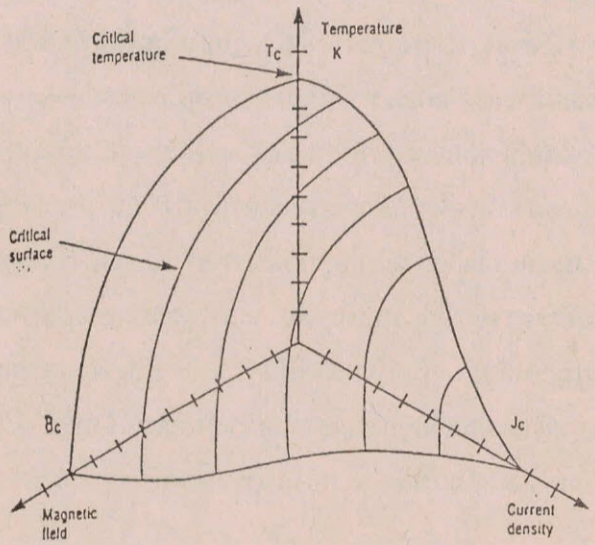


รูปที่ 10.4 แสดง(ก) ความเข้มวิกฤตที่เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ และ (ข) vortices ในตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2

โดยทั่วไป B_{c2} มีค่ามากกว่า B_c ของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 มาก จึงมักใช้ทำแม่เหล็กความเข้มสูง

เมื่อให้กระแสไหลในตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2 กระแสจะทำให้เกิดแรง (Lorentz force) กระทำต่อ vortices แรงนี้จะเพิ่มมากขึ้นเมื่อกระแสมากขึ้น ที่ความหนาแน่นกระแสวิกฤต (critical current density, J_c) แรงนี้สามารถทำให้ vortices เคลื่อนที่ได้อันเนื่องจากฟลักซ์เปลี่ยนแปลงตามเวลา การเคลื่อนที่ของ vortices ทำให้เกิดความต้านทานขึ้น สภาพนำยวดยิ่งจึงหายไป

จะเห็นได้ว่า การเปลี่ยนสถานะจากตัวนำยวดยิ่งเป็นตัวนำธรรมดา อาจเกิดขึ้นได้ 3 ทางคือ โดยการเพิ่มอุณหภูมิเหนืออุณหภูมิวิกฤต T_c โดยการเพิ่มสนามแม่เหล็กเหนือความเข้มวิกฤต B_{c2} หรือโดยการเพิ่มกระแสเหนือความหนาแน่นกระแสวิกฤต J_c อย่างไรก็ตาม การเปลี่ยนสถานะที่ต่ำกว่าค่าตัวแปรทั้ง 3 นี้อาจเกิดขึ้นได้ถ้ารวมตัวแปรเหล่านี้เข้าด้วยกัน



รูปที่ 10.5 แสดงสถานะของสภาพนำยวดยิ่งภายใต้พื้นผิววิกฤต

10.4 ทฤษฎี BCS ของการนำยวดยิ่ง

เมื่อสารเปลี่ยนสถานะ คุณสมบัติบางประการจะเปลี่ยนไป เช่น ความร้อนจำเพาะของน้ำเปลี่ยนไปเมื่อไอน้ำกลั่นตัวเป็นหยดน้ำ การเปลี่ยนสถานะของสารจากสถานะปรกติเป็นสถานะของการนำยวดยิ่ง นอกจากความร้อนจำเพาะจะเปลี่ยนไปแล้ว ความต้านทานจะเปลี่ยนไปกลายเป็นศูนย์ อย่างไรก็ตาม โครงสร้างผลึกของแลตทิซจะยังคงเหมือนเดิม แต่โครงสร้างของอิเล็กตรอนจะเปลี่ยนไป ในสถานะปรกติของโลหะทั่วไป โครงสร้างของอิเล็กตรอนอธิบายด้วยทฤษฎีแถบพลังงาน (band theory) อิเล็กตรอนจะกระจายอยู่ในแถบพลังงานที่ว่างไปจนถึงพลังงานเฟร์มี (Fermi energy) ดังนั้น เมื่อให้สนามไฟฟ้าแม้เพียงเล็กน้อยทำให้เกิดกระแสขึ้นได้ การกระเจิงของอิเล็กตรอนเมื่อชนกับส่วนอื่น ๆ เช่น ไอออนที่กำลังสั่นจะทำให้เกิดความต้านทานขึ้นโดยเราถือว่าแต่ละอิเล็กตรอนเคลื่อนที่อย่างเสรีเป็นอิสระต่อกันในสถานะปรกติและเป็นไปตาม Fermi-Dirac statistics

ทฤษฎีที่อธิบายการเกิดสภาพนำยวดยิ่งในระดับจุลทรรศน์ได้ดี คือ ทฤษฎี BCS โดย J.Bardeen, L.N.Cooper J.R.Schrieffer ในปี พ.ศ. 2500 ซึ่งเป็นทฤษฎีกลศาสตร์ควอนตัมของหลาย ๆ อนุภาค (quantum mechanical theory of many-body problem) นั่นคือ แทนที่เราจะถือว่าอิเล็กตรอนเคลื่อนที่เป็นอิสระต่อกัน เราจะพิจารณาระบบของอิเล็กตรอนที่มีสหสัมพันธ์กัน หัวใจสำคัญของทฤษฎี BCS คือ อันตรกิริยาการดึงดูดกันระหว่างอิเล็กตรอนที่เรียกว่า Cooper pair แม้ว่าการดึงดูดกันนี้จะมีค่าน้อย แต่สามารถทำให้เกิดสถานะผูกพัน (bound state) นั่นคือ พลังงานของ Cooper pair มีค่าไม่ต่อเนื่องกัน และมีค่าน้อยกว่าเมื่อเทียบกับกรณีไม่มีอัตรกิริยาต่อกัน การทำให้เกิด Cooper pair ขึ้นกับอิเล็กตรอนตัวอื่น ๆ เนื่องจากอิเล็กตรอนที่อยู่ใต้พลังงานเฟร์มี ถูกบรรจุอยู่ตามชั้นต่างๆ เกือบเต็มแล้ว จึงมีข้อจำกัดสำหรับการบรรจุอิเล็กตรอนที่เหลือโดยการคู่ควบ (coupling) กันระหว่างอิเล็กตรอนที่มีสปินตรงกันข้ามและโมเมนตัมตรงกันข้ามกลายเป็น Cooper pair ผลบวกของสปินทำให้โมเมนตัมเชิงมุมรวมของสปินเป็นศูนย์และผลบวกของโมเมนตัมเป็นศูนย์ด้วย จึงสรุปได้ว่า Cooper pair คือการรวมอนุภาคที่ไม่มีสปินและโมเมนตัมเป็นศูนย์ สภาพนำยวดยิ่งเกิดจาก Cooper pair ของอิเล็กตรอนใกล้ ๆ พลังงานเฟร์มี

อันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนที่ทำให้เกิด Cooper pair ในตัวนำยวดยิ่งโดยทั่วไปมักเกี่ยวพันกับการเคลื่อนที่ของไอออนแลตทิซ เมื่อมองในระดับฟิสิกส์แผนเดิม อธิบายได้ว่า อิเล็กตรอนตัวแรกที่มีประจุลบจะดึงดูดไอออนประจุบวกที่อยู่บริเวณใกล้เคียงเข้าหาตัว อิเล็กตรอนตัวที่สองจึงถูกดึงดูดโดยไอออนประจุบวกที่มีความหนาแน่นกว่ารอบ ๆ อิเล็กตรอนตัวแรกนี้ จึงดูเหมือนว่าอิเล็กตรอนทั้งสองดึงดูดกันนั่นเอง

เมื่อพิจารณาในระดับกลศาสตร์ควอนตัม การแกว่งกวัดของไอออนในแลตทิซมีลักษณะเป็นคลื่นเช่นเดียวกับคลื่นเสียง โดยมีพลังงานเป็นช่วง ๆ ไม่ต่อเนื่องกัน เรียกว่า โฟนอน (phonon) อันตรกิริยาของอิเล็กตรอนกับแลตทิซเปรียบได้กับการดูดกลืนหรือคายโฟนอนของอิเล็กตรอน อิเล็กตรอนตัวแรกคายโฟนอน โดยอิเล็กตรอนตัวที่สองจะดูดกลืนโฟนอนที่ถูกคายนี้ ด้วยวิธีนี้จึงถือว่าอิเล็กตรอนทั้งสองมีอันตรกิริยาต่อกันโดยผ่านโฟนอน ในตัวนำธรรมดาการกระเจิงของอิเล็กตรอนโดยโฟนอนทำให้เกิดความต้านทาน แต่ในตัวนำยวดยิ่ง การแลกเปลี่ยนโฟนอนระหว่างอิเล็กตรอนทั้งสองทำให้เกิด Cooper pair

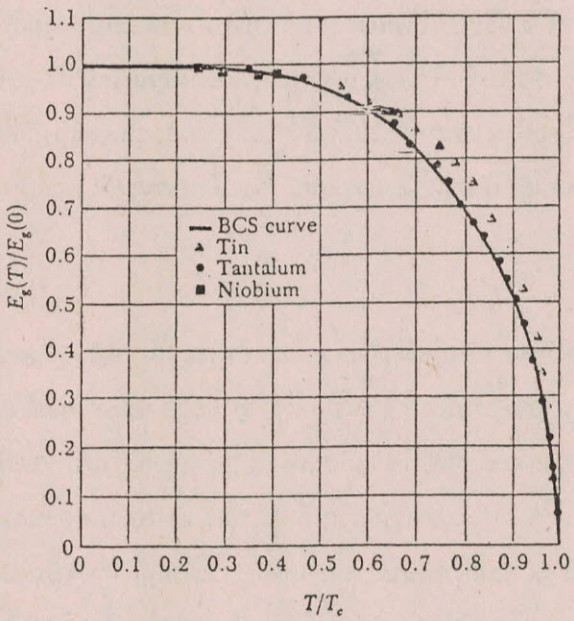
เราเรียกระยะทางที่อิเล็กตรอนคู่หนึ่งยังคงมีความสัมพันธ์กันเป็น Cooper pair ว่า coherence length มักแทนด้วย ξ ตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 จะมีค่า ξ มากกว่า penetration depth λ โลหะบริสุทธิ์ส่วนมากมักเป็นตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 เมื่ออัตราส่วน λ/ξ มีค่ามากขึ้น มักกลายเป็นตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2 ทั้ง ξ และ λ ขึ้นอยู่กับวิถีเสรีเฉลี่ยของอิเล็กตรอนในสถานะปรกติ เมื่อเติมสารเจือปน(impurities) ให้กับโลหะ λ จะมีค่าเพิ่มขึ้นในขณะที่ ξ มีค่าลดลง ดังนั้น เราอาจเปลี่ยนชนิดของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 เป็นชนิดที่ 2 ได้โดยการเติมโลหะเจือ เช่น ตะกั่วบริสุทธิ์เป็นตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 สามารถเปลี่ยนเป็นชนิดที่ 2 โดยการเติมอินเดียม 2% โดยน้ำหนัก

การที่อิเล็กตรอนคู่หนึ่งจับคู่กันเป็น Cooper pair ทำให้จำเป็นต้องมีพลังงานค่าหนึ่งในการแยกคู่ออกจากกัน ในโลหะปรกติ เมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่จะชนกับอนุภาคอื่น ๆ จำนวนมากทำให้เกิดความต้านทาน แต่เมื่ออิเล็กตรอนจับคู่กันเป็น Cooper pair ในสถานะนำยวดยิ่ง แม้จะชนกับอนุภาคอื่น ๆ แต่พลังงานไม่มากพอที่จะแยกคู่ออกจากกันได้ จึงไม่มีความต้านทานเกิดขึ้น

ดังได้กล่าวในตอนต้นของหัวข้อนี้แล้วว่า พลังงานของ Cooper pair มีค่าน้อยกว่ากรณีที่ไม่มีอันตรกิริยาต่อกัน พลังงานที่แตกต่างกันนี้เรียกว่าช่องว่างพลังงาน (energy gap) แทนด้วย E_g ซึ่งอาจนิยามว่าเป็นพลังงานที่ใช้ในการแยก Cooper pair หนึ่งคู่ออกจากกัน ทฤษฎี BCS ทำนายว่า E_g (0) ที่ $T = o\ K$ เป็นสัดส่วนกับ T_c ตามสมการ

$$E_g(0) = 3.53\ k\ T_c \qquad (10.5)$$

E_g (T) ที่อุณหภูมิ $T < T_c$ จะมีค่าลดลงและเท่ากับศูนย์เมื่อ $T = T_c$ ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลอง ดังแสดงในรูปที่ 10.6



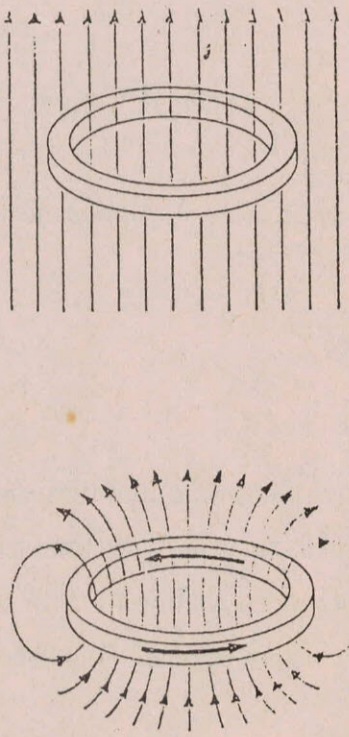
21/19 L8

รูปที่ 10.6 แสดงช่องว่างพลังงาน E_g (T) ที่อุณหภูมิ $T < T_c$

เนื่องจาก Cooper pair ประกอบด้วยอิเล็กตรอนที่มีสปินตรงกันข้าม ดังนั้นเมื่อให้สนามแม่เหล็กแก่ตัวนำยวดยิ่ง ทำให้พลังงานของอิเล็กตรอนตัวหนึ่งเพิ่มขึ้นและอีกตัวหนึ่งมีพลังงานลดลง และเมื่อสนามแม่เหล็กเพิ่มขึ้นมากพอที่จะแยกคู่ออกจากกันเพื่อให้สปินหันไปในทางเดียวกันแล้ว พลังงานจะลดลง สนามแม่เหล็กนี้สอดคล้องกับความเข้มวิกฤต B_c ดังได้กล่าวแล้ว

10.5 กระแสยวดยิ่งและการทำฟลักซ์ให้เป็นควอนตัม

สมมติเรามีลวดวงกลมที่สามารถกลายเป็นตัวนำยวดยิ่งได้ เมื่อเราให้สนามแม่เหล็กแก่ลวดวงกลมในขณะที่ลวดอยู่สถานะปรกติ (นั่นคือ เมื่อ $T > T_c$) หลังจากนั้น จึงลดอุณหภูมิของลวดวงกลมให้ต่ำกว่า T_c ลวดจึงมีสถานะเป็นตัวนำยวดยิ่ง เราทราบจากตอนต้นแล้วว่าสนามแม่เหล็กไม่อาจทะลุเข้าไปในลวดได้อันเนื่องจากมีกระแสรอบ ๆ ลวดนั้น อย่างไรก็ตาม สนามแม่เหล็กยังคงผ่านบริเวณตรงกลางที่ไม่ใช่ตัวลวดได้ ดังแสดงในรูปที่ 10.7 (ก) เมื่อเราเลิกให้สนามแม่เหล็กแก่เส้นลวดวงกลมฟลักซ์ของสนามแม่เหล็กบริเวณตรงกลางที่ไม่ใช่ตัวลวดนี้ยังคงมีอยู่อันเนื่องจากมีกระแสเหนี่ยวนำเกิดขึ้นภายในตัวลวดนั้น เนื่องจากความต้านทานภายในลวดหรือ R เท่ากับศูนย์ กระแสที่เกิดขึ้นจึงไหลวนในลวดวงกลมชั่วนิรันดร์ เราเรียกกระแสที่ไหลวนในวงกลมนี้ว่ากระแสยวดยิ่ง (supercurrents หรือ persistent currents)



รูปที่ 10.7 แสดงฟลักซ์ของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นภายในลวดวงกลมที่เป็นตัวนำยวดยิ่งและกระแสยวดยิ่งที่ไหลวนในลวดวงกลมนั้น

ต่อไปเราลองทดลองใหม่โดยลดอุณหภูมิของลวดวงกลมให้น้อยกว่า T_c ก่อน แล้วจึงให้สนามแม่เหล็กแก่ลวดวงกลม ฟลักซ์ของสนามแม่เหล็กจะถูกผลักออกจากทั้งภายในตัวลวดเอง และบริเวณรูตรงกลางที่ไม่ใช่ตัวลวดด้วย ที่เป็นเช่นนี้เพราะกระแสเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในลวดวงกลมทำหน้าที่ผลักสนามแม่เหล็กทั้งภายนอกและภายในลวดซึ่งถือว่ามีสถานะของการนำยวดยิ่ง ในกรณีเช่นนี้ กระแสเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นจะหายไปเมื่อเราเลิกให้สนามแม่เหล็กแก่ลวดวงกลมเส้นนั้น

กระแสยวดยิ่งที่เกิดขึ้นในลวดตัวนำยวดยิ่งหลังจากที่เราเลิกให้สนามแม่เหล็กดังกล่าวดังเช่นในกรณีแรกนี้ ทำให้ฟลักซ์ของสนามแม่เหล็กภายในรูตรงกลางที่ไม่ใช่ตัวลวดมีค่าเป็นควอนตัมในหน่วยของ $\frac{h}{2e}$ หรือ

$$\Phi = n\frac{h}{2e} = n\Phi_0 \tag{10.6}$$

โดยที่ n เป็นเลขลงตัว และ

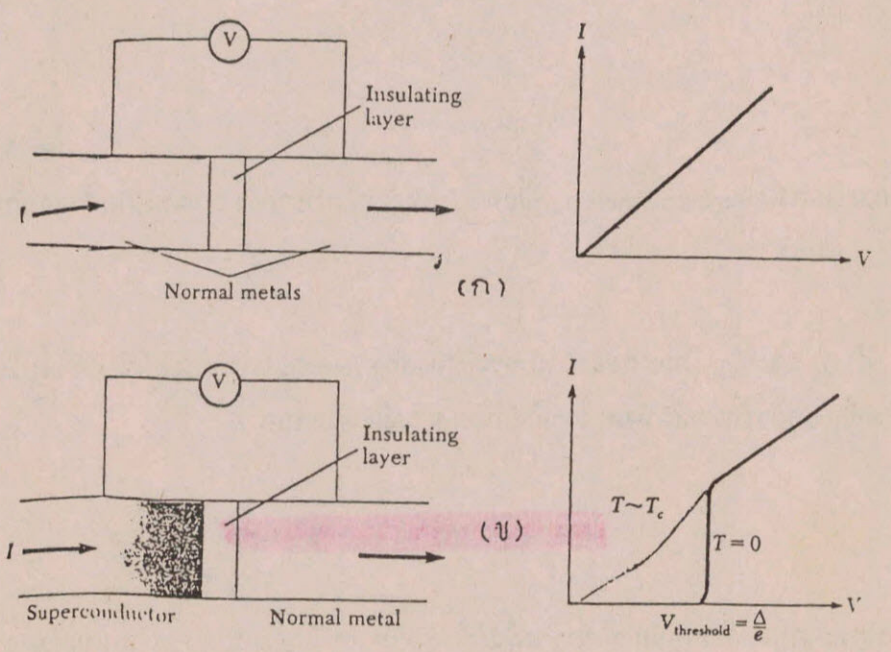
$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.0679 \times 10^{-15} \ \ T.m^2 \tag{10.7}$$

การทำฟลักซ์ให้เป็นควอนตัม (flux quantization) นี้ สอดคล้องกับทฤษฎี BCS และแนวคิดที่เกี่ยวกับ Cooper pair เป็นอย่างดี

10.6 Josephson tunneling

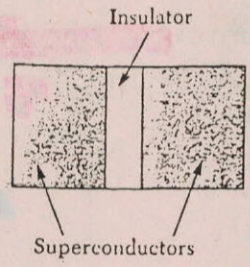
Tunneling เป็นปรากฏการณ์ทางกลศาสตร์ควอนตัมที่อนุภาคสามารถเจาะทะลุผ่านสิ่งขวางกั้น (barrier) แต่ในทางกลศาสตร์แผนเดิมไม่อาจผ่านได้ ถ้าแผ่นโลหะ 2 แผ่นคั่นด้วยฉนวน ฉนวนจะทำหน้าที่เป็นตัวขวางกั้นอิเล็กตรอนมิให้ไหลผ่านแผ่นโลหะทั้ง 2 ได้ แต่ถ้าฉนวนบางมาก ๆ จะมีความเป็นไปได้ที่อิเล็กตรอนจากแผ่นโลหะหนึ่งเจาะทะลุผ่านไปอีกแผ่นได้

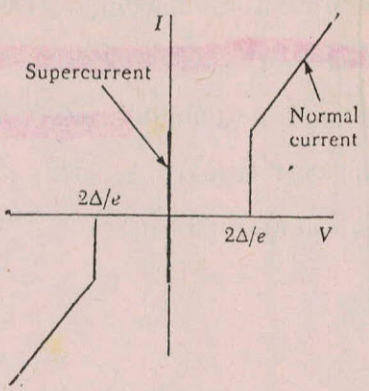
เมื่อเราให้ความต่างศักย์ V แก่แผ่นโลหะ 2 แผ่นที่คั่นด้วยฉนวน อิเล็กตรอนสามารถเคลื่อนที่จากแผ่นโลหะหนึ่งผ่านฉนวนไปสู่อีกแผ่นหนึ่ง นั่นคือ มีกระแสเกิดขึ้น ถ้า V ไม่มากนัก V และกระแส I จะสัมพันธ์กันเป็นไปตามกฎของโอห์ม ดังแสดงในรูปที่ 10.8 (ก) แต่ถ้าเราแทนแผ่นโลหะด้านซ้ายมือเป็นตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิต่ำกว่า T_c สิ่งที่เกิดขึ้นจะแตกต่างจากกรณีแรก กล่าวคือ เมื่อ V เพิ่มขึ้น จะยังไม่มีกระแส I เกิดขึ้น จนกระทั่ง $V = V_t$ จึงเริ่มมี I ค่าของ $V_t = E_g/2e = \Delta/e$ โดยที่ Δ เป็นครึ่งหนึ่งของช่องว่างพลังงาน E_g ดังนั้น เมื่อผลคูณ eV มีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของ E_g จะเริ่มมีกระแสเกิดขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 10.8(ข)



รูปที่ 10.8 แสดง tunneling ของอิเล็กตรอนระหว่าง
(ก) โลหะทั้งสองที่คั่นด้วยฉนวน และ
(ข) ตัวนำยวดยิ่งและโลหะที่คั่นด้วยฉนวน

ในปี พ.ศ.2505 Josephson เสนอว่า Cooper pair สามารถเจาะทะลุผ่านฉนวนที่คั่นระหว่างตัวนำยวดยิ่ง 2 แผ่นได้ โดยไม่มีความต้านทานเกิดขึ้น และเกิดกระแสตรง (dc current) โดยที่ไม่ต้องให้ความต่างศักย์ V เลย และเมื่อเราให้ความต่างศักย์แก่ตัวนำยวดยิ่งทั้งสอง จะเกิดกระแสสลับ (ac current) ดังแสดงในรูปที่ 10.9





รูปที่ 10.9 แสดง Josephson tunneling ที่เกิดขึ้นระหว่างตัวนำยวดยิ่ง 2 แผ่นที่คั่นด้วยฉนวนบางมาก ๆ

ถ้า ϕ_1 และ ϕ_2 เป็นเฟสของตัวนำยวดยิ่งทั้งสอง Josephson แสดงให้เห็นว่า เมื่อไม่ได้ให้ความต่างศักย์แก่ตัวนำยวดยิ่งทั้งสองจะเกิดกระแสยวดยิ่ง ตามสมการ

$$I_s = I_m \sin(\phi_1 - \phi_2) = I_m \sin\delta \qquad (10.8)$$

I_m คือค่ากระแสสูงสุดที่เกิดขึ้น ซึ่งขึ้นกับพื้นที่ผิวสัมผัส และลดลงแบบเอกซ์โพเนนเชียลตามความหนาของฉนวนที่ใช้คั่น ทฤษฎีของ Josephson ได้รับการยืนยันในเวลาต่อ ๆ มาว่าเป็นจริง

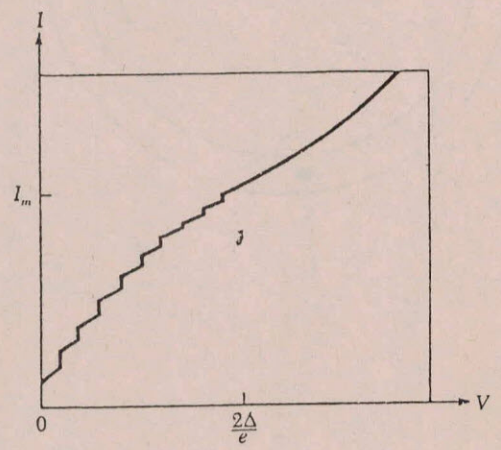
เมื่อให้ความต่างศักย์แก่ตัวนำยวดยิ่งทั้งสอง ความต่างศักย์ทำให้เกิดกระแสสลับ กำหนดโดย

$$I = I_m \sin(\delta - 2\pi ft) \qquad (10.9)$$

ค่าคงตัว δ กำหนดที่เวลา $t = 0$ และความถี่ f กำหนดโดย

$$f = \frac{2eV}{h} \qquad (10.1$$

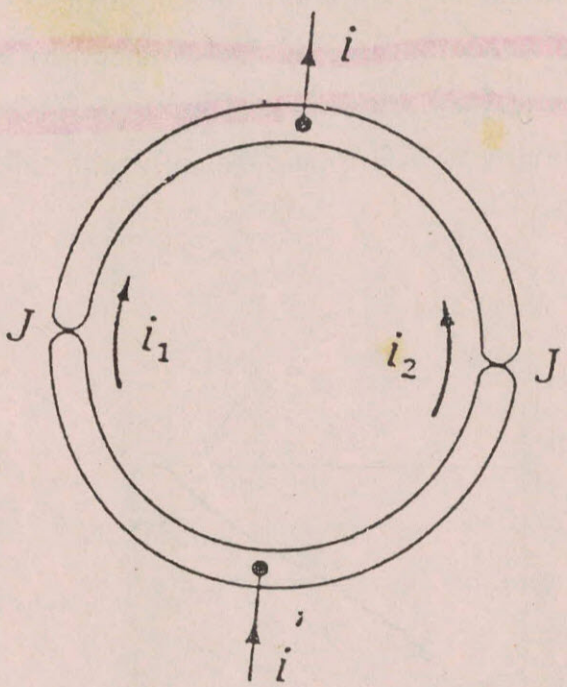
ต่อไปเมื่อฉายรังสีความถี่ f' แก่ระบบ พบว่ากราฟของกระแสตรงกับความต่างศักย์มีลักษณะเป็นขั้น ๆ เมื่อความต่างศักย์สอดคล้องกับความถี่ f ของสมการ (10.10) นั่นคือ เมื่อ $V = hf/2e = nhf'/2e$ ดังแสดงในรูปที่ 10.10 ที่เป็นเช่นนี้เพราะตัวนำยวดยิ่งทั้งสองด้านมีสถานะทางควอนตัมที่ต่างกัน, รอยต่อจึงมีลักษณะคล้ายอะตอมกระโดดข้ามสถานะที่ต่างกันนี้โดยการดูดกลืนหรือคายพลังงาน ดังนั้น เมื่อ Cooper pair กระโดดข้ามรอยต่อ จะมีการคายหรือดูดกลืนโฟตอนความถี่ $f = 2eV/h$



รูปที่ 10.10 แสดงกราฟของกระแสตรงกับความต่างศักย์เมื่อให้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าแก่ระบบ

ถ้าให้สนามแม่เหล็กแก่ระบบ พบว่ากระแสที่ไหลผ่านรอยต่อจะมีค่าสูงสุดเป็นช่วง ๆ ซึ่งสอดคล้องกับฟลักซ์แม่เหล็กที่เป็นควอนตัมดังได้กล่าวในหัวข้อที่ 10.5

ถ้าทำลวดวงแหวนที่เป็นตัวนำยวดยิ่งให้มีลักษณะที่เรียกว่า SQUID คล้าย ๆ กับมี Josephson nctions 2 ชุด ดังแสดงในรูปที่ 11 กระแสที่ไหลในวงแหวนจะเป็นผลบวกของกระแสย่อย สองและขึ้นอยู่กับเฟสที่แตกต่างกัน คล้าย ๆ กับการแทรกสอดที่เกิดขึ้นกับคลื่นแสง



รูปที่ 10.11 แสดงลวดวงแหวนที่เป็น SQUID

10.7 ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง

นับตั้งแต่ Onnes ค้นพบสภาพนำยวดยิ่งของปรอทที่อุณหภูมิต่ำหว่า 4.15 K เมื่อปี พ.ศ. 2454แล้ว ต่อมาได้มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งของสารต่างๆ โดยที่อุณหภูมิวิกฤต T_c มีค่าไม่มากนัก และในปี พ.ศ. 2516 พบว่าตัวนำยวดยิ่งที่มี T_c สูงสุดในขณะนั้นคือโลหะเจือของ Nb_3G_e ซึ่งมี T_c เพียง 23 K เท่านั้น ซึ่งยังไม่สูงพอที่จะนำไปใช้ประโยชน์ในทางปฏิบัติคือที่อุณหภูมิห้องประมาณ 300 K ได้ สิ่งที่นักวิทยาศาสตร์ตั้งเป้าไว้ในขณะนั้นคือการหาสารที่มี T_c สูงกว่า 77 K ซึ่งเป็นจุดเดือดของไนโตรเจนเหลว

จนกระทั่งในปี พ.ศ. 2529 Bednortz และ Muller แห่งห้องปฏิบัติการของ IBM ในเมือง Rushlikon ประเทศสวิตเซอร์แลนด์พบว่าสารประกอบ $La_{2-x}Ba_xCuO_{4-y}$ มี $T_c = 35$ K และต่อมาได้รับการยืนยันจาก Kitazawa แห่งมหาวิทยาลัยโตเกียว และ Paul Chu แห่งมหาวิทยาลัยฮุสตัน นอกจากนี้ Paul Chu พบว่าค่าของ T_c ของสารนี้เพิ่มค่าได้โดยการเพิ่มความดัน และได้มีการทดลองหาค่า T_c ของสารอื่นๆ ที่คาดว่าน่าจะสูงกว่านี้ได้อีก

จนกระทั่งถึงปัจจุบัน ค่า T_c ที่หาได้มีค่าสูงสุดประมาณ 130 K เท่านั้น เป็นที่น่าสังเกตว่า สารเหล่านี้มี Cu และ 0 เป็นองค์ประกอบและมีลักษณะเป็นแนวราบ และไวต่อการปรับค่าออกซิเจนมาก

เป้าหมายที่สำคัญของนักวิทยาศาสตร์คือการหาสารที่มี T_c ประมาณ 300 K เพื่อสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ เช่น การทำแม่เหล็กที่สามารถเก็บพลังงานและยกรถไฟให้วิ่งเหนือรางได้ การสร้างมอเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงสุด การสร้างฟิล์มบางที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในวงจรไฟฟ้า คอมพิวเตอร์ที่มีความเร็วของการคำนวณสูงสุดและขนาดเล็กที่สุดฯลฯ และเมื่อถึงจุดนั้น เทคโนโลยีสมัยใหม่จะต้องเปลี่ยนโฉมหน้าอีกครั้งหนึ่งอย่างแน่นอน

ตอนที่ 2

ทัศนศาสตร์เชิงกายภาพ

รองศาสตราจารย์ ดร.ประสาท สืบค้า

การประยุกต์คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

รองศาสตราจารย์ ดร.วุฒิ พันธุมนาวิน

บทที่ 11 ทัศนศาสตร์ เชิงกายภาพ

เค้าโครงเรื่อง

11.1 การแทรกสอด

11.1.1 เงื่อนไขของการแทรกสอด

11.1.2 การทดลองแบบช่องเล็กคู่ของยัง

11.2.3 การแจกแจงความเข้มของริ้วการแทรกสอด

11.2.4 การบวกเฟเซอร์ของคลื่น

11.2.5 การแทรกสอดโดยการสะท้อนจากฟิล์มบาง

11.2.6 อินเตอร์ฟีฟรอมิเตอร์ของไมเคิลสัน

11.2 การเลี้ยวเบน

11.2.1 การเลี้ยวเบนจากสลิตเดี่ยว

11.2.2 การเลี้ยวเบนจากช่องกลม

11.2.3 กำลังแยก

11.2.4 การเลี้ยวเบนเนื่องจากสลิตยาวสองช่องขนานกัน

11.2.5 เกรตติงเลี้ยวเบน

11.2.6 กำลังแยกของเกรตติงเลี้ยวเบน

11.2.7 การเลี้ยวเบนของแสงโดยผลึก

11.3 โพลาไรเซชัน

11.3.1 การโพลาไรเซชันโดยวิธีการไดโครอิก

11.3.2 การโพลาไรเซชันโดยการสะท้อน

11.3.3 การหักเหสองแนว

11.3.4 การกระเจิงของแสง

11.3.5 การประยุกต์แสงโพลาไรซ์

ทัศนศาสตร์ (optics) เป็นศาสตร์ที่ศึกษา ปรากฏการณ์ต่างๆ ของแสงช่วงที่ตามองเห็น แต่เนื่องจากแสงช่วงที่ตามองเห็นนั้น เป็นส่วนหนึ่งของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ดังนั้นความรู้เกี่ยวกับปรากฏการณ์ดังกล่าว จึงสามารถนำมาประยุกต์กับปรากฏการณ์ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ในช่วงความยาวคลื่นอื่นๆ ได้

การศึกษาปรากฏการณ์ของแสงโดยใช้สมบัติที่แสงเดินทางเป็นเส้นตรงในตัวกลางเอกพันธ์ และใช้การเขียนเส้นรังสีตามแนวการเคลื่อนที่ของแสงนั้นสามารถอธิบายปรากฏการณ์ได้บางอย่างเท่านั้น เช่น การสะท้อน การหักเห และการกระจายเป็นต้น ซึ่งเรียกแขนงวิชาทัศนศาสตร์นี้ว่า **ทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิต** (Geometrical Optics) ซึ่งอยู่ในหลักสูตรมัธยมศึกษา จะไม่กล่าวถึงในเอกสารนี้ แต่อาจนำกฎหรือหลักการบางข้อมาใช้ประกอบคำอธิบายในเนื้อหาบางส่วน ปรากฏการณ์อีกหลายอย่างของแสง เช่น การแทรกสอด (interference) การเลี้ยวเบน (diffraction) และโพลาไรเซชัน (polarization) จำเป็นต้องอาศัยสมบัติการเป็นคลื่นของแสงมาอธิบาย แขนงวิชาทัศนศาสตร์ที่ใช้สมบัติการเป็นคลื่นของแสงมาอธิบายปรากฏการณ์ของแสง เรียกว่า **ทัศนศาสตร์เชิงกายภาพ** (Physical Optics)

11.1 การแทรกสอด

การแทรกสอด เป็นปรากฏการณ์ที่เกิดจากการซ้อนทับกันของคลื่นตั้งแต่สองขบวนขึ้นไป โดยอาศัยหลักการรวมคลื่น ทำให้สามารถทราบถึงลักษณะของคลื่นรวมหรือคลื่นลัพธ์ได้ ถ้าความเข้มของคลื่นลัพธ์มีค่ามากกว่าความเข้มของแต่ละคลื่น เราเรียกว่า การแทรกสอดแบบเสริมกัน (constructive interference) ถ้าความเข้มของคลื่นลัพธ์มีค่าน้อยกว่าความเข้มของแต่ละคลื่น เราเรียกว่าการแทรกสอดแบบหักล้างกัน (destructive interference) ในบทก่อนได้กล่าวถึงการแทรกสอดของคลื่นกล ที่ทำให้เกิดปรากฏการณ์บีตส์ และคลื่นนิ่งในบทนี้จะกล่าวถึงการแทรกสอดของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

11.1.1 เงื่อนไขของการแทรกสอด

ดังได้กล่าวแล้วว่าแสงเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งประกอบด้วยสนามแม่เหล็กไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กซึ่งตั้งฉากกัน และตั้งฉากกับทิศทางการแผ่ของคลื่นด้วย วีเนอร์ (Otto Wiener) ได้ทดลองพบว่าสนามไฟฟ้ามีผลต่อฟิล์มมากกว่าสนามแม่เหล็ก ดังนั้นการพิจารณาปรากฏการณ์ที่เกิดจากแสง อาพิจารณาได้จากผลการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าโดยตรง อย่างไรก็ตามปรากฏการณ์แทรกสอด

สังเกตได้ไม่ง่ายนัก ทั้งนี้เพราะแสงมีความยาวคลื่นสั้นมาก (แสงที่สายตามองเห็นมีความยาวคลื่นประมาณ 400 นาโนเมตร - 750 นาโนเมตร หรือมีความถี่ในช่วง 4×10^{14} เฮิร์ตซ์ - 7.5×10^{14} เฮิร์ตซ์) ดังนั้น ปรากฏการณ์การแทรกสอดของแสงจะสังเกตเห็นได้ ต้องสอดคล้องกับเงื่อนไข 3 ข้อ ดังนี้

1. แหล่งกำเนิดแสงต้องเป็นแหล่งกำเนิด อาพันธ์ (coherent source) กล่าวคือ คลื่นแสงที่มาจากตำแหน่งที่ต่างกัน ผลต่างของเฟส จะต้องคงที่ตลอดเวลา

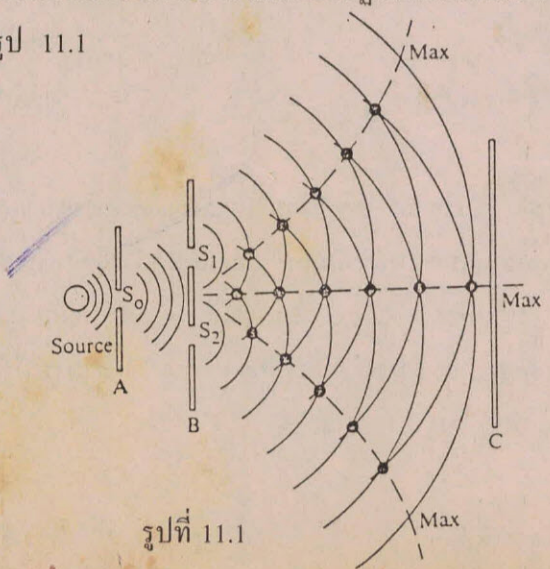
แหล่งกำเนิดคลื่นอาพันธ์อาจได้จากแสงเลเซอร์ ซึ่งเป็นแสงขนานความเข้มสูง หรืออาจได้จากแหล่งกำเนิดแสงอันเดียวกัน แล้วให้แสงผ่านช่องเล็กๆ 2 ช่อง ซึ่งช่องเล็กๆ 2 ช่องนี้จะทำหน้าที่คล้ายเป็นแหล่งกำเนิดแสงอาพันธ์

2. แหล่งกำเนิดแสงต้องให้แสงสีเดียว (monochromatic) นั่นคือ มีความถี่เดียว หรือความยาวคลื่นเดียว

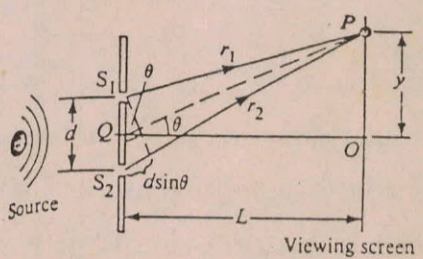
3. การรวมกันของคลื่นแสงต้องเป็นไปตามหลักการรวมกันได้ของคลื่น (superposition principle of waves) ซึ่งกล่าวว่า "คลื่นลัพธ์ คือ ผลรวมของคลื่น ซึ่ง ณ ตำแหน่งหนึ่งตำแหน่งใดในตัวกลางจะเป็นผลบวกทางพีชคณิต ของแต่ละคลื่นที่มารวมกัน หรือ ซ้อนกันที่ตำแหน่งนั้น

11.1.2 การทดลองแบบช่องเล็กคู่ของยัง

ทอมัส ยัง (Thomas Young) นักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษได้ทำการทดลองในปี ค.ศ. 1801 แสดงให้เห็นว่าแสงสามารถเกิดปรากฏการณ์แทรกสอดได้ เครื่องมือที่ใช้ทดลองของยังมีลักษณะดังรูป 11.1



รูปที่ 11.1



รูปที่ 11.2

แสงจากแหล่งกำเนิด ตกกระทบฉากสั้น A และมีช่องเล็กๆ S_0 เพื่อให้แสงผ่านไปตกกระทบฉากกั้น B ซึ่งกั้นขนานกับ A และมีช่องเล็กๆ 2 ช่อง คือ S_1 และ S_2 ห่างจาก S_0 เท่ากัน, ช่องแคบ S_1 และ S_2 จะทำหน้าที่คล้ายเป็นแหล่งกำเนิดแสง (ตามหลักของฮอยเกนส์) ซึ่งมีความถี่และเฟสตรงกัน เนื่องจากอยู่บนหน้าคลื่น (wave front) อันเดียวกัน ดังนั้น S_1 และ S_2 จึงเป็นแหล่งคลื่นอาพันธ์ ห่างจากฉาก B ออกไปไกลมาก เมื่อเทียบกับระยะทาง S_1 ถึง S_2 เป็นฉาก C ซึ่งเป็นฉากจะใช้สังเกตปรากฏการณ์แทรกสอด

เพื่อให้เข้าใจการทดลองของยังง่ายขึ้น พิจารณารูป 11.2 โดยแหล่งกำเนิดแสงเป็นแหล่งกำเนิดจุดให้แสงสีเดียว มีความยาวคลื่น λ ระยะระหว่าง S_1 ถึง S_2 เท่ากับ d ระยะทางระหว่างฉาก B กับ C เท่า L เมื่อ L มีค่ามาก เมื่อเปรียบเทียบกับ d และขนาดของช่องแคบ ($L >> d$) ความเข้มของแสงที่จุด P ใดๆ บนฉาก C คือความเข้มของคลื่นลัพธ์ ที่เกิดจากการรวมของคลื่นที่มาจาก S_1 และ S_2 จากรูป 11.2 จะเห็นว่าระยะทาง S_2P ยาวกว่า S_1P ให้ δ คือผลต่างนั้น ซึ่งเรียกว่า Path difference

เมื่อ $\delta = r_2 - r_1$

จากรูป $\delta = d\sin\theta$ (11.1)

δ จะเป็นตัวบอกให้ทราบว่า จุด P จะเกิดการแทรกสอดแบบใด กล่าวคือ ถ้า δ มีค่าเท่ากับเลขจำนวนเต็ม (รวมศูนย์ด้วย) คูณกับความยาวคลื่น แสดงว่าที่ตำแหน่ง P คลื่นทั้งสองมีเฟสเดียวกัน จะเกิดการแทรกสอดแบบเสริมกัน จะสังเกตเห็นแถบสว่าง ในทำนองคล้ายกันหาก δ มีค่าเท่ากับเลขจำนวนเต็ม (ไม่รวมศูนย์) คูณกับครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่น แสดงว่าที่ตำแหน่ง P คลื่นมีเฟสตรงกันข้าม จะเกิดการแทรกสอดแบบหักล้างกัน จะสังเกตเห็นเป็นแถบมืด นั่นคือ เงื่อนไขการเกิดแถบสว่างและแถบมืดบนฉาก เขียนเป็นสมการได้ว่า

เงื่อนไขสำหรับแถบสว่าง : $\delta = d\sin\theta = m\lambda$ (11.2)

เงื่อนไขสำหรับแถบมืด : $\delta = d\sin\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ (11.3)

เมื่อ $m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, ...$, ตัวเลขดรรชนี m เรียกว่า เลขอันดับ (order number) ของแถบ, แถบสว่างตรงกลาง (จุด 0) ตรงกับค่า $m = 0$ เรียกว่าแถบสว่างอันดับศูนย์ และแถบสว่างถัดไปทั้งสองข้างเรียกว่าแถบสว่างอันดับหนึ่ง, อันดับสอง, อันดับสาม,.....ในกรณีที่ d มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ $L(L >> d)$, พิจารณาจุด P ใดๆ ที่ใกล้จุด 0 จะเห็นว่า θมีค่าน้อยๆ จึงสามารถใช้ค่าประมาณ $\sin\theta \cong \tan\theta$, โดยพิจารณาสามเหลี่ยม OPQ ในรูป 11.2 จะได้

$$\sin\theta \cong \tan\theta = \frac{y}{L} \qquad (11.4)$$

ถ้าให้ y เป็นระยะทางบนฉากที่วัดจากตำแหน่ง 0 จะได้

$$y_{bright} = \frac{\lambda L}{d} m$$

$$y_{dark} = \frac{\lambda L}{d}\left[m + \frac{1}{2}\right] \qquad (11.6)$$

ระยะห่างระหว่างแถบสว่าง (แถบมืด) ไปยังแถบสว่าง (แถบมืด) ถัดไป คือ

$$y_{bright,m+1} - y_{bright,m} = \frac{\lambda L}{d}(m+1) - \frac{\lambda L}{d} m = \frac{\lambda L}{d} \qquad (11.7)$$

$$y_{dark,m+1} - y_{dark,m} = \frac{\lambda L}{d}\left(m+1+\frac{1}{2}\right) - \frac{\lambda L}{d}\left(m+\frac{1}{2}\right) = \frac{\lambda L}{d} \qquad (11.8)$$

ในทางปฏิบัติ ค่า L และ d สามารถวัดได้ ดังนั้นถ้าเรารู้ค่าระยะห่างระหว่างแถบแล้วใช้สมการ 11.7 หรือ 111.8 สามารถหาค่าความยาว λ ได้ ทอมัส ยัง ก็ได้ใช้เทคนิคนี้ในการวัดความยาวคลื่นของแสงครั้งแรกของเขา

ตัวอย่างที่ 11.1 ในการทดลองของยังถ้าระยะห่างระหว่างสลิต (ช่องเล็กยาว) เป็น 0.1 มิลลิเมตร ระยะห่างจากระนาบสลิตถึงระนาบฉากเป็น 50 เซนติเมตร จงคำนวณหาระยะห่างบนฉากระหว่างริ้วสว่างอันดับ m ใดๆ ของแสงสีม่วง λ = 400 นาโนเมตรและแสงสีแดง λ = 700 นาโนเมตร

จาก $Y_m = \frac{L}{d} m \lambda$

ของแสงสีม่วงตำแหน่งบนฉากของริ้วสว่างริ้วที่ m มีค่าเป็น

$$y_{Vm} = \frac{(500\ mm)}{0.1\ mm} m \left(400 \times 10^{-6}\ nm\right)$$

$$= 2\ m \quad \text{มิลลิเมตร}$$

สำหรับแสงสีแดงตำแหน่งบนฉากของริ้วสว่างที่ m มีค่าเป็น

$$y_{Rm} = \frac{(500\ \text{mm})}{(0.1\ \text{mm})} m \left(700 \times 10^{-6}\text{nm}\right)$$

$$= 3.5\ m \quad \text{มิลลิเมตร}$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างริ้วที่ m เดียวกันบนฉากของแสงสีแดงและแสงสีม่วง คือ

$$y_{Rm} - y_{Vm} = 3.5\ m - 2.\ m$$

$$= 1.5\ m \quad \text{มิลลิเมตร}$$

นั่นคือ อันดับที่ 1, 2, 3, 4, 5 ระยะห่างระหว่างริ้วทั้งสองที่อันดับเดียวกันมีค่าเป็น 1.5, 3.0, 4.5, 6.0, 7.5 มิลลิเมตร ตามลำดับ

11.1.3 การแจกแจงความเข้มของริ้วการแทรกสอด

เรากำหนดให้ต้นกำเนิดคลื่น S_1 และ S_2 มีความถี่เชิงมุม ω และมีแอมพลิจูด E_{01} และ E_{02} และจุด P ห่างจาก S_1 และ S_2 เป็นระยะ r_1 และ r_2 ตามลำดับ เราอาจเขียนสมการแทนคลื่นของ S_1 และ S_2 ได้ดังนี้

$$E_1 = E_{01}\sin(\omega t - kr_1) \qquad (11.9)$$

$$E_2 = E_{02}\sin(\omega t - kr_2) \qquad (11.10)$$

เมื่อ $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ (11.11)

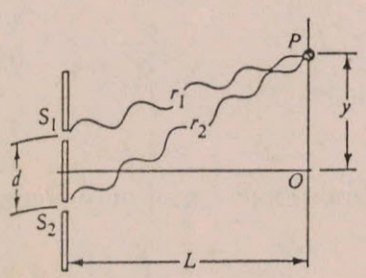
เพื่อความสะดวกให้ E_1 และ E_2 อยู่ในระนาบเดียวกัน ฉะนั้นเราอาจรวม E_1 และ E_2 แบบสเกลาร์ได้ โดยใช้ความสัมพันธ์ (ดูรูป 11.3)

และ

$$r_1 = r - \frac{1}{2}d\sin\theta \qquad (11.12)$$

$$r_2 = r + \frac{1}{2}d\sin\theta \qquad (11.13)$$

$$E_{01} = E_{02} = E_0 \qquad (11.14$$



รูป 11.3

ดังนั้น

$$E_p = E_1 + E_2 = E_0 \sin\left(\omega t - kr + \frac{1}{2}kd\sin\theta\right) + E_0 \sin\left(\omega t - kr - \frac{1}{2}kd\sin\theta\right)$$
$$= 2E_0 \cos\left(\frac{1}{2}kd\sin\theta\right)\sin(\omega t - kr) \qquad (11.15)$$

กำหนดให้ $\phi = kd\sin\theta$

จากสมการ $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$ (11.16)

$$E_p = 2E_\circ \cos(\phi/2)\sin(\omega t - kr) \qquad (11.17)$$

จะเห็นว่าคลื่นรวมมีแอมพลิจูด $2E_\circ \cos\left(\phi/2\right)$ และจะมีค่าเท่ากับ $2E_\circ$ เมื่อ $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots\ldots$ ซึ่งตรงกับตำแหน่งที่เกิดการแทรกสอดแบบเสริมกัน และมีค่าเท่ากับศูนย์ เมื่อ $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \ldots\ldots$ ซึ่งตรงกับตำแหน่งที่เกิดการแทรกสอดแบบหักล้างกัน

เนื่องจากความเข้มของแสงเป็นปฏิภาคกับกำลังสองของแอมพลิจูด ดังนั้นจากสมการ 11.17 จะได้ความเข้ม

$$I \sim E_p^2 = 4E_\circ^2 \cos^2\left(\phi/2\right)\sin^2(\omega t - kr) \qquad (11.18)$$

และเนื่องจากเครื่องมือวัดจะวัดค่าเฉลี่ยเวลาของความเข้มแสงซึ่งค่าเฉลี่ยเวลาของ $\sin^2(\omega t - kr)$ ในหนึ่งไซเคิลคือ $\frac{1}{2}$ ดังนั้นความเข้มแสงเฉลี่ย ณ จุด P คือ

$$I_{ave} = I_\circ \cos^2\left(\phi/2\right) \qquad (11.19)$$

เมื่อ $I_\circ$ คือ ค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ของค่าเฉลี่ยเวลาของความเข้มแสง

$$I_\circ = 2E_\circ^2 \qquad (11.20)$$

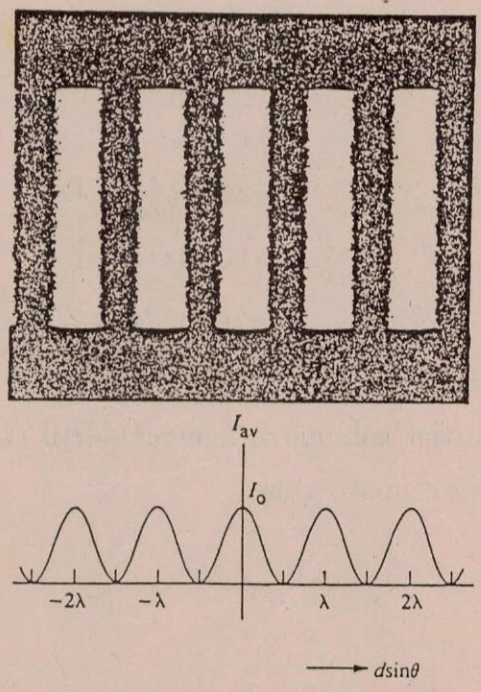
ถ้าใช้ความสัมพันธ์ $\sin\theta \approx \tan\theta = y/L$ ในสมการ 11.16

จะได้ $$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{dy}{L} \qquad (11.21)$$

ดังนั้น ความเข้มแสงเฉลี่ย คือ

$$I_{ave} = I_o \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda L} y\right) \qquad (11.22)$$

จากสมการ 11.22 จะเห็นว่า ค่าความเข้มแสงเฉลี่ยจะมีค่ามากที่สุด เมื่อ $\frac{\pi d}{\lambda L} y$ มีค่าเท่ากับเลขจำนวนเต็ม (m) คูณกับ 2π หรือ $y = \frac{\lambda L}{d} m$ ที่ได้กล่าวถึงมาแล้ว การกระจายริ้วของความเข้มตามสมการ 11.22 แสดงไว้ดังรูป 11.4 ผู้อ่านควรตระหนักว่าผลลัพธ์ที่ได้ตั้งอยู่บนสมมติฐานที่ให้ $L \gg d$ และ θ มีค่าน้อยๆ



รูปที่ 11.4

11.1.4 การบวกเฟเซอร์ของคลื่น

ถ้าพิจารณาการรวมคลื่นในหัวข้อ 11.1.3 อีกครั้งหนึ่ง โดยใช้ความสัมพันธ์ของค่าต่างๆ ที่กล่าวแล้ว จะเขียนได้เป็น

$$E_1 = E_\circ \sin(\omega t - kr_1)$$

$$E_2 = E_\circ \sin(\omega t - kr_2) = E_\circ \sin(\omega t - kr_1 - kd\sin\theta)$$

$$= E_\circ \sin(\omega t - kr_1 - \phi)$$

และ

$$E_p = 2E_\circ \cos\left(\phi/2\right)\sin(\omega t - kr)$$

$$= 2E_\circ \cos\left(\phi/2\right)\sin\left(\omega t - kr_1 - \phi/2\right)$$

ซึ่งจะเห็นว่า ผลรวมของคลื่นขึ้นอยู่กับความแตกต่างเฟส ϕ ดังนั้น ในการหาคลื่นรวมเราอาจจะไม่ต้องนำส่วนที่เป็นโคออร์ดิเนต มาพิจารณาได้ ดังนี้

ถ้า

$$E_1 = E_\circ \sin\omega t \tag{11.23}$$

$$E_2 = E_\circ \sin(\omega t + \phi) \tag{11.24}$$

แล้ว

$$E_p = 2E_\circ \cos\left(\phi/2\right)\sin(\omega t + \phi/2) \tag{11.25}$$

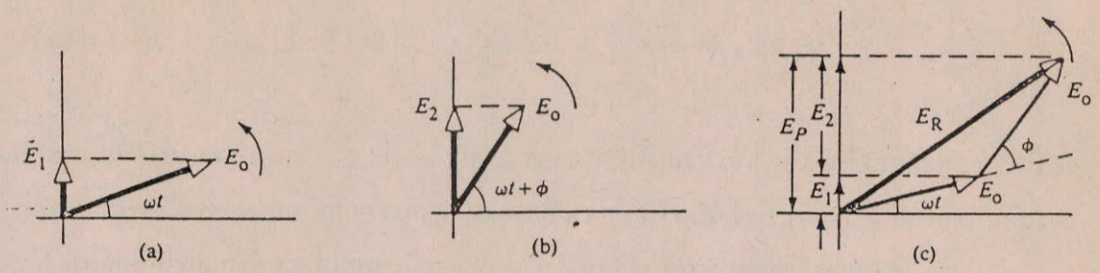
หรือ

$$E_p = E_R \sin\left(\omega t + \phi/2\right) \tag{11.26}$$

เมื่อ

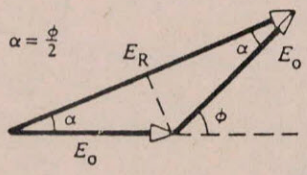
$$E_R = 2E_\circ \cos\left(\phi/2\right) \tag{11.27}$$

ซึ่งการรวมคลื่นสามารถนำมาวิเคราะห์แบบการบวกเฟเซอร์ได้ดังรูป 11.5a (สมการ 11.23), รูป 11.5b (สมการ 11.24) และ รูป 11.5 C (สมการ 11.26)



รูปที่ 10.5

จะเห็นว่าคลื่น E_2 มีแอมพลิจูดเท่ากับคลื่น E_1 แต่มีเฟสเท่ากับ ϕ เมื่อเปรียบเทียบกับ E_1 และ E_p คือองค์ประกอบในแนวแกนตั้งของ E_R การวิเคราะห์จะง่ายขึ้นถ้าเราเขียนเฟเซอร์ ณ เวลา $t = 0$ ดังรูป 11.6



รูปที่ 11.6

จากรูปจะเห็นว่า

$$\alpha = \phi/2 \qquad \text{และ}$$

$$E_R = E_o \cos\alpha + E_o \cos\alpha$$

$$= 2E_o \cos\alpha \qquad (11.28)$$

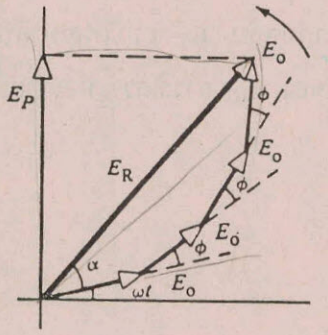
ดังนั้น องค์ประกอบของเฟเซอร์ E_R ตามแกนตั้ง ณ เวลา t ใดๆ มีค่าดังนี้

$$E_p = E_R \sin\left(\omega t + \phi/2\right) = 2E_o \cos\left(\phi/2\right) \sin\left(\omega t + \phi/2\right) \qquad (11.29)$$

จะเห็นว่าค่าที่ได้ตรงกับวิธีที่หาเชิงพีชคณิตที่กล่าวแล้วในหัวข้อ 11.1.3 ในกรณีทีจะหาคลื่นลัพธ์จากการรวมกันของคลื่นมากกว่า 2 คลื่นขึ้นไป มีความถี่เท่ากัน โดยการรวมเฟเซอร์จะสรุปได้ดังนี้

1. เขียนรูปเฟเซอร์ต่อกัน หางต่อหัว (ดังรูป 11.7) โดยวัดมุมเฟสระหว่างคลื่นให้ถูกต้อง

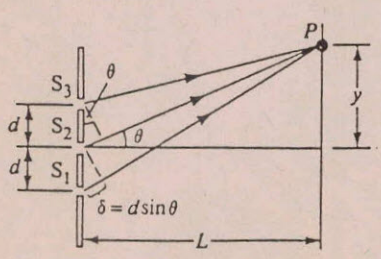
2. ผลลัพธ์ E_R หาได้โดยลากเส้นจากหางของเฟเซอร์ของคลื่นแรกไปยังหัวของเฟเซอร์ของคลื่นสุดท้ายมุมเฟส α ของคลื่นลัพธ์ คือมุมระหว่าง E_R กับเฟเซอร์แรก รูป 11.7 แสดงการบวกเฟเซอร์ของ 4 คลื่น



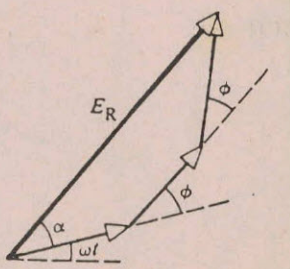
รูป 11.7

ริ้วแทรกสอดที่เกิดจากสลิต 3 ช่อง

สลิต 3 ช่อง ระยะห่างระหว่างช่องเท่ากัน ดังรูป 11.8



รูป 11.8



รูป 11.9

ความแตกต่างพาธและความแตกต่างเฟสระหว่าง 2 ช่อง ที่ติดกันคือ $\delta = d\sin\phi$ และ $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d\sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$ ในกรณีที่ θ มีค่าน้อยๆ และ $y \ll L$ จะเห็นว่า $\delta/d \cong y/L$ ดังนั้นจึงสามารถเขียน ϕ ในเทอมของ y ได้เป็น

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta \cong \left(\frac{2\pi d}{\lambda L}\right) y \qquad (11.30)$$

ซึ่งจะเห็นว่าความแตกต่างเฟส ϕ ขึ้นอยู่กับตำแหน่ง y บนฉากเช่นเดียวกับสลิตสองช่อง

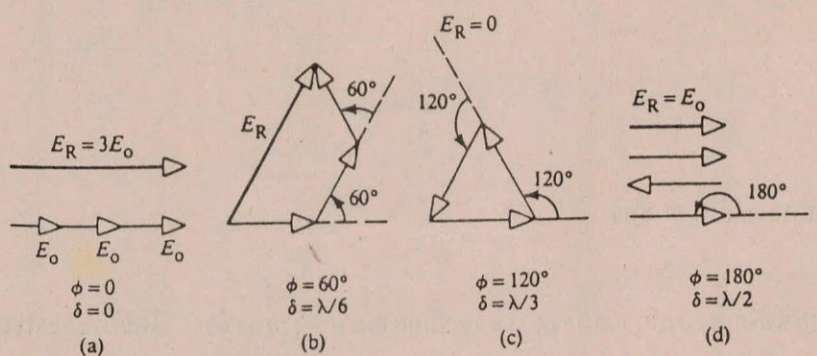
สนามไฟฟ้าลัพธ์ที่จุด P เกิดจากผลรวมของ 3 คลื่น คือ

$$E_1 = E_o \sin\omega t$$

$$E_2 = E_o \sin(\omega t + \phi)$$

$$E_3 = E_o \sin(\omega t + 2\phi)$$

ดังนั้น ผลลัพธ์หาได้จากแผนภาพของเฟเซอร์ที่แสดงในรูป 11.10

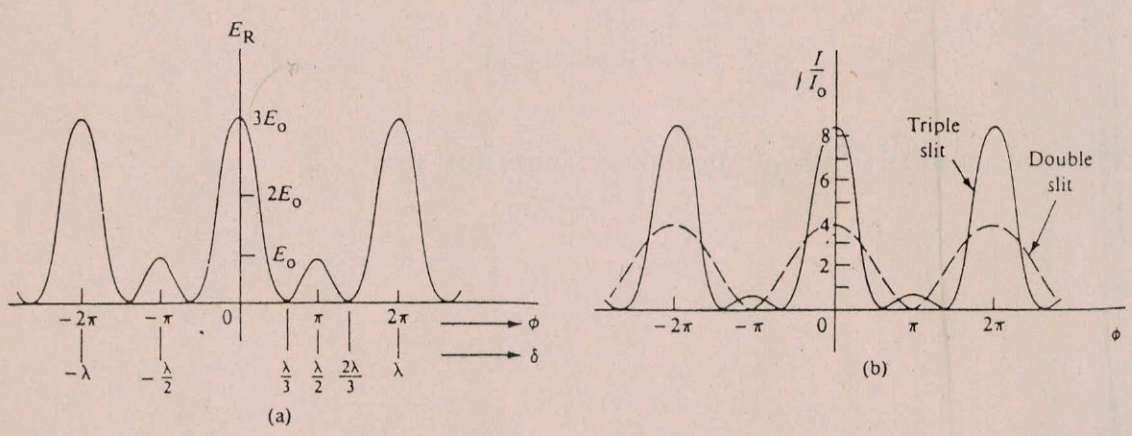


รูป 11.10

รูป 11.10 แสดงการรวมคลื่นจากช่องเล็กยาวสามช่อง เมื่อ ϕ (หรือ δ) มีค่าต่างกัน จะเห็นว่าค่าแอมพลิจูดสูงสุดเท่ากับ $3E_0$ (เรียกว่า primary maximum) เกิดขึ้นเมื่อ $\phi = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \ldots$ ซึ่งคล้ายกับของสลิตสองช่อง และเรายังพบว่ามีค่าสูงสุดอันดันรอง (เรียกว่า secondary maximum) ซึ่งมีแอมพลิจูดเท่ากับ E_0 เกิดขึ้นระหว่าง primary maximum เมื่อ $\phi = \pm\pi, \pm 3\pi, \ldots$ (ดูรูป 11.11 a)

ในกรณี secondary maximum นี้เกิดขึ้นเมื่อคลื่นจากช่องหนึ่งหักล้างกับคลื่นอีกช่องหนึ่ง แอมพลิจูดของคลื่นลัพธ์จึงมีค่าเท่ากับ E_0 ซึ่งก็คือแอมพลิจูดของคลื่นที่เหลือนั้นเอง ดังนั้นความเข้มของ primary maximum มีค่าเป็น 9 เท่าของความเข้มของ secondary maximum การแทรกสอดแบบหักล้างกันหมดจะเกิดขึ้นเมื่อเฟเซอร์ทั้งสาม เมื่อลากต่อกันแล้วเป็นสามเหลี่ยมปิด (ดังรูป 11.10 C)

ค่า $E_R = 0$ จะสมนัยกับ $\phi = \pm 2\pi/3, \pm 4\pi/3, \ldots$ รูป 11.11 b เป็นการเปรียบเทียบความเข้มของการแทรกสอดที่เกิดจากสลิต 2 ช่อง และสลิต 3 ช่อง



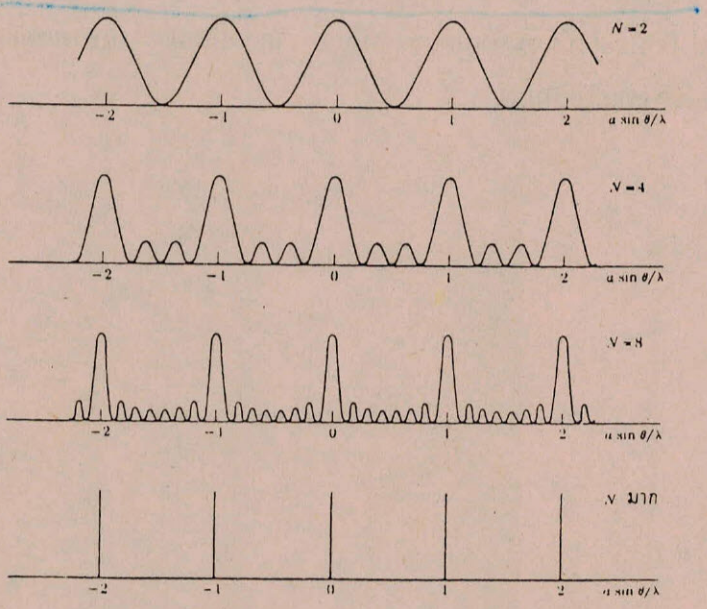
รูป 11.11

ริ้วแทรกสอดที่เกิดจากสลิต N ช่อง

ถ้ามีต้นกำเนิดแสงมากกว่าสองจุด (มีช่องเล็กยาวมากกว่าสองช่อง) โดยมีระยะห่างเท่าๆ กัน (เท่ากับ d) ความเข้มที่จุดใดๆ บนฉากโดยคำนึงถึงผลต่างของเฟสของแต่ละต้นกำเนิด และใช้วิธีการบวกเฟเซอร์ของคลื่น จะได้ความเข้มของคลื่นลัพธ์

$$I = \frac{I_0 \sin^2\left(N\phi/2\right)}{\sin^2\left(\phi/2\right)} \qquad (11.31)$$

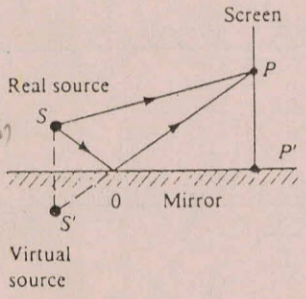
เมื่อ $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d\sin\theta$ และ I_o คือความเข้มของแต่ละต้นกำเนิดแสง รูป 11.12 แสดงการแจกแจงความเข้มเมื่อต้นกำเนิดแสงจำนวน N ต่างๆ กัน (N = 2, 4, 8 และ N มากๆ) จะสังเกตเห็นว่า เมื่อ N มาก แถบสว่างจะเป็นแถบแคบชัดเจนขึ้น



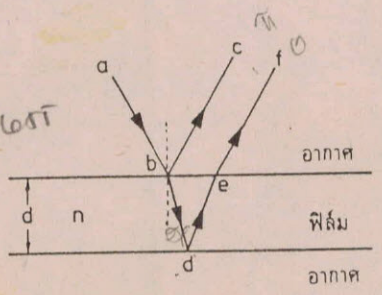
รูป 11.12

10.1.5 การแทรกสอดโดยการสะท้อนจากฟิล์มบาง

ตัวอย่างผลการแทรกสอดของแสงจากแผ่นฟิล์มบาง ได้แก่ แถบสีต่างๆ ที่เห็นจากฟองสบู่ หรือฟิล์มบางๆ ของน้ำมันที่ลอยน้ำ การสะท้อนหรือการหักเหที่ผิวฟิล์มหรือภายในแผ่นฟิล์มเป็นไปตามกฎที่กล่าวมาในหัวข้อต้นๆ สำหรับการสะท้อน คลื่นจะมีการเปลี่ยนเฟส จากการทดลองการแทรกสอดโดยใช้เครื่องมือที่มีชื่อว่า กระจกลอยด์ (Lloyd's mirror) แสดงให้เห็นว่า ถ้าคลื่นแสงสะท้อนที่ผิวแบ่งตัวกลางที่ทึบกว่า (มีดัชนีหักเหสูงกว่า) เช่น คลื่นแสงในอากาศสะท้อนที่ผิวแก้ว คลื่นสะท้อนจะกลับเฟส π แต่ถ้าไปกระทบที่ผิวแบ่งที่โปร่งหรือจางกว่า (มีดัชนีหักเหต่ำกว่า) คลื่นจะสะท้อนโดยไม่เปลี่ยนเฟส ส่วน การส่งผ่าน (transmission) จะไม่ทำให้เฟสของคลื่นส่งผ่านเปลี่ยนแปลง ไม่ว่ากรณีใดตัวอย่างเช่น ในรูป 11.13 S' เป็นต้นกำเนิดแสงเสมือน จากการศึกษาการแทรกสอดลอยด์พบว่า คลื่นที่สะท้อนที่จุด 0 จะกลับเฟสไปเป็นมุม π



รูป 11.3



รูป 11.14 การแทรกสอดจากการสะท้อนที่แผ่นฟิล์มบาง

พิจารณารูปที่ 11.14 ab เป็นรังสีตกของแสงสีเดี่ยว ส่วนหนึ่งของรังสีตกสะท้อนเป็น bc อีกส่วนหนึ่งคือ bd ผ่านเข้าไปในแผ่นฟิล์ม และสะท้อนที่ผิวล่างและทะลุออกสู่อากาศเป็น ef กำหนดให้แผ่นฟิล์มมีความหนาสม่ำเสมอ d โดยอาศัยหลักการแทรกสอด ผลต่างของระยะทางเดินของแสงและการเปลี่ยนเฟสเนื่องจากการสะท้อนและเพื่อความง่ายให้แสงตกกระทบตั้งฉาก จะเห็นว่าลำแสง bc และ ef จะรวมกันได้ความเข้มสูงสุดเมื่อ

$$2d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_n$$

$m = 0, 1, 2, \ldots\ldots$ (11.32)

λ_n คือความยาวคลื่นของแสงในแผ่นฟิล์ม ถ้าให้ λ คือความยาวคลื่นของแสงในอากาศ $\lambda_n = \lambda/n$ เมื่อ n คือ ดัชนีหักเหของแผ่นฟิล์ม

ดังนั้นสมการข้างบนจะเขียนได้เป็น

เสริมกัน $2dn = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad (m = 0, 1, 2, \ldots.)$ (11.33)

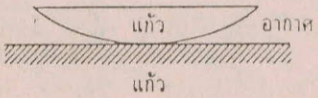
หักล้างกัน $2dn = m\lambda, \quad (m = 0, 1, 2, \ldots.)$ (11.34)

ถ้าลำแสง ab ไม่ตกตั้งฉาก ให้แสงที่หักเหในแผ่นฟิล์มทำมุม ϕ_r กับเส้นปกติ ผลต่างของระยะทางเดินของแสง bc และ bdef จะเป็น $2d \cos \phi_r$ ดังนั้นทางซ้ายของสมการ (11.33) และ 11.34 จะเป็น $2dn/\cos \phi_r$

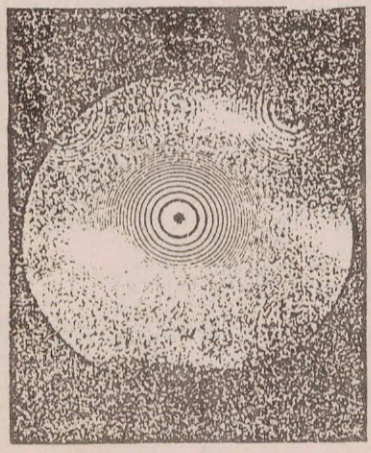
โดยปกติต้นกำเนิดแสงจะเป็นแบบกระจายๆ แสงตกกระทบจะเขียนได้เป็นรังสีหลายๆ เส้น ทำมุมตกต่างๆ กัน แสงสะท้อนที่ผิวบนและผิวล่างซึ่งมารวมกัน (คล้าย bc และ ef) คู่หนึ่งๆ อาจจะมีผลต่างของระยะทางเดินของแสงต่างกัน เนื่องจากมีมุมหักเหต่างกัน ผลก็คือจะได้ริ้วสว่างสลับด้วยริ้วมืด ริ้วอันใดอันหนึ่ง (ไม่ว่ามืดหรือสว่าง) จะเกิดจากการรวมของแสงดังกล่าวหลายๆ คู่ โดยที่แต่ละคู่มีผลต่างของระยะทางเดินของแสงเท่าๆ กัน

ถ้าต้นกำเนิดแสงประกอบด้วยความยาวคลื่นหลายๆ อัน เช่นเป็นแสงสีขาว แสงที่มีความยาวคลื่นค่าหนึ่ง (สีหนึ่ง) ก็จะมีมุมหักเหค่าหนึ่ง ดังนั้นจะได้ริ้วของสีต่างๆ

ถ้าความหนาของฟิล์มไม่สม่ำเสมอ เช่น วางเลนส์นูนที่มีรัศมีความโค้งมากๆ บนแผ่นแก้ว ตามรูปที่ 11.15 จะทำให้มีแผ่นฟิล์มบางๆของอากาศอยู่ระหว่างผิวทั้งสอง ความหนาของฟิล์มอากาศจะบางมากที่สุดตรงจุดแตะกันของผิวทั้งสองและค่อยๆ หนาขึ้นไปเท่าๆกันที่ระยะห่างที่เท่ากันจากจุดแตะไปทางขวาและซ้าย ถ้ามองแสงสะท้อนจะเห็นแถบการแทรกสอดโดยเห็นเป็นวงกลม มีศูนย์กลางที่จุด S ˜ N Net are o yrig t iolation all˜ (Newton's ring) ดังแสดงในรูปที่ 11.16



รูปที่ 11.15



รูปที่ 11.16 รูปวงแหวนนิวตัน

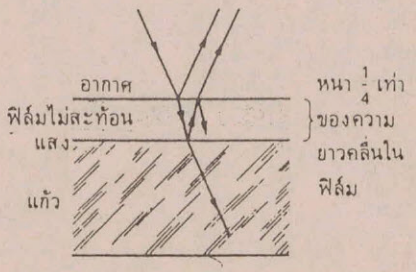
ฟิล์มไม่สะท้อนแสง

เรานำหลักการแทรกสอดจากแผ่นฟิล์มไปใช้ออกแบบในการปรับปรุงคุณภาพของเลนส์เพื่อให้มีการสูญเสียความเข้มของแสงเนื่องจากการสะท้อนน้อยที่สุด โดยปกติถ้าเป็นแก้ววางในอากาศ แสงจะสะท้อนที่ผิวแก้วด้านบนประมาณ 4% และที่ผิวด้านล่างอีกประมาณ 4% รวมแล้วความเข้มจะลดลงประมาณ 8% เลนส์ที่ดีต้องไม่สูญเสียความเข้มแสงถึงเพียงนี้ เราเลือกสารบางอย่างมาฉาบบางๆ ที่ผิวแก้ว โดยให้ดัชนีหักเหของสารนั้นอยู่ระหว่างอากาศและแก้วพบว่าถ้าฉาบด้วยสารประเภทนี้หนาเพียง $\frac{1}{4}$ ของความยาวคลื่นของแสงในสารนั้น จะทำให้แสงสะท้อนที่ผิวบนของแผ่นฟิล์ม และผิวล่างของแผ่นฟิล์ม เกิดการแทรกสอดแบบหักล้าง นั่นคือแสงส่วนใหญ่จะทะลุผ่านไปในเลนส์

พบว่าสารที่เหมาะที่สุดซึ่งมีดัชนีหักเหอยู่ระหว่างอากาศและแก้วควรมีดัชนีหักเห

$$n_c = \sqrt{n_a n_g} \qquad (11.35)$$

เมื่อ $n_a = 1$, $n_g = 1.5$ จะได้ $n_c = 1.22$ พบว่าสารที่โปร่งแสงและมีดัชนีหักเหใกล้เคียงคือ mgF_2 ซึ่งมีดัชนีหักเห 1.38



รูปที่ 11.17 การฉาบด้วยฟิล์มไม่สะท้อนแสง

ตัวอย่าง 11.2 จะต้องฉาบฟิล์มบางดรรชนีหักเห 1.4 ให้หนาอย่างน้อยที่สุดเท่าใดบนผิวแก้วซึ่งมีดัชนีหักเห 1.6 จึงจะทำให้แสงสีม่วงซึ่งมีความยาวคลื่น 400 nm ($1nm = 10^{-9}$ m) ไม่สะท้อน

วิธีทำ จะต้องฉาบด้วยความหนาอย่างน้อย $d = \frac{\lambda'}{4}$

เมื่อ λ' = ความยาวคลื่นในสารที่มาฉาบ

แต่ $\lambda' = \frac{\lambda}{n}$

$$d = \frac{\lambda}{4n} = \frac{400 \times 10^{-9}\,m}{4 \times 1.4}$$

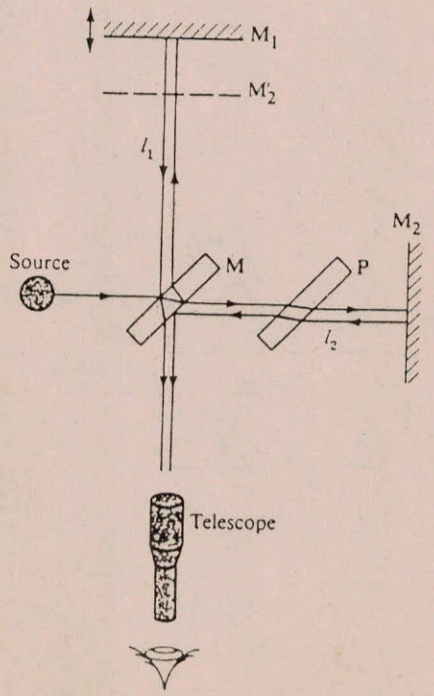
$$= 71.4 \times 10^{-9}\,m$$

$$= 71.4\ nm$$

ตอบ

✳ 11.1.6 อินเตอร์ฟีรอมิเตอร์ของไมเคลสัน

เครื่องมือที่ใช้ศึกษาปรากฏการณ์การแทรกสอดของแสงเรียกว่า อินเตอร์ฟีรอมิเตอร์ (interferometer) นักฟิสิกส์ชาวอเมริกันชื่อ ไมเคลสัน เป็นผู้หนึ่งที่คิดประดิษฐ์เครื่องมือชนิดนี้ ซึ่งมีลักษณะดังรูป 11.18



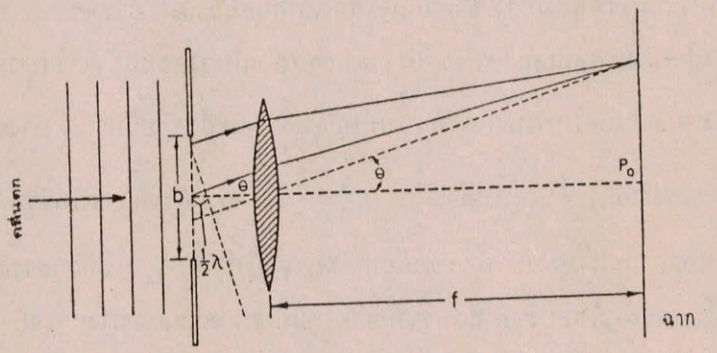
รูป 11.18

ใช้แหล่งกำเนิดแสงสีเดียว (แสงเอกรงค์) ให้ลำแสงมายังกระจก M ซึ่งเป็นกระจกที่กึ่งฉาบเงินทางด้านหลัง กระจก M ตั้งไว้ทำมุม 45° ที่ผิวด้านหลังของกระจก M แสงจะถูกแบ่งออกเป็นสองส่วน คือ ส่วนหนึ่งสะท้อนและหักเหเดินทางไปยังกระจกเงาราบ M_1 ซึ่งอยู่ห่างออกไปเป็นระยะทาง ℓ_1 และอีกส่วนหนึ่ง ทะลุผ่านไปยังกระจกเงาราบ M_2 ซึ่งอยู่ห่างออกไปเป็นระยะทาง ℓ_2

แสงสะท้อนจาก M_1 และ M_2 จะมารวมกันอีกครั้งหนึ่งทำให้เกิดปรากฏการณ์แทรกสอด สังเกตได้โดยผ่านกล้องเทเลสโคป ส่วนแผ่นแก้วใส P ที่วางกั้นทางเดินของแสงในแนวนั้น จะมีความหนาเท่ากับกระจก M ทั้งนี้ เพื่อให้แสงที่เดินทางในแนวดิ่ง และแนวนอน ได้ผ่านเนื้อแก้วมีความหนาเท่าๆ กัน เมื่อเรามองผ่านเทเลสโคป M_2' จะเป็นภาพเสมือนของ M_2 ซึ่งขนานกับ M_1, M_1 และ M_2' รวมกันจึงมีลักษณะเสมือนฟิล์มบาง ซึ่งตัวกลางที่เป็นฟิล์มคืออากาศ กระจก M_1 นั้นสามารถปรับเปลี่ยนระยะทางได้ เมื่อมองผ่านเทเลสโคปจึงเห็นริ้วแทรกสอดเป็นวงกลมคล้ายวงแหวนนิวตัน ถ้าที่จุดกึ่งกลางเป็นริ้วมืด ก็แสดงว่าเกิดการแทรกสอดแบบหักล้างกัน และถ้าเราปรับระยะห่างของ M_1 ไป $\lambda/4$ เส้นทางเดินของแสงในแนวดิ่งก็จะเปลี่ยนไป $2.\frac{\lambda}{4} = \lambda/2$ ที่กึ่งกลางที่เคยเป็นริ้วมืด ก็จะกลายเป็นริ้วสว่าง (การแทรกสอดแบบเสริมกัน) ถ้าเราเคลื่อน M_1 ต่อไปอีก $\lambda/4$ ที่กึ่งกลางก็จะกลายเป็นริ้วมืดอีกเป็นดังนี้เรื่อยไป ดังนั้นถ้าเรานับจำนวนริ้วที่เคลื่อนที่เมื่อเปลี่ยนระยะทางกระจก M_1 ไป $\Delta\ell_1$ เราก็สามารถหาความยาวคลื่น λ ของแสงได้

11.2 การเลี้ยวเบน

การเลี่ยวเบนเกิดขึ้นเมื่อคลื่นกระทบสิ่งกีดขวาง ปรากฏการณ์นี้จะเห็นได้ชัด เมื่อสิ่งกีดขวางมีขนาดใกล้เคียงความยาวคลื่นของคลื่นนั้น สิ่งกีดขวางอาจจะเป็นช่องเล็กซึ่งปล่อยให้หน้าคลื่นส่วนหนึ่งผ่านไปได้หรืออาจจะเป็นเส้นลวดหรือแผ่นกลม ซึ่งกั้นส่วนหนึ่งของหน้าคลื่น การเลี้ยวเบนที่เกิดขึ้นเมื่อต้นกำเนิดคลื่นและฉากที่รับ อยู่ห่างจากสิ่งกีดขวางเป็นระยะห่างพอสมควร มีชื่อว่า การเลี้ยวเบนแบบเฟรส์เนล (Fresnel diffraction) ถ้าต้นกำเนิดคลื่นอยู่ไกลจากสิ่งกีดขวางมากๆ จนถือได้ว่าคลื่นที่ไปถูกสิ่งกีดขวางเป็นคลื่นระนาบ หรือถ้าใช้เลนส์ช่วยรับระยะทางโดยต้นกำเนิดคลื่นและฉากไม่จำเป็นต้องอยู่ไกลกันมากนัก การเลี้ยวเบนแบบนี้มีชื่อว่า การเลี้ยวเบนแบบฟราวน์โฮเฟอร์ (Fraunhofer diffraction) ในหัวข้อนี้ เราจะพิจารณาเฉพาะการเลี้ยวเบนแบบหลังนี้



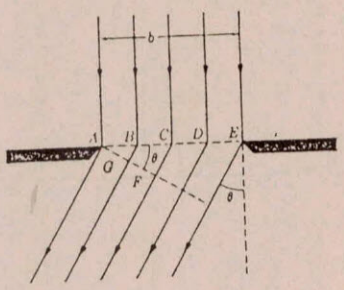
รูปที่ 11.9 การเลี้ยวเบนแบบฟราวน์โฮเฟอร์

11.2.1 การเลี้ยวเบนจากสลิตเดี่ยว

พิจารณาสลิตเดี่ยวซึ่งแคบและยาวมากๆ จนไม่ต้องคิดถึงผลที่เกิดจากปลายทั้งสองข้าง ให้แสงขนานตั้งฉากกับระนาบของช่องแคบซึ่งกว้าง b ตามหลักของฮอยเกนส์ถือได้ว่าทุกๆ จุดบนหน้าคลื่นที่มาเจอช่องเล็ก เป็นต้นกำเนิดคลื่นเล็กๆ ใหม่ได้ คลื่นเล็กๆ ใหม่นี้จะเกิดการแทรกสอดกัน ถ้าเราพิจารณาตำแหน่งบนฉากซึ่งทำมุมต่างๆ กับทิศการเคลื่อนที่ของคลื่น พบว่าบางตำแหน่งความเข้มเป็นศูนย์ โดยตำแหน่งเหล่านี้หาได้จากสมการ

$$b\sin\theta = n\lambda, \quad n \neq 0 \tag{11.36}$$

n อาจเป็นค่าบวกหรือลบก็ได้ ค่า n = 0 ให้ตำแหน่งซึ่งอยู่ในแนวแสงตกซึ่งเป็นตำแหน่งที่มีความสว่างมากที่สุด

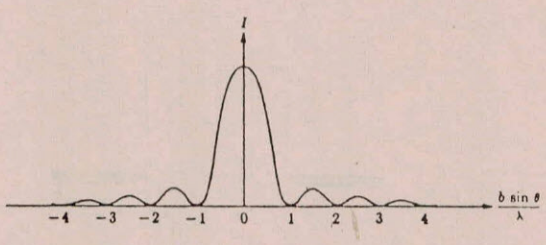


รูปที่ 11.20 การเลี้ยวเบนจากช่องเล็กยาว

รูปที่ 11.21 เป็นรูปถ่ายลวดลายการเลี้ยวเบน จากช่องเล็กเดี่ยวจะเห็นริ้วกลางที่สว่างและกว้าง สองข้างของริ้วกลางจะมีริ้วสว่าง และมืดสลับกัน

รูปที่ 11.21 ลวดลายการเลี้ยวเบนแบบฟราวน์โฮเฟอร์จากช่องเล็กยาว

เราอาจคำนวณหาการแจกแจงความเข้มของลวดลายการเลี้ยวเบนได้โดยการรวมคลื่นจากคลื่นเล็กที่ช่องแคบ ซึ่งเดินทางไปถึงจุด P ใดๆ บนฉาก โดยคำนึงถึงผลต่างของเฟสของคลื่นเล็กๆ ที่จุดนั้น จะได้ผลดังนี้ $I = I_{\circ}\left[\frac{\sin(\pi b \sin\theta/\lambda)}{\pi b \sin\theta/\lambda}\right]^2$

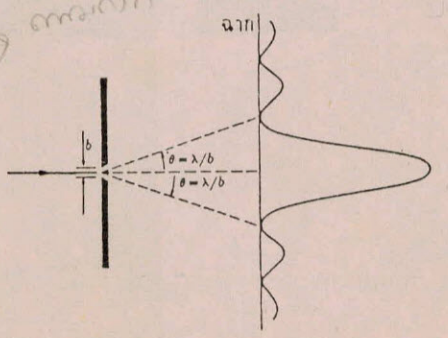


รูปที่ 11.22 การแจกแจงความเข้มของลวดลายการเลี้ยวเบนจากช่องเล็กยาว

รูปที่ 11.22 แสดงการแจกแจงความเข้ม ณ ตำแหน่งต่างๆ ลักษณะการแจกแจงความเข้มขึ้นอยู่กับค่าเปรียบเทียบของ b และ λ ถ้า $b \sim \lambda$ ตำแหน่งมืดอันแรกจะเกิดขึ้นที่ $\theta = 90^{\circ}$ ซึ่งแสดงว่าริ้วสว่างตรงกลางกินเนื้อที่กว้าง ถ้า $\lambda << b$ ตำแหน่งมืดอันแรกจะเกิดขึ้นสองข้างของริ้วสว่างตรงกลาง โดยที่มุม θ หาได้จากการแทนค่า $n = \pm 1$ ในสมการ (11.36) นั่นคือ

$$\theta \approx \sin\theta = \pm\frac{\lambda}{b} \qquad (11.37)$$

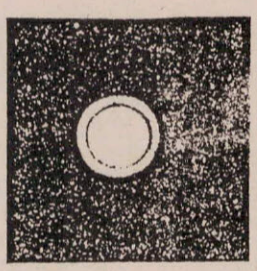
ดังแสดงในรูปที่ 11.23



รูปที่ 11.23 มุมที่รองรับโดยริ้วสว่างตรงกลางของการเลี้ยวเบนจากช่องเล็กเดี่ยว

11.2.2 การเลี้ยวเบนจากช่องกลม

ลวดลายการเลี้ยวเบนที่เกิดจากช่องกลม ไม่เป็นริ้วตรงๆ แต่เป็นริ้ววงกลมสว่างตรงกลางและล้อมรอบด้วยวงมืดและสว่างสลับกันดังแสดงในรูปที่ 11.24

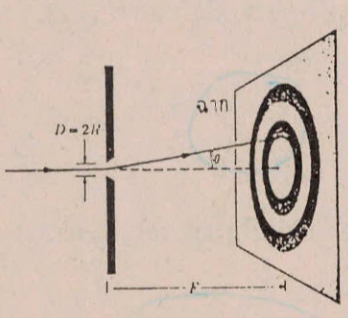


รูปที่ 11.24 รูปถ่ายลวดลายการเลี้ยวเบนจากช่องเล็กกลม

ให้ช่องกลมมีรัศมี R เส้นผ่านศูนย์กลาง D(D = 2R) มุมที่ให้วงมืดวงแรกคือ

$$\theta \simeq \sin\theta = 1.22\frac{\lambda}{2R} = 1.22\frac{\lambda}{D} \qquad (11.38)$$

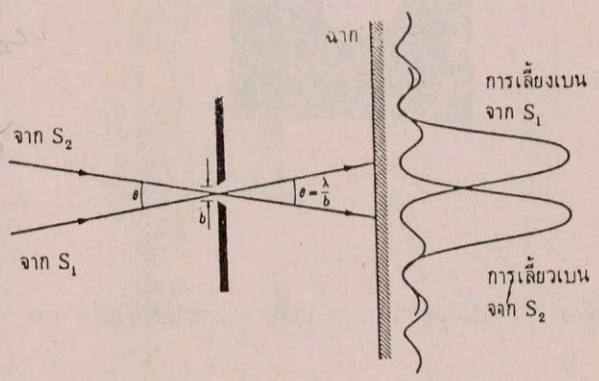
θ เป็นเรเดียน



รูปที่ 11.25 ลวดลายการเลี้ยวเบนจากช่องเล็กกลม

11.2.3 กำลังแยก

ลอร์ด เรย์ลี (Lord Rayleigh) นักฟิสิกส์ชาวอังกฤษ ได้ให้นิยาม กำลังแยก (resolving power) ว่าเป็นมุมที่เล็กที่สุดที่รองรับคลื่นสองขบวนที่มาจากจุดกำเนิดที่อยู่ใกล้มากสองจุด แล้วเกิดลวดลายการเลี้ยวเบนที่เห็นแยกกัน ตามรูปที่ 11.26 แสงจากต้นกำเนิด S_1 และ S_2 ที่อยู่ใกล้มากๆ ผ่านช่องเล็กแคบในทิศที่ต่างกัน แสงทั้งสองแนวทำมุมกัน



รูปที่ 11.26 กำลังแยกจากช่องเล็กกลม

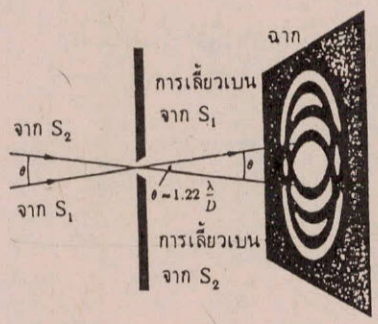
θ มุม θ ที่เล็กที่สุดที่ทำให้เกิดลวดลายการเลี้ยวเบนที่แยกออกได้คือเมื่อจุดกึ่งกลางของริ้วสว่างตรงกลางของลวดลายการเลี้ยวเบน จากจุดกำเนิดอันหนึ่งอยู่ตรงกับจุดมืดจุดแรกของลวดลายการเลี้ยวเบนจากจุดกำเนิดอีกอันหนึ่ง ดังแสดงในรูปที่ 11.26 จากสมการ (11.37) และรูปที่ 11.23 มุม θ นี้คือ

$$\theta = \frac{\lambda}{b} \qquad (11.38)$$

ในกรณีที่เป็นช่องกลม มุม θ ที่เล็กที่สุดเทียบกับสมการ (11.38) คือ

$$\theta = 1.22\frac{\lambda}{D} \qquad (11.39)$$

เลนส์ใกล้วัตถุของกล้องโทรทรรศน์เป็นช่องกลม ดาวที่อยู่ไกลซึ่งเราถือว่าเป็นจุดนั้น ภาพของดาวก็คือลวดลายการเลี้ยวเบน แต่เนื่องจากรัศมีของเลนส์มีขนาดใหญ่ เมื่อเทียบกับความยาวคลื่นของแสง ฉะนั้นปรากฏการณ์การเลี้ยวเบนจึงเกิดน้อยมาก อย่างไรก็ดีกำลังแยกของเลนส์อาจจะหาได้จากสมการ (11.39)



รูปที่ 11.27 กำลังแยกจากช่องเล็กกลม

ตัวอย่าง 11.3 เลนส์มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.04 เมตรมีทางยาวโฟกัส 0.04 เมตร ให้แสงซึ่งมีความยาวคลื่น 5.9×10^{-7} เมตร ผ่านเลนส์จงหารัศมีของวงสว่างวงกลางของการเลี้ยวเบน และหากำลังแยกของเลนส์ที่ความยาวช่วงคลื่นนี้

วิธีทำ จาก $\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

$$= \frac{1.22 \times 5.9 \times 10^{-7} \text{ เมตร}}{4 \times 10^{-2} \text{ เมตร}}$$

$$= 1.80 \times 10^{-5} \text{ เรเดียน}$$

มุม θ นี้ก็คือ กำลังแยกของเลนส์ = 1.8×10^{-5} เรเดียน รัศมีของวงสว่างวงกลาง หาได้จาก

$r = f\theta = 0.04$ (เมตร) $\times 1.80 \times 10^{-5}$ (เรเดียน)

$= 7.2 \times 10^{-2}$ เมตร

ดังนั้นเราอาจถือได้ว่าภาพเป็นจุด ตอบ

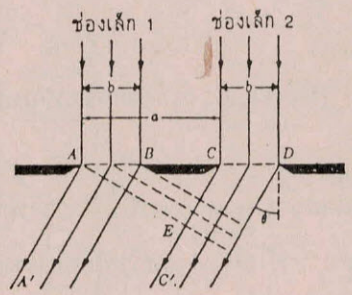
11.2.4 การเลี้ยวเบนเนื่องจากสลิตยาวสองช่องขนานกัน

ถ้ามีช่องเล็กยาว 2 ช่อง แต่ละช่องกว้าง b และวางอยู่ห่างกัน a ดังรูปที่ 11.28 ถ้าความกว้างของช่องเล็ก b ไม่น้อยนักเมื่อเทียบกับระยะระหว่างช่องเล็ก ภาพที่ได้จะเป็นลวดลายการแทรกสอดซ้อนอยู่บนลวดลายการเลี้ยวเบน

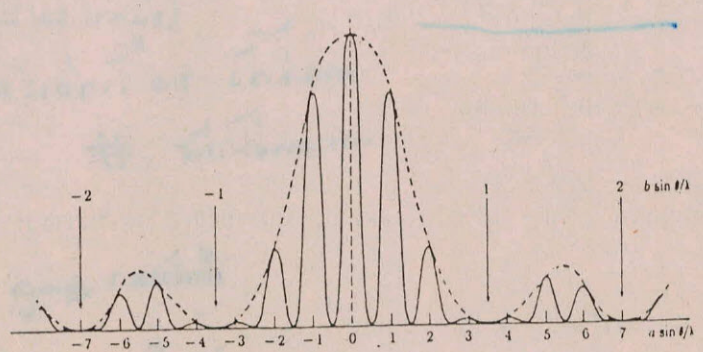
การแจกแจงความเข้ม ซึ่งเราจะไม่แสดงวิธีหาในที่นี้ คือ

$$I = I_{\circ}^{'}\left[\frac{\sin(\pi b \sin\theta/\lambda)}{\pi b \sin\theta/\lambda}\right]^2 \cos^2\left(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}\right)$$

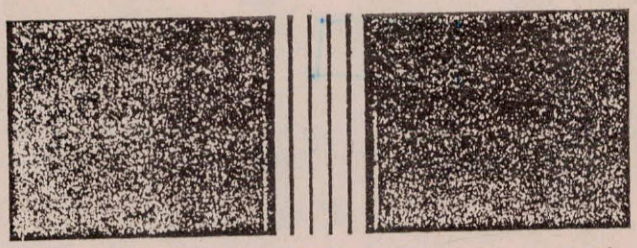
เมื่อ $I_{\circ}^{'}$ เป็นค่าความเข้มสูงสุด



รูปที่ 11.28 สลิตยาวคู่



รูปที่ 11.29 การแจกแจงความเข้มของการเลี้ยวเบนจากสลิตยาวสองช่อง



รูปที่ 11.30 รูปถ่ายลวดลายการเลี้ยวเบนจากช่องสลิตยาวสองช่อง

รูปที่ 11.29 แสดงการแจกแจงความเข้ม ให้สังเกตว่าการเกิดการแทรกสอดแบบเสริมกันเป็นไปตามเงื่อนไขดังกล่าวมาแล้ว คือ $\sin\theta = n\left(\frac{\lambda}{a}\right)$ และตำแหน่งมืดของการเลี้ยวเบนเป็นไปตามเงื่อนไข $\sin\theta = n'\left(\frac{\lambda}{b}\right)$ เนื่องจาก $a > b$ ดังนั้นตำแหน่งมืด (ความเข้มเป็นศูนย์) ของลวดลายการเลี้ยวเบนจะยืดห่างกันกว่าตำแหน่งสว่างต่างๆ ของลวดลายการแทรกสอด

11.2.5 เกรตติงเลี้ยวเบน

เกรตติงเลี้ยวเบน ทำจากแผ่นแก้วหรือแผ่นพลาสติกใส โดยขีดเป็นช่องเล็กๆ ขนานกันจำนวนมากห่างเท่าๆ กัน อาจจะประกอบด้วยหลายพันช่องเล็กต่อความกว้างหนึ่งเซนติเมตรสำหรับเกรตติง ชนิดส่งผ่าน (transmission grating) เส้นที่ขีดจะแทนส่วนทึบอยู่ระหว่างช่องเล็กๆ เกรตติงอาจจะเป็นแบบสะท้อนแสงก็ได้ ในหัวข้อนี้เราจะกล่าวเฉพาะเกรตติงชนิดส่งผ่าน

สมมติให้แต่ละช่องเล็กกว้าง b ห่างเป็นระยะเท่าๆ กันเท่ากับ a ให้ N เป็นจำนวนช่องเล็กทั้งหมด เช่นเดียวกับในกรณีมีช่องเล็กสองช่อง ภาพที่ได้จะเป็นลวดลายแทรกสอดของต้นกำเนิดคลื่น N คลื่นซ้อนมากับภาพการเลี้ยวเบนของช่องเล็กเดี่ยว

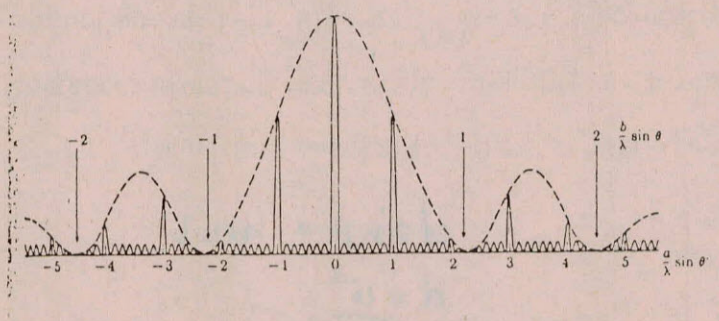
เงื่อนไขการเกิดตำแหน่งสว่างของการแทรกสอดหรือการแทรกสอดแบบเสริมกันเป็นไปตามสมการ

$$a\sin\theta = n\lambda \qquad (11.40)$$

เมื่อ $n = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ แต่ความเข้มของริ้วการแทรกสอดถูกบังคับด้วยลวดลายการเลี้ยวเบน

การแจกแจงความเข้มเป็นไปตามสมการ

$$I = I_o\left[\frac{\sin(\pi b\sin\theta/\lambda)}{\pi b\sin\theta/\lambda}\right]^2\left[\frac{\sin(N\pi a\sin\theta/\lambda)}{\sin(\pi a\sin\theta/\lambda)}\right]^2$$



รูปที่ 11.31 การแจกแจงความเข้มโดยเกรตติงเลี้ยวเบน

รูปที่ 11.31 แสดงการแจกแจงความเข้ม เมื่อมีช่องเล็ก 8 ช่อง (N = 8)

ถ้าแสงที่ใช้เป็นแสงที่มีความยาวคลื่นต่างๆ ปนกัน เช่น แสงสีขาวความเข้มสูงสุด ลำดับที่ศูนย์ของคลื่นทุกๆ ความยาวคลื่นเหล่านั้นจะอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน แต่ที่ลำดับอื่นๆ ตำแหน่งที่ความเข้มสูงสุดจะอยู่ที่ตำแหน่งต่างๆ กัน ความเข้มสูงสุดลำดับเดียวกันของคลื่นความยาวต่างๆ กันจะปรากฏเห็นเป็นริ้ว เรียกว่า สเปกตรัมลำดับนั้นๆ

เครื่องมือเรียก สเปกโตรสโคป มีเกรตติงเลี้ยวเบนเป็นส่วนประกอบที่สำคัญสามารถวิเคราะห์สเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้ช่วงกว้าง เกรตติงเลี้ยวเบนดีกว่าปริซึมตรงที่ไม่ต้องขึ้นกับสมบัติการกระจายของวัสดุที่ใช้

11.2.6 กำลังแยกของเกรตติงเลี้ยวเบน

ถ้ามีคลื่น 2 คลื่นซึ่งมีความยาวคลื่นต่างกันเพียงเล็กน้อย ผ่านเกรตติงเลี้ยวเบน ตำแหน่งความเข้มสูงสุดลำดับเดียวกันสำหรับคลื่นทั้งสองอาจจะอยู่ใกล้กันมากจนกระทั่งไม่สามารถแยกได้ ในกรณีนี้จึงไม่สามารถบอกได้ว่าแสงนั้นเป็นแสงสีเดียวหรือไม่ เพื่อที่จะให้แยกออกได้พอดี ตำแหน่งความเข้มสูงสุดจากคลื่นหนึ่ง จะต้องอยู่ที่ตำแหน่งความเข้มศูนย์หรือมืดจากอีกคลื่นหนึ่ง สำหรับการเลี้ยวเบนลำดับเดียวกัน ถ้าให้ $\Delta\lambda$ เป็นผลต่างที่น้อยที่สุดของความยาวคลื่นทั้งสอง และ λ เป็นความยาวคลื่นเฉลี่ย กำลังแยกของเกรตติงคือ

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

เราอาจแสดงให้เห็นว่ากำลังแยก R นี้มีค่าเท่ากับ Nm เมื่อ N เป็นจำนวนช่องทั้งหมด m เป็นลำดับของความเข้มสูงสุด

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm \qquad (11.41)$$

ดังนั้นจะเห็นว่ากำลังแยกของเกรตติงจะดีหรือค่า $\Delta\lambda$ น้อย ถ้าเกรตติงมีจำนวนช่องมาก และดูการเลี้ยวเบนที่ลำดับสูงๆ

ตัวอย่าง 11.4 จงหาว่าเกรตติงเลี้ยวเบนที่มีจำนวน 20,000 เส้น ต่อความยาว 4 เซนติเมตร จะสามารถแยกเส้นสีเหลืองของเส้นของแสงโซเดียมซึ่งมีความยาวคลื่น 5.890×10^{-7} เมตร และ 5.896×10^{-7} เมตร ได้หรือไม่

วิธีทำ ความยาวคลื่นเฉลี่ยของเส้นสีเหลืองทั้งสอง $\lambda = 5.893 \times 10^{-7}\,m$

ผลต่างของความยาวคลื่นของเส้นสีเหลืองทั้งสอง $= 6 \times 10^{-10}\,m$

กำลังแยกของเกรตติง $R = Nm = 2 \times 10^{4}\,m$

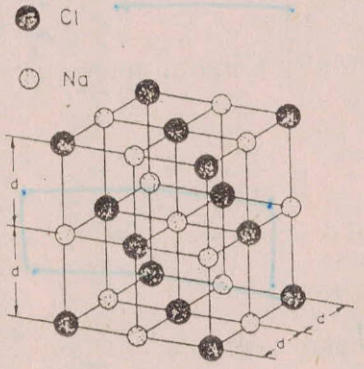
ถ้าคิดลำดับที่หนึ่งของสเปกตรัม $R = 2 \times 10^{4}$

จาก $$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{R} = \frac{5.893 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{4}} = 2.947 \times 10^{-11}\,m$$

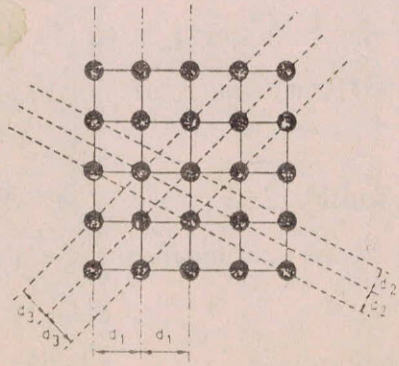
จะเห็นว่า $\Delta\lambda$ ที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่า 6×10^{-10} m ดังนั้นโดยใช้เกรตติงเลี้ยวเบนดังกล่าวสังเกตดูการเลี้ยวเบนที่ลำดับหนึ่งเท่านั้นก็สามารถจะแยกเส้นสีเหลืองทั้งสองของโซเดียมได้

11.2.7 การเลี้ยวเบนของแสงโดยผลึก

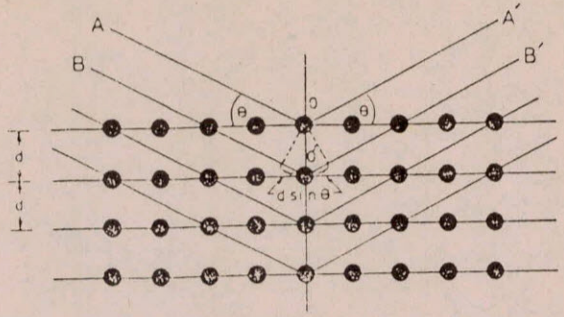
การเลี้ยวเบนของคลื่นแสง คือ ปรากฏการณ์ของคลื่นแสงที่ผ่านช่องเล็กยาวแล้วทำให้สังเกตเห็นเป็นลวดลายของแถบมืด แถบสว่างสลับกัน เราอาจทำให้เกิดลวดลายของการเลี้ยวเบนของแสงที่มีความถี่ในย่านที่มองเห็นได้ โดยใช้เครตติงที่มีระยะห่างระหว่างขีดบนเกรตติงประมาณ 10^3 nm และหากต้องการทำให้เกิดการเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์ซึ่งเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าขนาดความยาวคลื่น 0.01-10 nm จะต้องใช้เกคตติงที่มีระยะห่างระหว่างขีดบนเกรตติงประมาณ 0.01-10 nm ในปี พ.ศ. 2455 เลาอี (Max Ban Laue) เสนอว่าอาจใช้ผลึกของแข็งซึ่งมีอะตอมเรียงเป็นระเบียบ และมีระยะห่างระหว่างอะตอมประมาณ 0.2 - 0.3 nm เป็นเกรตติงสามมิติสำหรับการเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์ได้ดังรูป 11.32 แสดงผลึก NaCl มีไอออน Na^+ และ Cl^- เรียงตัวสลับกันในโครงผลึกแบบลูกบาศก์อย่างง่าย มีระยะห่างระหว่างอะตอม d อะตอมในผลึกจะเรียงกันเป็นชุดของระนามเรียกว่า *ระนาบแบรก (Bragg planes)* ดังรูป 11.32 (a)



(a) แสดงผลึก NaCl มีไอออน Na^+ และ Cl^- เรียงตัวสลับกัน ในโครงผลึกแบบลูกบาศก์อย่างง่าย



(b) ชุดของเส้นขนานที่ลากผ่านอะตอมแสดงชุดของระนาบแบรก



(c) แสดงการเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์จากชั้นของอะตอมในระนาบชุดหนึ่ง

รูป 11.32

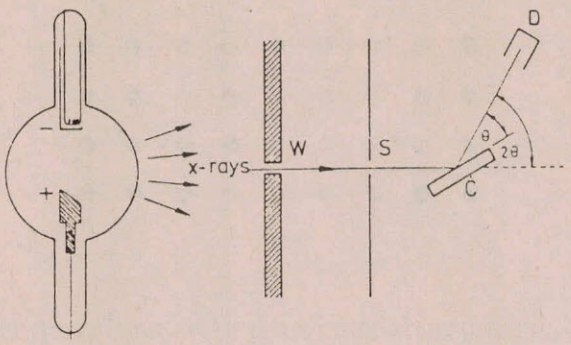
พิจารณาชั้นของอะตอมในระบาบชุดหนึ่งดังรูป 11.32 (b) เมื่อมีรังสีเอกซ์ขนาดความยาวคลื่น λ ตกกระทบบนผลึก อะตอมมแต่ละอะตอมจะกระจายรังสีตกกระทบส่วนหนึ่งราวกับว่าเป็นแหล่งกำเนินคลื่นทรงกลมการแทรกสอดของคลื่นแบบเสริมกันในทิศทางหนึ่งขณะที่เกิดการแทรกสอดของคลื่นแบบหักล้างกัน ในอีกทิศทางหนึ่งจะทำให้เกิดเป็นลวดลายการเลี้ยวเบน นักฟิสิกส์ชาวอังกฤษชื่อแบรก (W.L. Bragg) เป็นคนแรกที่สามารถอธิบายการเกิดการเลี้ยวเบนดังกล่าวได้ตามรูป 11.32 (c) แสดงรังสีตกกระทบ AO และ BO' ตกกระทบบนผลึกแล้วกระจายออก หากรังสีที่กระจายออกมีเฟสตรงกันจะเกิดการแทรกสอดแบบเสริมกัน นั่นคือเมื่อเส้นทาง AOA' และ BO'B' ของรังสีต่างกันด้วยระยะเป็นจำนวนเต็มเท่าของความยาวคลื่น λ ของรังสีเอกซ์ ดังรูป ความแตกต่างของเส้นทาง คือ

$$BO'B' - AOA' = 2d \sin\theta$$

จากเงื่อนไขของแบรกในการเกิดการแทรกสอดแบบเสริมกัน

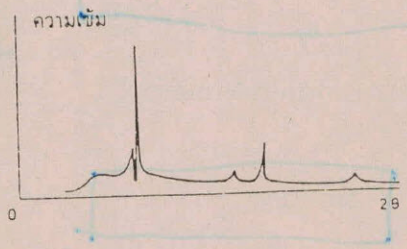
$$2d \sin\theta = m\lambda$$

เมื่อ m = 1,2,3,..... สมการข้างบนนี้ คือ *กฎของแบรก (Bragg Law)*



รูป 11.32 (d) แสดงการทดลองเพื่อศึกษาการเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์โดยใช้สเปกโทรมิเตอร์รังสีเอกซ์

รูป 11.32 (d) แสดงชุดการทดลองเพื่อสึกษาการเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์โดยใช้สเปกโทรมิเตอร์รังสีเอกซ์ (x-ray spectrometer) ลำรังสีเอกซ์จากหลอดรังสีเอกซ์ผ่านช่องจำกัดขนาดลำรังสี W และ S ไปตกบนผลึก C แล้วสะท้อนจากผลึกเข้าเครื่องตรวจวัดรังสี D จากลักษณะการกระจายของรังสีจากผลึกดังรูปที่ 11.32 (e) ทำให้ศึกษาโครงสร้างของผลึกได้



รูป 11.32 (e) แสดงลักษณะการกระจายของรังสีเอกซ์จากผลึก NaCl

ตัวอย่าง 11.5 ในการหาค่าเลขอโวกาโดร (Avogadro's number) โดยอาศัยการเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์จากผลึก เมื่อใช้รังสีเอกซ์ขนาดความยาวคลื่น 0.13922 nm สะท้อนจากผลึก NaCl ในการทดลองสังเกตได้ว่ามีการเลี้ยวเบนลำดับที่ 1 (first order diffraction) ที่มุม $\theta = 14^{\circ},17'\ 16''$ จงคำนวณหาระยะทางระหว่างอะตอมในผลึกและเลขอโวกาโดร กำหนดให้ NaCl มีน้ำหนักโมเลกุล = 58.454 และความหนาแน่น = 2.163×10^3 kg/m^3

วิธีทำ กรณี m = 1 หรือการหักเหลำดับที่ 1 ระยะห่างระหว่างอะตอมในผลึก

$$d = \frac{\lambda}{2\sin\theta}$$

$$= \frac{0.13922\ \text{nm}}{2(\sin 14°17'26'')}$$

$$= \frac{0.13922 \times 10^{-9}\ \text{m}}{2 \times 0.2468}$$

$$= 0.282\ \text{nm}$$

ถ้า ρ คือความหนาแน่น N_A คือเลขอะโวกาโดร และ M คือน้ำหนักโมเลกุล จะได้จำนวนโมเลกุลต่อ 1 หน่วยปริมาตร = $\frac{\rho N_A}{M}$ ดังรูปที่ 10.32 ในปริมาตร d^3 หน่วยมี NaCl $\frac{1}{2}$ โมเลกุล หรือใน 1 หน่วยปริมาตรมี NaCl $\frac{1}{2d^3}$ โมเลกุล

$$\frac{1}{2d^3} = \frac{\rho N_A}{M}$$

$$N_A = \frac{M}{2\rho d^3}$$

$$= \frac{(58.454\ \text{kg/kg mole})}{2(2.163 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)}$$

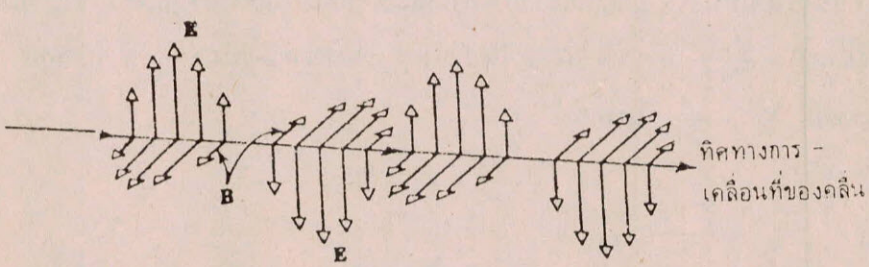
$$= 6.02 \times 10^{26}\ \text{molecules/kg mole}$$ ตอบ

11.3 โพลาไรเซชัน

ปรากฏการณ์การแทรกสอดและการเลี้ยวเบนนั้น นอกจากจะเกิดขึ้นได้กับคลื่นตามขวาง เช่น คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า หรือแสง ดังที่เราได้ยกเป็นตัวอย่างตลอดมา ยังเกิดขึ้นกับคลื่นตามยาว เช่น เสียง อีกด้วยสำหรับปรากฏการณ์โพลาไรเซชันจะเกิดเฉพาะกับคลื่นตามขวางเท่านั้น ในหัวข้อนี้เราใช้ตัวอย่างคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าอีก

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นคลื่นตามขวาง เกิดจากการแกว่งกวัดของสนามแม่เหล็ก และสนามไฟฟ้าในทิศที่ตั้งฉากกันและตั้งฉากกับทิศการเคลื่อนที่คลื่น รูปที่ 11.33 แสดงคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าโพลาไรซ์ระนาบ หรือโพลาไรซ์เชิงเส้น ซึ่งหมายความว่าสนามไฟฟ้า (เวกเตอร์ $\bar{E}$) มีการแกว่งกวัดที่ขนานกันไม่ว่าที่ตำแหน่งใดๆ

ในการศึกษาเกี่ยวกับโพลาไรเซชัน เราอาจพิจารณาเฉพาะเวกเตอร์ $\bar{E}$ (โดยที่เวกเตอร์ $\bar{E}$ ยังมีอยู่เช่นเดิม) เราอาจเขียน $\bar{E}$



รูปที่ 11.33 คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าโพลาไรซ์ระนาบ

เป็นการออสซิลเลตสองอันที่ตั้งฉากกันมีความถี่เดียวกันได้ดังนี้

$$E_x = A_x \sin(\omega t + \phi_1)$$

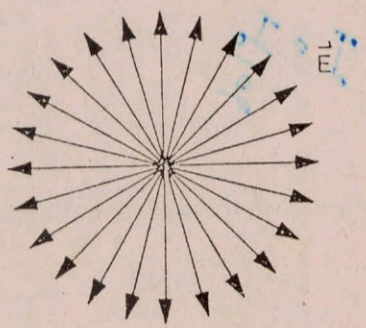
$$E_y = A_y \sin(\omega t + \phi_2)$$

ผลต่างของเฟส ($\Delta\phi$) ของการสั่นทั้งสอง และความสัมพันธ์ของอัมปลิจูด A_x และ A_y จะกำหนดภาวะ (state) ของการโพลาไรซ์ คือ เป็นตัวกำหนดว่าเป็นโพลาไรเซชันแบบใด

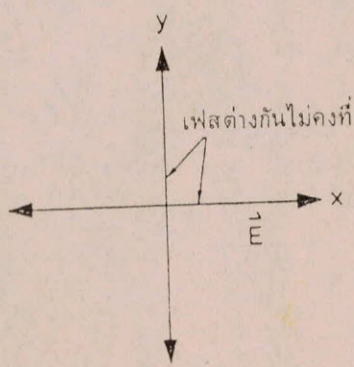
แสงธรรมดาเป็นแสงไม่โพลาไรซ์ จะมีเวกเตอร์ $\vec{E}$ ที่สั่นหลายทิศ ดังแสดงในรูปที่ 11.34 (a) แสงไม่โพลาไรซ์อาจคิดได้ว่ามีเวกเตอร์ $\vec{E}$ 2 สองอันที่แกว่งกวัดตั้งฉากกัน แต่ผลต่างของเฟสไม่คงที่ หรือกล่าวได้อีกนัยหนึ่งว่าแสงไม่โพลาไรซ์ประกอบด้วยแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น 2 อัน ซึ่งมีผลต่างของเฟสไม่คงที่ ดังแสดงในรูปที่ 11.33 (b)

แสงโพลาไรซ์เชิงเส้นมีเวกเตอร์ $\vec{E}$ สั่นในทิศเดียวกัน (ขนานกัน) ดังกล่าวมาแล้วนั้น อาจคิดได้ว่าประกอบด้วยการแกว่งกวัดของ $\vec{E}$ ในแนว x และ y โดยมีผลต่างเฟสเป็นศูนย์หรือ π, 2π, 3π หรือเป็นจำนวนเท่าที่เป็นเลขจำนวนเต็มของ π

ถ้าผลต่างของเฟส $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$, ฯลฯ และ $A_X = A_Y$ จะเป็นแสงโพลาไรซ์แบบวงกลม (circular polarized light) และถ้าผลต่างของเฟส $\Delta\phi = \frac{\pi}{4}$ และ $A_x \neq A_y$ จะเป็นแสงโพลาไรซ์แบบวงรี (elliptical polarized light)



(a) แสงไม่โพลาไรซ์ประกอบด้วยแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นจำนวนมาก

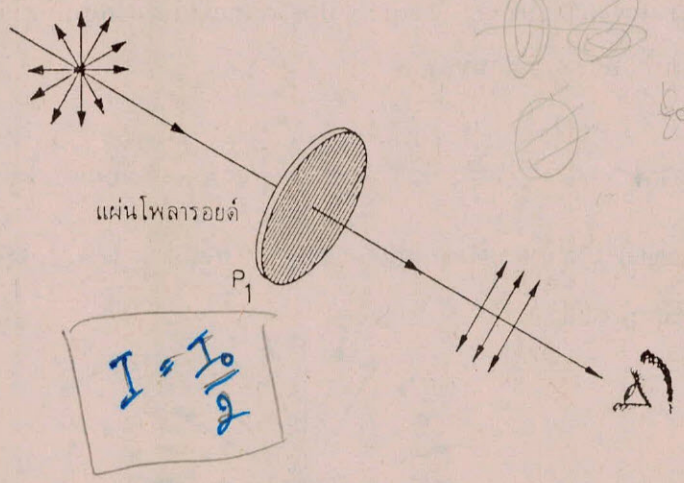


(b) แสงไม่โพลาไรซ์ประกอบด้วยแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นสองอันที่มีผลต่างของเฟสไม่คงที่

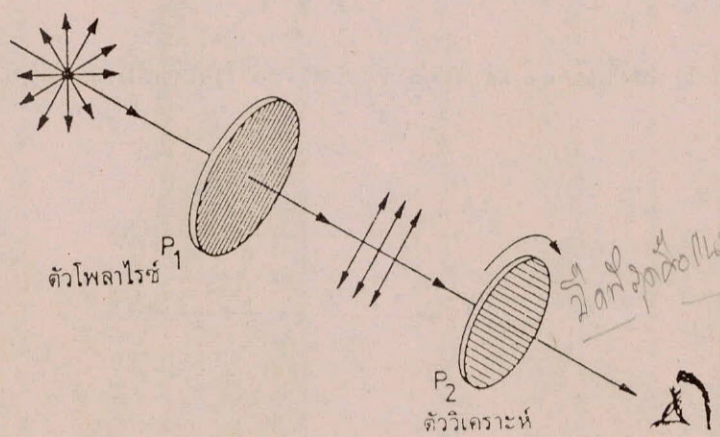
รูปที่ 11.34

11.3.1 การโพลาไรเซชันโดยวิธีการไดโครอิก

วิธีการไดโครอิก (dichroism) เป็นการทำให้เกิดการโพลาไรซ์ โดยใช้วัสดุหรือสารบางอย่างมาดูดกลืนองค์ประกอบหนึ่งของเวกเตอร์ $\bar{E}$ เราอาจจะใช้ผลึกบางชนิด เช่น ผลึกทัวร์มาลีน (tour maline) ผลึกเฮอราพาไทต์ (herapathite) ซึ่งใช้ทำแผ่นโพลารอยด์ ลวดซึ่งขนานกัน ฯลฯ เราจะใช้สารชนิดใดขึ้นอยู่กับว่าเรากำลังจะดูดกลืนองค์ประกอบของ $\bar{E}$ ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าช่วงใด แผ่นโพลารอยด์ใช้ได้ดีกับแสงที่มองเห็น ($\lambda_{\text{เฉลี่ย}} \approx 500$ nm) ส่วนลวดขึงขนานกันใช้ได้ดีกับไมโครเวฟ (microwave) ในหัวข้อนี้เราจะกล่าวเฉพาะแผ่นโพลารอยด์ซึ่งบางทีเราเรียกว่าตัวโพลาไรซ์ (polarizer)



รูปที่ 11.35 แสงผ่านแผ่นโพลารอยด์ เป็นแสงโพลาไรซ์ระนาบ



รูปที่ 11.36 แผ่นโพลารอยด์สองแผ่นที่แกนตั้งฉากกันไม่ยอมให้แสงผ่าน

ในแผ่นโพลารอยด์ จะมีแกนพิเศษซึ่งแสดงด้วยเส้นขีดในรูปที่ 11.35 เมื่อมีแสงผ่านแผ่นโพลารอยด์จะดูดกลืนแสงที่มีเวกเตอร์ $\bar{E}$ ออสซิลเลตในแนวที่ตั้งฉากกับแกนนี้ แต่จะยอมให้แสงที่มีเวกเตอร์ $\bar{E}$ ออสซิลเลตในแนวที่ขนานกับแกนนี้ผ่านได้ ฉะนั้นแสงไม่โพลาไรซ์เมื่อผ่านแผ่นโพลารอยด์แล้วจะเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น

ถ้าให้แสงโพลาไรซ์เชิงเส้นผ่านโพลารอยด์อีกแผ่นหนึ่ง [เมื่อใช้ในลักษณะนี้นิยมเรียกว่า ตัววิเคราะห์ (analyzer) สังเกตดูแสงที่ผ่านโดยหมุนตัววิเคราะห์ทำมุมต่างๆ กับตัวโพลาไรซ์ จะพบว่าความเข้มเปลี่ยนไป

จากรูปที่ 11.35 ให้ A_m เป็นอัมปลิจูดของแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นซึ่งผ่านตัวโพลาไรซ์ (P_1)ถ้าแกนของตัวโพลาไรซ์และตัววิเคราะห์ (P_2) ทำมุม θ ซึ่งกันและกัน แสงที่ผ่านตัววิเคราะห์ จะมีแอมพลิจูด A_m เนื่องจากความเข้มของแสงเป็นปฏิภาคกับกำลังสองของแอมพลิจูด ดังนั้นความเข้มของแสงเมื่อผ่านตัววิเคราะห์จะเปลี่ยนไปตามมุม θ ดังนี้

$$I = I_m \cos^2 \theta \qquad (11.42)$$

I_m คือความเข้มสูงสุดของแสงที่ผ่านตัววิเคราะห์

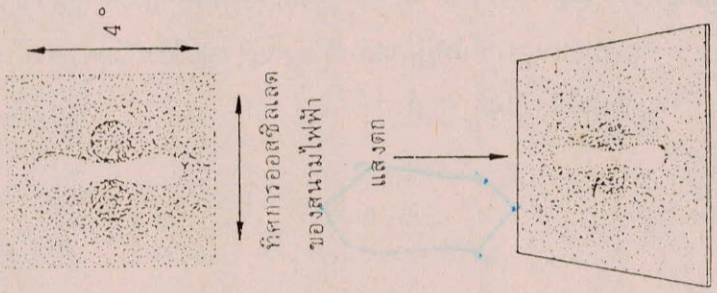
สมการ (11.42) มีชื่อว่า กฎของมาลุส (Malus's law) จะเห็นว่า เมื่อ $\theta = 0$ หรือ π แสงที่ผ่านจะมีความเข้มสูงสุด เมื่อ $\theta = \frac{\pi}{2}$ หรือ $\frac{3\pi}{2}$ ความเข้มจะเป็นศูนย์ ดังนั้นเมื่อหมุนตัววิเคราะห์ความเข้มของแสงที่ผ่านออกจะเปลี่ยนค่าอยู่ระหว่างศูนย์และ I_m จะเห็นว่า นี่เป็นวิธีหนึ่งที่จะตรวจได้ว่าแสงนั้นเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นหรือไม่ แสงไม่โพลาไรซ์หรือแสงที่โพลาไรซ์เพียงบางส่วนไม่ทำให้ความเข้มเปลี่ยนไปในลักษณะนี้

ถ้าให้แสงที่โพลาไรซ์แต่เพียงบางส่วนผ่านตัววิเคราะห์ เราสามารถหาเปอร์เซ็นต์ของการโพลาไรซ์ได้โดยหมุนตัววิเคราะห์หาความเข้มสูงสุดและความเข้มต่ำสุดและเปอร์เซ็นต์ของการโพลาไรซ์หาได้จาก

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \times 100\% \qquad (11.43)$$

จะเห็นว่า P = 100% เมื่อเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น เนื่องจาก $I_{min} = 0$ และ P =0 เมื่อเป็นแสงไม่โพลาไรซ์

สายตาของคนบางคนที่ได้รับการฝึกสามารถตรวจการโพลาไรซ์ของแสงจากท้องฟ้าได้ โดยสังเกตภาพที่เรียกว่า แปรงไฮดิงเจอร์ (Haidinger's brushes) เมื่อค้นพบโพลารอยด์สามารถทำให้เห็นแปรงไฮดิงเจอร์ได้ง่ายขึ้นมาก โดยมองท้องฟ้าผ่านแผ่นโพลารอยด์ ลักษณะของแปรงไฮดิงเจอร์เป็นแปรงสีเหลืองและมีจุดกลมสีฟ้าอยู่สองข้าง ดังแสดงในรูปที่ 11.37 แปรงสีเหลืองนี้จะอยู่ในทิศที่ตั้งฉากกับทิศของการออสซิลเลตของสนามไฟฟ้าเสมอ



รูปที่ 10.37 แปรงไฮดิงเจอร์ (สีขาวที่เห็นคือแปรงสีเหลือง)

ตัวอย่าง 11.6 ถ้าแกนของตัวโพลาไรซ์และตัววิเคราะห์ขนานกัน แสงที่ผ่านตัววิเคราะห์จะมีความเข้ม I_m จงหาว่าจะต้องทำมุมกันเท่าใดจึงจะทำให้ความเข้มของแสงเมื่อผ่านตัววิเคราะห์ลดลงเหลือครึ่งหนึ่งของแสงที่ตกบนตัววิเคราะห์

วิธีทำ

$$I = \frac{1}{2} I_m$$

ดังนั้นจะได้

$$\frac{1}{2} I_m = I_m \cos^2 \theta$$

$$\theta = \cos^{-1} \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

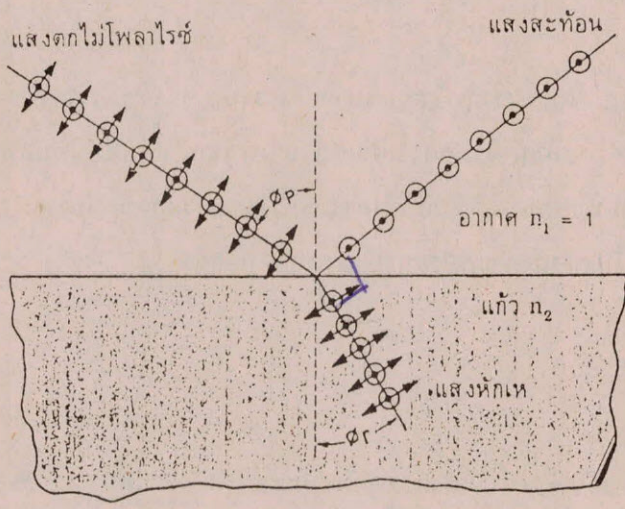
$$\simeq \pm 45°, \pm 135°$$

จะเห็นว่าการหมุนตัววิเคราะห์ไปทางขวาหรือซ้ายให้ผลเช่นเดียวกัน

ตอบ

11.3.2 การโพลาไรเซชันโดยการสะท้อน

วิธีที่จะทำให้เกิดแสงโพลาไรซ์อีกวิธีหนึ่ง ทำได้โดยทำให้แสงสะท้อนที่ผิวราบเรียบแต่ไม่มัน เช่น ผิวแก้ว ผิวน้ำ แสงที่สะท้อนจะมีการโพลาไรซ์มากน้อยขึ้นอยู่กับมุมตก เนื่องจากในกรณีของแสงไม่โพลาไรซ์สามารถแยกเวกเตอร์ $\bar{E}$ ให้อยู่ในแนวที่ตั้งฉากกัน 2 เวกเตอร์ ดังนั้นถ้าให้แสงอาทิตย์ตกกระทบผิวแก้ว เราจึงสามารถแยกเวกเตอร์ $\bar{E}$ ของแสงอาทิตย์ออกเป็นสององค์ประกอบ องค์ประกอบหนึ่งตั้งฉากกับระนาบของแสงตก ซึ่งแทนด้วยสัญญลักษณ์ Θ อีกองค์ประกอบหนึ่งขนานกับระนาบของแสงตก ซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ $\leftrightarrow$ โดยที่ทั้งสององค์ประกอบมีอัมปลิจูดเท่ากัน



รูปที่ 11.38 เมื่อมุมตกเป็นมุมโพลาไรซ์แสงสะท้อนจะโพลาไรซ์ทั้งหมด แสงหักเหโพลาไรซ์บางส่วน

จากการทดลองพบว่า สำหรับผิวสะท้อนอย่างหนึ่ง จะมีมุมตกเฉพาะค่าหนึ่งที่ทำให้แสงสะท้อนจะมีเฉพาะองค์ประกอบของเวกเตอร์ $\bar{E}$ ในแนวตั้งฉากกับระนาบของแสงตกเท่านั้น นั่นคือแสงสะท้อนจะโพลาไรซ์เชิงเส้น 100% ที่มุมตกเฉพาะนี้ แสงสะท้อนและแสงหักเหตั้งฉากกันดังรูปที่ 11.38

$$\boxed{\phi_p + \phi_r = 90^\circ}$$

จากกฎของสเนล $\quad n_1 \sin\phi_p = n_2 \sin\phi_r$

จากสองสมการข้างบนนี้ จะได้ค่า

$$\tan\phi_p = \frac{n_2}{n_1} \qquad (11.44)$$

ถ้าให้ $n_1 = 1$ (อากาศ) และแสงหักเหในตัวกลางที่มีดัชนีหักเห n

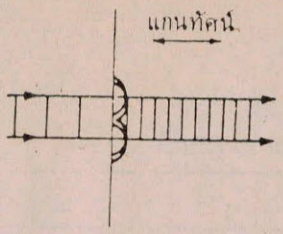
$$\tan\phi_p = n \qquad (11.45)$$

มุม ϕ_p มีชื่อว่า มุมโพลาไรซ์ (polarizing angle) หรือมุมบริวสเตอร์ (Brewster' angle)
สำหรับแก้ว มุม $\phi_p \approx 56^\circ$ และสำหรับน้ำ มุม $\phi_p \approx 53^\circ$
ที่มุมตกอื่นๆ แสงสะท้อนจะประกอบด้วยการสั่นของเวกเตอร์ $\bar{E}$ ทั้งในแนวขนานและตั้งฉากกับระนาบของแสงตก

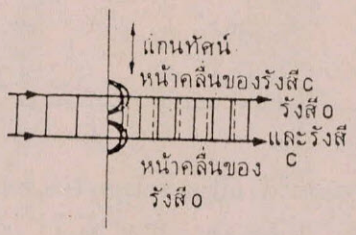
ในกรณีที่แสงสะท้อนเป็นแสงโพลาไรซ์ 100% แสงหักเหจะโพลาไรซ์เพียงบางส่วนเท่านั้น เพื่อที่จะเพิ่มความเข้มของแสงสะท้อน จึงนิยมใช้แผ่นแก้วบางหลายๆ แผ่นซ้อนกันแทนแผ่นเดียว การใช้แผ่นแก้วหลายแผ่นยังเป็นการเพิ่มเปอร์เซ็นต์ของการโพลาไรซ์ของแสงหักเหด้วย เนื่องจากมีองค์ประกอบของเวกเตอร์ $\bar{E}$ ในแนวตั้งฉากกับระนาบแสงตกลดน้อยลง

11.3.3 การหักเหสองแนว

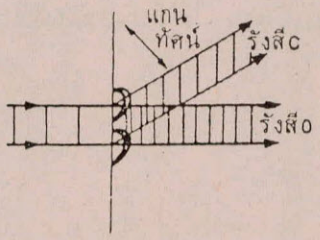
ในผลึกของสารบางชนิดซึ่งโปร่งแสงและดูเป็นเนื้อเดียวกัน แต่ความเร็วของแสงในทิศทางต่างๆ กันในผลึกนั้นไม่เท่ากัน สารประเภทนี้เป็นสารพวกอสมลักษณ์ (anisotropic) ปรากฏการณ์ที่ความเร็วของแสงในทิศต่างกันไม่เท่ากันนี้ เรียกปรากฏการณ์การหักเหสองแนว (birefringence) ในผลึกประเภทนี้ จะมีคลื่นเล็กๆ ซึ่งเคลื่อนที่ไป 2 ชุด คลื่นชุดหนึ่งเป็นทรงกลม อีกชุดหนึ่งเป็นทรงรี (ellipsoid) ทิศทางซึ่งคลื่นทั้งสองชุดนี้สัมผัสกัน (นั่นคือเมื่อคลื่นทั้งสองมีความเร็วเท่ากัน) เรียกว่าแกนทัศน์ (optic axis) ดังแสดงในรูปที่ 11.40 ผลึกที่มีแกนทัศน์เพียงหนึ่งแกนเรียกว่า ผลึกแกนเดี่ยว (uniaxial) ได้แก่ แคลไซต์ (calcite) ควอทซ์ (quartz) ผลึกบางชนิดมีแกนทัศน์สองแกน เรียกว่าผลึกแกนคู่ (diaxial) ในหัวข้อนี้จะพิจารณาเฉพาะสารประเภทแกนเดี่ยวเท่านั้น



(a) แสงตกในแนวขนานกับแกนทัศน์

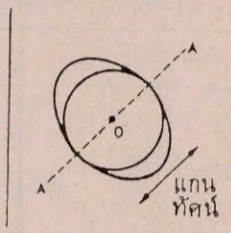


(b) แสงตกในแนวตั้งฉากกับแกนทัศน์



(c) แสงตกทำมุมกับแกนทัศน์

รูปที่ 11.39 a, b, c



รูปที่ 11.40 คลื่นทรงกลมและคลื่นทรงรี ในผลึกแกนเดี่ยว

ลำแสงสองลำแสงในผลึกนี้มีชื่อว่า รังสีธรรมดา (ordinary ray) หรือรังสี o และรังสีผิดธรรมดา (extraordinary ray) หรือรังสี e รังสีทั้งสองมีสมบัติต่างกัน กล่าวคือรังสี o มีการหักเหเป็นไปตามกฎของสเนลหน้าคลื่นของรังสี o คือเส้นที่ลากสัมผัสกับคลื่นทรงกลม ส่วนการหักเหของรังสี e ไม่เป็นไปตามกฎของสเนลและหน้าคลื่นของรังสี e คือ เส้นที่ลากสัมผัสกับคลื่นทรงรี

รูปที่ 11.39 แสดงรังสี o และรังสี e ในผลึกหักเหสองแนวชนิดหนึ่งโดยให้แสงตกตั้งฉากแผ่นผลึกและทำมุมต่างๆ กันกับแกนทัศน์ ให้สังเกตว่ารูปที่ 11.39 (a) รังสีทั้งสองมีความเร็วเท่ากันในผลึก ส่วนรูปที่ 11.39 (b) รังสี e วิ่งเร็วกว่ารังสี o และรูปที่ 11.39 (c) รังสี o และรังสี e แยกเป็นสองลำ โดยเฉพาะรูปนี้จะเห็นชัดเจนว่าการหักเหของรังสี e ไม่เป็นตามกฎของสเนล

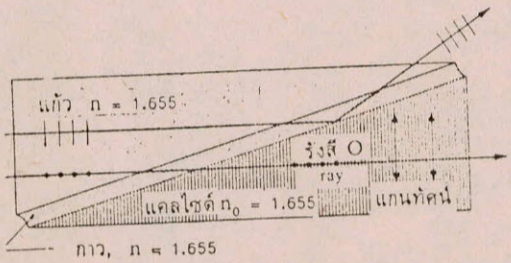
เราจึงอาจสรุปได้ว่าในผลึกแกนเดี่ยวรังสี o และรังสี e จะมีความเร็วไม่เท่ากัน ขึ้นอยู่กับว่ารังสีตกกระทบทำมุมอย่างไรกับแกนทัศน์รังสี o และรังสี e จะเร็วเท่ากัน ในกรณีเดียวคือเมื่อรังสีตกขนานกับแกนทัศน์ ถ้าทำมุมอื่นๆ รังสี e อาจจะเร็วหรือช้ากว่ารังสี o ก็ได้ขึ้นอยู่กับชนิดของผลึก ตารางที่

ตารางที่ 11.1 แสดงค่าดรรชนีหักเหของรังสี o และรังสี e ของผลึกชนิดต่างๆ เมื่อกำหนดว่าแสงตกตั้งฉากกับแกนทัศน์

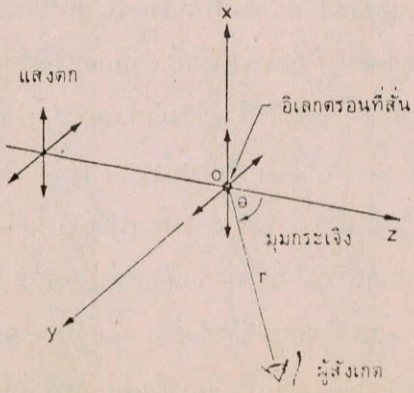
ตารางที่ 11.1 ดรรชนีหักเหของผลึกหักเหสองแนว (สำหรับแสงที่มีความยาวช่วงคลื่น 589 nm)

ผลึก	n_o	n_e
แคลไซต์	1.6583	1.4864
ควอทซ์	1.544	1.553
ทัวร์มาลีน	1.64	1.62
น้ำแข็ง	1.306	1.307

จากการทดลองพบว่ารังสี o และรังสี e ในผลึกหักเหสองแนวต่างเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น ดังนั้นถ้ามีวิธีแยกรังสีทั้งสองนี้จากกันได้เราก็อาจจะใช้ผลึกหักเหสองแนวเป็นตัวโพลาไรซ์ได้ ในปี พุทธศักราช 2371 นักฟิสิกส์ชาวสก็อตชื่อ นิคอล (William Nicol) ได้สร้างเครื่องมือแยกรังสีทั้งสองออกจากกัน เขาใช้ปริซึมซึ่งทำจากผลึกแคลไซต์ซึ่งต่อมาเรียกว่า ปริซึม นิคอล วิธีทำยุ่งยากและแสงที่แยกได้โพลาไรซ์ไม่ถึง



รูปที่ 11.41 ปริซึม แกลน - ทอมสัน



รูปที่ 11.42 การกระเจิงของแสงโดยโมเลกุลของอากาศ

ร้อยเปอร์เซ็นต์ ต่อมามีผู้ปรับปรุงแก้ไขเรื่อยๆ แกลน (Glan) และทอมสัน (Thomson) ได้ออกแบบปริซึมใหม่ ซึ่งต่อมาอัมมาน (Ammann) และมาสเสย์ (Massey) ได้แก้ไขอีกเล็กน้อย ปริซึมชนิดนี้ทำให้แสงที่แยกออกมาได้เป็นแสงโพลาไรซ์ถึง 100% รูปที่ 11.41 แสดงปริซึมแกลนทอมสัน ซึ่งประกอบด้วยปริซึมแก้วซึ่งมีดัชนีหักเห 1.655 และเชื่อมติดอยู่กับปริซึมที่ทำด้วยแคลไซต์ ด้วยกาวชนิดหนึ่งซึ่งมีค่าดัชนีหักเหเท่ากัน แสงไม่โพลาไรซ์อาจถือว่าประกอบด้วยแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นสองลำที่มีเวกเตอร์ $\bar{E}$ สั่นตั้งฉากกัน ดังนั้นในขณะที่ผ่านปริซึมแก้วจึงคิดได้ว่าเป็นแสงโพลาไรซ์สองลำวิ่งมาในทางเดียวกันและด้วยความเร็วเท่ากัน แต่เมื่อผ่านเข้าไปในผลึกแคลไซต์โดยมีแกนทัศน์ตั้งฉากตามรูป แสงโพลาไรซ์ที่มีเวกเตอร์ $\bar{E}$ สั่นตั้งฉาก (แทนด้วย ⊙) จะผ่านกาวและผ่านผลึกแคลไซต์ออกไปสู่อากาศโดยไม่มีการหักเหจึงเป็นแสงที่โพลาไรซ์ 100% ทั้งนี้เนื่องจากแสงที่มีเวกเตอร์ $\bar{E}$ สั่นตั้งฉากในผลึกแคลไซต์ จะเป็นรังสี o ซึ่งมีดัชนีหักเห 1.6583 ใกล้เคียงกับ 1.655 ส่วนแสงที่มีเวกเตอร์ $\bar{E}$ สั่นขนานจะสะท้อนกลับหมดที่ผิวแบ่งระหว่างกาวและแคบไซต์ เนื่องจากการตัดมุมของปริซึมตามรูป

11.34 การกระเจิงของแสง

แสงจากท้องฟ้าเป็นแสงโพลาไรซ์ ตำแหน่งต่างกันบนท้องฟ้ามีเปอร์เซ็นต์ของการโพลาไรซ์ต่างกัน ถ้าใช้แผ่นโพลารอยด์ตรวจดูท้องฟ้าในวันที่แดดจ้าจะพบว่าแสงจากท้องฟ้าบริเวณที่เมื่อลากเส้นมาถึงตาทำมุมประมาณ 90 องศากับเส้นที่ลากจากตาไปยังดวงอาทิตย์ เป็นแสงโพลาไรซ์เกือบ 100 % เหตุที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากแสงถูกกระเจิงโดยโมเลกุลของอากาศ การกระเจิงนี้ยังเป็นสาเหตุที่ทำให้เราเห็นท้องฟ้าเป็นสีฟ้าในเวลากลางวัน และเป็นสีแดงในเวลาเช้าและเย็น

เราอาจอธิบายได้ดังนี้ พิจารณารูปที่ 11.42 ให้แสงอาทิตย์ซึ่งเป็นแสงไม่โพลาไรซ์มาจากทางซ้ายในทิศทางตามแนวแกน z ที่จุด 0 แทนตำแหน่งโมเลกุลของอากาศ เนื่องจากเราสามารถเขียนการสั่นของเวกเตอร์ $\bar{E}$ ของแสงไม่โพลาไรซ์ เป็นการสั่นในสองทิศที่ตั้งฉากกันและเนื่องจากแสงเป็นคลื่นตามขวางและเคลื่อนที่มาในทิศ z การสั่นของเวกเตอร์ $\bar{E}$ ก็คือผลรวมของการสั่นในแนว x และ y เมื่อแสงมาถึงจุด 0 จะทำให้อิเล็กตรอนในโมเลกุลนั้นสั่นด้วยผลรวมของการสั่นในแนว x และ y ด้วย อิเล็กตรอนที่สั่นจะปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมา เราทราบแล้วว่าผู้สังเกตที่อยู่ในแนวการสั่นนั้นจะไม่เห็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในทิศนั้น ดังนั้นถ้าผู้สังเกตอยู่ในแนวทิศ y ตามรูป จะสังเกตเห็นเฉพาะแสงที่เกิดจากการสั่นของเวกเตอร์ $\bar{E}$ ตามแนว x เท่านั้น แสงที่ผู้สังเกตเห็นตามแนวทิศ y จึงเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น 100% ทำนองเดียวกัน ถ้าผู้สังเกตมองกลับไปตามแนวแกน z จะเห็นแสงที่เกิดจากการสั่นของเวกเตอร์ $\bar{E}$ ทั้งในแนว x และ y ซึ่งเป็นแสงไม่โพลาไรซ์ ในการมองกลับไปตามแนวแกน z นี้ ก็คือการมองดูดวงอาทิตย์ตรงๆ นั่นเอง (ซึ่งไม่ควรทำ) แต่เราอาจเลี่ยงโดยมองดูที่มุมต่างๆ เราจะสังเกตเห็นว่า ถ้าใกล้แนวของดวงอาทิตย์เท่าใดแสงก็จะเริ่มไม่โพลาไรซ์ ผู้สังเกตที่อยู่ที่ระยะ r ตามรูป

เกตเห็นว่า ถ้าใกล้แนวของดวงอาทิตย์เท่าใดแสงก็จะเริ่มไม่โพลาไรซ์ ผู้สังเกตที่อยู่ที่ระยะ r ตามรูป โดยที่แกนของ y อยู่ในระนาบของ r และ z จะเห็นการสั่นของเวกเตอร์ $\bar{E}$ ตามแนวแกน x และส่วนหนึ่ง ($\cos\theta$) ของการสั่นตามแนวแกน y ดังนั้นจึงเห็นแสงโพลาไรซ์เพียงบางส่วน ถ้า $\theta = 90^\circ$ แสงที่กระเจิงจะโพลาไรซ์ 100% ตามแนวแกน y

เนื่องจากอิเล็กตรอนในโมเลกุลของอากาศถูกทำให้สั่นโดยแสง ดังนั้นจึงเป็นการแกว่งกวัดที่ถูกบังคับ (forced oscillation) อิเล็กตรอนจะแกว่งกวัดด้วยความถี่ของแสงถ้าไม่คิดความหน่วง เราอาจถือได้ว่าเป็นการสั่นของไดโพล (dipole oscillation) เราสามารถแสดงให้เห็นได้ว่าความเข้มของแสงซึ่งปล่อยออกมาโดยไดโพลนั้น ในกรณีที่ความถี่ของแสงน้อยกว่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นเฉลี่ยของอิเล็กตรอนในโมเลกุลของอากาศจะเป็นปฏิภาคกลับกับความยาวคลื่นยกกำลังสี่ แสงสีฟ้าหรือแสงสีม่วงมีความยาวคลื่นน้อยกว่าแสงสีอื่นจึงกระเจิงออกมามากกว่าแสงสีแดง ซึ่งมีความยาวคลื่นมากกว่า เมื่อดวงอาทิตย์อยู่สูงจากขอบฟ้า เรามองแสงสีกระเจิงออกจากแนวทางเดินของแสง เห็นสีฟ้า นี่เป็นเหตุที่ทำให้เราเห็นท้องฟ้าเป็นสีฟ้าในเวลากลางวัน

ในเวลาเย็นดวงอาทิตย์ลงต่ำ แสงเดินทางผ่านบรรยากาศเป็นระยะไกลและอยู่ในแนวระดับตาของผู้สังเกต แสงสีฟ้าส่วนใหญ่กระเจิงออกไป จึงเหลือแต่แสงสีแดงหรือสีแดงปนสีเหลือง

การโพลาไรซ์แบบวงกลมและวงรี

แสงโพลาไรซ์แบบวงกลมและวงรี ทำให้เกิดขึ้นได้จากการรวมแสงโพลาไรซ์แบบเส้นตรง 2 ลำ โดยที่แต่ลำมีการสั่นของเวกเตอร์ $\bar{E}$ ในทิศทางตั้งฉากกัน ถ้าผลต่างของเฟสเป็น $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ หรือจำนวนเท่าที่เป็นเลขคี่ของ $\frac{\pi}{2}$ จะได้แสงโพลาไรซ์แบบวงกลม ถ้าผลต่างของเฟสเป็นค่าอื่น ๆ (ยกเว้น 0, π หรือจำนวนเท่าที่เป็นเลขคู่ของ π) จะได้แสงโลลาไรซ์แบบวงรี วิธีหนึ่งที่จะทำได้โดยอาศัยผลึกหักเหสองแนวถ้าเราตัดชิ้นผลึกให้ผิวหน้าของผลึกขนานกับแกนทัศน์ เมื่อแสงตกตั้งฉากรังสี o และรังสี e ในผลึกซึ่งต่างโพลาไรซ์แบบเส้นตรงจะเป็นลำเดียวกัน แต่มีความเร็วต่างกัน [ดังรูปที่ 11.43 สำหรับความถี่ของแสงค่าหนึ่งถ้าเราเลือกชนิดของผลึกให้เหมาะสม (คือมีค่า n_o และ n_e ที่เหมาะ) และความหนาของผลึกที่พอเหมาะ รังสี o และรังสีที่ออกจากผิวผลึกทางอีกด้านหนึ่งจะมีผลต่างของเฟสตามที่ต้องการ

ที่ความถี่ค่าหนึ่ง ถ้าตัดผลึกให้มีความหนาพอดีกับที่ทำให้เกิดผลต่างของเฟสของรังสี o และรังสี e เป็น $\frac{\pi}{2}$ แสงที่ผ่านผลึกเกินออกมาจะโพลาไรซ์แบบวงกลมและเรียกผลึกนั้นว่า *แผ่นเสี้ยวคลื่น (quarter-wave plate)*

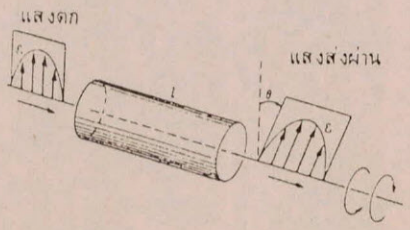
ถ้าตัดผลึกให้มีความหนาพอดีกับทำให้เกิดผลต่างของเฟส (ของแสงความถี่ค่าหนึ่ง) เป็น π แสงที่ผ่านผลึกออกมาจะโพลาไรซ์แบบเส้นตรง เราเรียกผลึกนั้นว่า *แผ่นครึ่งคลื่น (half-wave plate)*

11.3.5 การประยุกต์แสงโพลาไรซ์

เมื่อนำโพลารอยด์สองแผ่นมาวางโดยให้แกนตั้งฉากกัน แสงจะไม่สามารถผ่านออกไปได้ ถ้านำเอาผลึกหักเหสองแนวมาสอดไว้ระหว่างโพลารอยด์สองแผ่นนั้น จะพบว่ามีแสงผ่านออกมาได้ ทั้งนี้เพราะโดยทั่วไปแสงที่ผ่านแผ่นผลึกออกมาจะโพลาไรซ์แบบวงรี จึงมีแสงบางส่วนผ่านแผ่นโพลารอยด์ออกมาได้

หลักการนี้นำมาใช้ตรวจคุณภาพของแก้วหรือพลาสติกที่จะใช้ทำเครื่องมือบางอย่าง โดยปกติแก้วหรือพลาสติกบางชนิดจะเป็นแสงสมลักษณ์ แต่จากการอัดหรือดึง จะทำให้เป็นสารอสมลักษณ์ได้ โดยมีแกนทัศน์อยู่ในแนวของทิศที่แรงกระทำ ดังนั้นจึงแสดงสมบัติของสารหักเหสองแนวได้ เมื่อนำแผ่นแก้วหรือพลาสติกไปวางไว้ระหว่างแผ่นโพลารอยด์สองแผ่นที่วางแกนตั้งฉากกัน จะปรากฏริ้วที่ค่อนข้างยุ่งยาก โดยการตรวจภาพนี้จะทำให้ทราบว่าส่วนใดของแก้วได้รับแรงอัดมากหรือน้อยหรือมีรอยร้าว ซึ่งจะได้แก้ไขให้เหมาะสมต่อไป

การประยุกต์อีกอย่างหนึ่งคือ ใช้หาความเข้มข้นของสารละลาย เมื่อให้แสงที่โพลาไรซ์แบบเส้นตรงผ่านสารละลายบางชนิด เช่นน้ำเชื่อม แสงที่ผ่านออกมากจะมีระนาบของการโพลาไรซ์ที่ต่างไปจากเดิม ระนาบของการโพลาไรซ์อาจจะถูกบิดไปทางซ้ายหรือขวา ขึ้นอยู่กับชนิดของสาร และมุมที่บิดไปขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสารละลาย และระยะทางที่แสงเดินในสารละลายนั้น



รูปที่ 11.43 การเปลี่ยนระนาบของโพลาไรเซชันโดยสารชนิดหนึ่ง

บทที่ 12 การประยุกต์คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

เค้าโครงเรื่อง

12.1 เลเซอร์

12.1.1 ประวัติการพัฒนาของเลเซอร์

12.1.2 ประเภทของเลเซอร์

12.1.3 ระบบเลเซอร์

12.1.4 เลเซอร์ในปัจจุบันและอนาคต

12.2 ฮอโลกราฟฟี

12.2.1 เรียลไทม์ฮอโลกราฟฟิคอินเตอร์เฟอร์โรเมตตรี

12.2.2 ดับเบิลเอกซ์โพสเซอร์ฮอโลกราฟฟิคอินเตอร์โรเมตตรี

12.2.3 ไทม์แอฟเวอร์เรจฮอโลกราฟฟิคอินเตอร์เฟอร์โรเมตตรี

12.3 เส้นใยนำแสงและการประยุกต์ทางการสื่อสาร

12.3.1 เส้นใยนำแสง

12.3.2 การประยุกต์ทางด้านการสื่อสาร

12.4 การประยุกต์ด้านอื่นๆ ของเลเซอร์

12.4.1 การประยุกต์ในด้านการวิจัยและพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์

12.4.2 การประยุกต์ทางด้านอุตสาหกรรม

12.4.3 การประยุกต์ทางด้านการแพทย์

12.4.4 การประยุกต์ทางด้านการตรวจสอบมลภาวะ

12.4.5 การประยุกต์ทางด้านธุรกิจการค้าและเลเซอร์กราฟฟิค

12.4.6 การประยุกต์ทางด้านการทหาร

12.4.7 การประยุกต์ทางด้านพลังงานเทอร์โมนิวเคลียร์

12.1 เลเซอร์

เลเซอร์ (Laser) เป็นคำศัพท์ที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในวงการวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและวงการต่างๆ เลเซอร์อาจหมายถึงลำแสงที่บริสุทธิ์เท่าที่นักวิทยาศาสตร์จะผลิตออกมาได้ หรืออาจหมายถึงระบบเครื่องมือชนิดหนึ่งที่สามารถผลิตแสงบริสุทธิ์ หรืออาจหมายถึงวิทยาการที่เกิดจากการใช้วิทยาการหลายด้านทางวิทยาศาสตร์มาประยุกต์เข้าเป็นวิทยาการใหม่ที่มีบทบาทและการประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวางในปัจจุบันนี้ ประเทศใดยิ่งเจริญก้าวหน้าในทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมากเท่าใด การนำเลเซอร์มาใช้ประยุกต์ในชีวิตประจำวันก็เพิ่มมากขึ้นเท่านั้น เครื่องเลเซอร์เครื่องแรกของโลกนั้นคือ รูบี้เลเซอร์ (Ruby Laser) ได้ถูกประดิษฐ์คิดค้นโดย T. H. Maiman สำเร็จเมื่อ ค.ศ. 1960 หลังจากนี้แล้วก็ได้มีการประดิษฐ์คิดค้นพบเลเซอร์ชนิดใหม่ๆ อยู่ตลอดเวลา ในปัจจุบันได้มีการนำเอาวิชาการและเครื่องเลเซอร์มาประยุกต์ใช้งานในวงการต่างๆ อย่างกว้างขวางและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันมากที่สุดแขนงหนึ่ง เครื่องเลเซอร์จึงได้รับการขนานนามโดยทั่วไปว่าเป็น "เครื่องมือวิทยาศาสตร์ยุคใหม่ (Modern Scientific Instrument)" และมีบทบาทที่สำคัญในการพัฒนาประเทศอย่างมาก โดยเฉพาะด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีด้านอุตสาหกรรม ด้านการแพทย์ ด้านการเกษตร ด้านธุรกิจการค้า ตลอดจนด้านการทหาร เป็นต้น

12.1.1 ประวัติการพัฒนาของเลเซอร์

การพัฒนาทางด้านวิทยาศาสต์และเทคโนโลยีของเลเซอร์ฟิสิกส์และเทคโนโลยีนั้นพอสรุปเป็นสังเขปได้ดังต่อไปนี้

ปี ค.ศ.	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เกี่ยวข้องทางด้านเลเซอร์
1860 -1865	James Clerk Maxwell ตั้งทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า
1880	โทรเลข
1890	Heinrich Hertz ทำการทดลองและพิสูจน์ได้ว่ามีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจริงตามทฤษฎีของ Maxwell
1890	วิทยุ
1917	Albert Einstein ตั้งทฤษฎีการเปล่งออกโดยการเร้าของอะตอม (Theory of Stimulated Emission)

ปี ค.ศ.	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เกี่ยวข้องทางด้านเลเซอร์
1900 - 1940	ทฤษฎีฟิสิกส์ของแข็ง รูปแบบและโครงสร้างอะตอมและโมเลกุล ทฤษฎีควอนตัม เทคโนโลยีสุญญากาศ และ ฯลฯ
1938/39	การประดิษฐ์เครื่องเรดาร์
1945 - 1953	ทฤษฎีและการประยุกต์ด้านไมโครเวฟ (Microwave) การค้นพบสารกึ่งตัวนำ (Semiconductor)
1954	J.P. Gordon, H.J. Zeiger, และ C.H. Townes ค้นพบการเกิดเมเซอร์ (MASER: Microwave Amplification by Stimulated Emission)
1956	N. Bloembergen เสนอทฤษฎีเกี่ยวกับเมเซอร์ชนิดใหม่ Proposal for a New Type of Solid State Maser เป็นรากฐานทางทฤษฎีของเลเซอร์แบบ Three Level laser System
1958	Charles H. Townes and Arthur L. Schawlow เสนอแนวทางการทำให้เกิด Optical maser "Theoretical Proposal on Optical Maser" ซึ่งเป็นรากฐานทางทฤษฎีของการทำให้เกิดเลเซอร์ในเวลาต่อมา
1960	Theordore H. Maimann ได้ประดิษฐ์เลเซอร์เครื่องแรกของโลก คือ รูบีเลเซอร์ (Ruby Laser) เป็นผลสำเร็จ ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของการแพร่หลายทางวิทยาการด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีทางด้านเลเซอร์มาจนถึงปัจจุปัน
1961	Ali Javan ได้ประดิษฐ์เลเซอร์ระบบที่สองของโลกคือ ระบบฮีเลียมนีออนเลเซอร์ (Helium-Neon Laser ระบบแกสเลเซอร์ระบบแรกของโลก) เป็นผลสำเร็จ และฮีเลียมนีออนเลเซอร์ก็ยังคงมีใช้อย่างแพร่หลายจนถึงปัจจุบันนี้
1961 - ปัจจุบัน	เป็นยุคของการวิจัยพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีของเลเซอร์ซึ่งได้มีการประดิษฐ์เลเซอร์แบบต่างๆออกมาหลายชนิด อาทิเช่น คาร์บอนไดออกไซด์เลเซอร์ นีโอดิเมียมแยกเลเซอร์ (Nd: YAG laser) ฟรีอิเล็กตรอนเลเซอร์ (Free Electron Laser) จนถึงเอ็กซเรย์เลเซอร์ (X - ray Laser) เป็นต้น ได้มีการพัฒนาคุณภาพของลำแสงเลเซอร์ เพื่อการนำไปใช้งานให้เหมาะสมยิ่งขึ้น เช่น การผลิตคิวสวิตเลเซอร์ (Q - switched Laser) การผลิตโมดล็อคเลเซอร์หรือพิคโคเซ็คกันเลเซอร์ (Mod Locked

ปี ค.ศ.	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เกี่ยวข้องทางด้านเลเซอร์
	Laser, Pico - second Laser) และในปัจจุบันนี้นักฟิสิกส์มีขีดความสามารถทำเฟมโตเซ็คกันเลเซอร์ (Femto-second laser) ได้แล้วทำให้สามารถนำไปใช้ศึกษางานที่เกี่ยวกับปฏิกิริยาที่ไวมาก หรือวัดระยะทางไกลๆ ได้อย่างแม่นยำมีความคลาดเคลื่อนเพียงไมโครเมตรเท่านั้น เป็นต้น ในปัจจุบันได้มีการประยุกต์ใช้เลเซอร์อย่างกว้างขวางในวงการต่างๆ ซึ่งจะได้กล่าวไว้ในบทต่อไป

12.1.2 ประเภทของเลเซอร์

นับตั้งแต่ T. H. Maiman ได้ประสบผลสำเร็จในการประดิษฐ์ระบบรูบีเลเซอร์ ในปี ค.ศ. 1960 เป็นต้นมา เลเซอร์อีกหลายชนิด ตลอดจนการประยุกต์ใช้ก็ถูกผลิตและนำไปใช้อย่างมากมาย ทำให้เกิดมีเลเซอร์หลายชนิดและหลายรูปแบบตามความเหมาะสมและสภาวะของการทำให้เกิดแสงเลเซอร์ ตลอดจนการประยุกต์ใช้งานในการจัดแบ่งประเภทของเลเซอร์นั้นทำได้หลายกรณี แต่โดยทั่วไปนั้นมักจะจัดแบ่งประเภทของเลเซอร์ตาม **สถานะ** ของสารเลเซอร์หรือเลเซอร์มีเดียม (Laser medium) ซึ่งเป็นตัวหลักสำคัญในการใช้ผลิตแสงเลเซอร์ ในบางกรณีเราอาจจะพิจารณาจาก **สภาวะ** ของสารเลเซอร์หรือเลเซอร์มีเดียมก็ได้ ดังนั้นการจัดแบ่งกลุ่มประเภทของระบบเลเซอร์ (Laser System) อาจทำได้ดังต่อไปนี้

ก. การจัดแบ่งเภทของเลเซอร์ตามสถานะของสารเลเซอร์ ในกรณีนี้เราใช้ **สถานะ** ของสารเลเซอร์เป็นหลักในการจัดแบ่ง กล่าวคือ สถานะที่เป็นแบบของแข็ง เป็นแบบของเหลว และเป็นแบบแกส

โซลิดสเตทเลเซอร์ (Solid State lasers) ระบบเลเซอร์ชนิดนี้ใช้เลเซอร์มีเดียมในสถานะที่เป็นของแข็งในรูปแบบผลึก อาทิเช่น ผลึกรูบี (Ruby Crystal) หรือสารกึ่งตัวนำ เช่น GaAs หรือในรูปแบบของการ์เน็ท (Garnet) เช่น นิโอดิเมียมยิทเทรียมอะลูมิเนียมการ์เน็ท (Neodymedium yttrium Aluminium Garnet-Nd: YAG) หรือในรูปแบบของแข็งอสัณฐาน เช่น การใส่ธาตุโอดิเมียมเจือปนเป็นแบบ impurity ลงในแท่งแก้วที่เรียกว่า นิโอดิเมียมกลาส (nedymium Glass-Nd: Glass) เป็นต้น

เลเซอร์เหลว (Liquid Laser) เลเซอร์ระบบนี้ใช้เลเซอร์มีเดียมที่มีสถานะเป็นของเหลว สารพวกนั้นได้แก่ สารละลายสีย้อมผ้า (Dye Solution) ซึ่งมีตัวถูกละลายเป็นดาย (Dyes) ชนิดต่างๆ ละลายในตัวทำละลาย (Solvent) แอลกอฮอล์ อาร์ซีโตน เป็นต้น เลเซอร์มีเดียมเหล่านั้นได้แก่ Rhodamine 6G,Rhodamine B, Coumarin เป็นต้น โดยทั่วไป เลเซอร์เหลว มักจะถูกเรียกแทนด้วยคำ ดายเลเซอร์ (Dye Laser) เพื่อชี้เน้นถึงตัวเลเซอร์มีเดียม

แก๊สเลเซอร์ (Gas Lasers) เลเซอร์ระบบนี้ใช้สารเลเซอร์มีเดียมที่มีสถานะเป็นแกส สารเลเซอร์มีเดียมเหล่านั้นได้แก่ แกสผสมระหว่างแกสฮีเลียมและแกสนีออน (He+Ne) ในอัตราส่วนที่เหมาะสม แกสผสมระหว่างแกสคาร์บอนไดออกไซด์ แกสไนโตรเจน และแกสฮีเลียม (CO_2 + N_2 + He) แกสไนโตรเจน (N_2) แกสซีนอนคลอไรด์ (XeCl) แกสอาร์กอน เป็นต้น

ข. การจัดแบ่งประเภทของเลเซอร์ตามสภาวะของสารเลเซอร์ ในกรณีนี้เราใช้สภาวะของสารเลเซอร์มีเดียมเป็นหลักในการพิจารณาจัดแบ่ง กล่าวคือ เราศึกษาและพิจารณาละเอียดลงไปว่า ในการที่ทำให้เกิดแสงเลเซอร์นั้น สารเลเซอร์มีสภาวะเป็นอะตอม หรือโมเลกุล หรืออยู่ในสภาวะแบบไอออน เป็นต้น ทั้งนี้คุณสมบัติของแสงเลเซอร์ที่ได้ออกมานั้นจะไม่เหมือนกันและมีช่วงความยาวคลื่นต่างกันออกไป ในการจัดแบ่งตามเกณฑ์ดังกล่าวนี้ ประเภทของเลเซอร์จะถูกจัดแบ่งออกเป็น

อะตอมมิคเลเซอร์ (Atomic Laser) เลเซอร์ระบบนี้ใช้สารเลเซอร์มีเดียมที่อยู่ในสภาพที่เป็นอะตอมแล้ว การเกิดแสงเลเซอร์ขึ้นนั้นเกิดจากการเปลี่ยนแปลงทางฟิสิกส์แบบสติมูลเลดเต็ดอิมิสชั่นระหว่างค่าระดับพลังงานของอะตอมในสารเลเซอร์มีเดียม ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงระดับพลังงานเป็นการเปลี่ยนแปลงระหว่างระดับอิเล็กทรอนิกส์ (Electronic Level Transition) ซึ่งให้ค่า $\Delta E = (E_2 - E_1)$ มากซึ่งจะยังผลให้แสงเลเซอร์มีค่าความถี่ $\nu = (E_2 - E_1)/h$ อยู่ในย่านที่ตาเปล่ามองเห็น (visible spectrum) ระบบเลเซอร์ดังกล่าวนี้ ได้แก่ ระบบฮีเลียม-นีออนเลเซอร์ ระบบรูบีเลเซอร์ ไนโตรเจนเลเซอร์ เป็นต้น ในบางกรณีมีการเปลี่ยนแปลงค่าพลังงาน ค่าพลังงานระหว่างระดับอิเล็กทรอนิกส์ (electronic level) ของอะตอมก็ตามที แสงเลเซอร์ที่ออกมาอยู่ในย่านอินฟราเรด อาทิเช่นระบบ Nd: YAG laser, Nd: Glass Laser เป็นต้น ซึ่งเราจัดเลเซอร์เหล่านี้อยู่ในพวกอะตอมมิคเลเซอร์เช่นเดียวกัน

โมเลดคูลาร์เลเซอร์ (Molecular Lasers) เลเซอร์ระบบนี้ใช้สารเลเซอร์มีเดียมที่อยู่ในสภาวะเป็นโมเลกุล การเกิดแสงเลเซอร์นั้นเกิดจากการเปลี่ยนแปลงระดับพลังงานแบบสติมูลเลดเต็ดอิมิสชั่นระหว่างระดับพลังงานของโมเลกุลในสารเลเซอร์มีเดียม โดยการเปลี่ยนแปลงนั้นเกิดขึ้นระหว่างระดับการสั่น (vibration level) ของโมเลกุล ดังนั้น $\Delta E = (E_2 - E_1)$ จะน้อยซึ่งจะยังผลให้แสงเลเซอร์ที่ออกมามีความถี่ v ในย่านอินฟราเรด ซึ่งมองด้วยตาเปล่าไม่เห็น ระบบเลเซอร์เหล่านั้นได้แก่ ระบบคาร์บอนไดออกไซด์ เป็นต้น ในบางกรณีเช่นระบบดายเลเซอร์ ซึ่งโมเลกุลของดายทำหน้าที่เป็นเลเซอร์มีเดียม แสงเลเซอร์ที่ได้จากดายเลเซอร์ เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของค่าพลังงานระดับอิเล็กทรอนิกส์ แสงดายเลเซอร์จึงอยู่ในย่าน Visible spectrum

ไอออนเลเซอร์ (Ion Lasers) เลเซอร์ระบบนี้ใช้สารเลเซอร์มีเดียมที่อยู่ในสถาวะแตกตัวเป็นไอออน กล่าวคือ อะตอมหรือโมเลกุล แตกตัวออกเป็นไอออน (อะตอม/โมเลกุลที่ขาดอิเล็กตรอนไปตั้งแต่ 1 ตัวขึ้นไป) ไอออนเหล่านั้นจะมีค่าระดับพลังงานแตกต่างไปจากสภาพเดิมของอะตอมและโมเลกุล แต่เราสามารถทำให้เกิดสติมูลเลดเต็ดอิมิสชั่นขึ้นได้ ดังนั้นก็จะมีแสงเลเซอร์ปลดปล่อยออกมา ได้เลเซอร์ชนิดนี้ ได้แก่ อาร์กอนเลเซอร์ ครีพตอนเลเซอร์ (Krypton Laser) หรือพวกเอ็กซิเมอร์เลเซอร์ (Excimer Laser) เป็นต้น

ดังนั้นเราจะเห็นว่า เลเซอร์มีหลายประเภทและรูปแบบซึ่งมีเกณฑ์ในการแบ่งประเภทและเรียกชื่อให้แตกต่างออกไปตามที่ได้กล่าวไว้แล้วในตอนต้น อย่างไรก็ตามเราอาจจะสร้างกฎเกณฑ์ในการแบ่งประเภทของเลเซอร์ออกมาได้อีกหลายรูปแบบ กล่าวคือ สมมุติเราถือเอากฎเกณฑ์ที่ว่า **รับประทานได้ (edible) และรับประทานไม่ได้ (non-edible)** มาเป็นเกณฑ์ในการจัดประเภทของเลเซอร์ เราก็สามารถแบ่งประเภทของเลเซอร์ออกมาได้เป็นสองประเภทคือ

ประเภทรับประทานได้ (Edible Laser) เลเซอร์ประเภทนี้ ได้แก่เลเซอร์ที่มีสารเลเซอร์มีเดียมเป็นจำพวกสารประกอบดาย (Dye compound) ที่ทำมาจากสิ่งมีชีวิต และสามารถรับประทานได้ เลเซอร์พวกนี้ก็คือ ดายเลเซอร์บางชนิด เป็นต้น

ประเภทรับประทานไม่ได้ (Non edible Laser) เลเซอร์ประเภทนี้จะมีมากมาย ซึ่งได้แก่ เลเซอร์ที่ใช้สารเลเซอร์มีเดียมที่เรารับประทานไม่ได้ ถ้ารับประทานแล้วจะเป็นพิษต่อร่างกาย ระบบเหล่านั้นได้แก่ รูบีเลเซอร์ ฮีเลียม-นีออนเลเซอร์ (Helium-neon laser) Nd: YAG laser ระบบดายเลเซอร์บางชนิดที่ดาย (dyes) ทำมาจากสิ่งไม่มีชีวิตและเป็นพิษต่อร่างกาย เป็นต้น

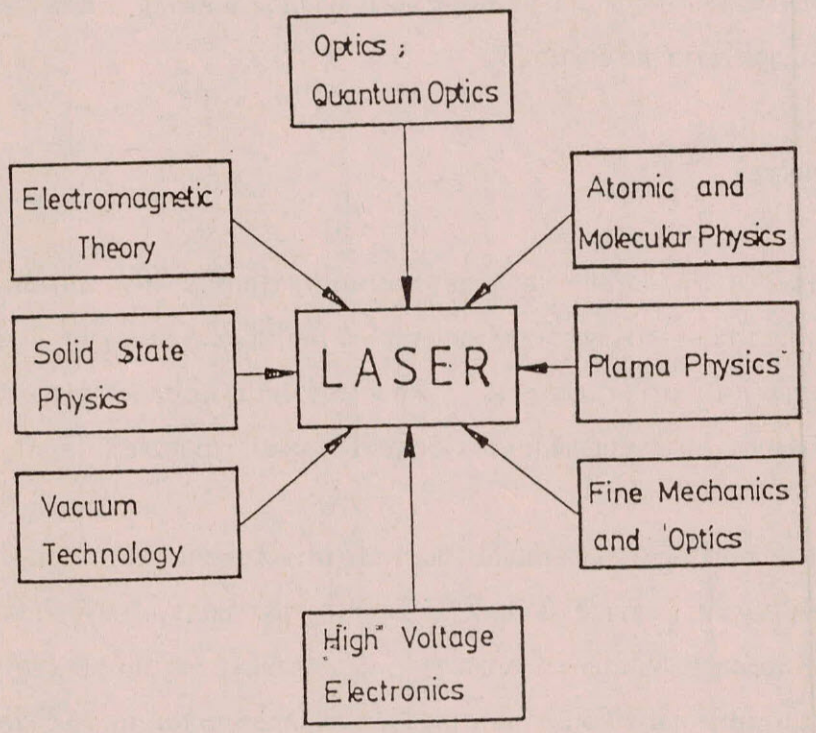
ดังนั้นเราจะเห็นได้ว่า ในการจัดแบ่งประเภทของเลเซอร์นั้น เราแบ่งตามลักษณะ คุณสมบัติของสารเลเซอร์ หรือเลเซอร์มีเดียม อย่างไรก็ตามนอกจากการจัดแบ่งประเภทของเลเซอร์แล้ว เราจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับระบบเลเซอร์ต่างๆ โดยสังเขปต่อไป เราจะพบว่าระบบเลเซอร์นั้นมีหลายระบบ ตั้งแต่ขนาดเล็กมากซึ่งได้แก่ระบบเลเซอร์จำพวกสารกึ่งตัวนำ ไปจนถึงขนาดใหญ่มาก ซึ่งได้แก่ระบบ Nd: YAG Laser, ระบบ Excimer Laser, และระบบ Free Electron laser (FEL) เป็นต้น โดยที่กำลังของแสงเลเซอร์ได้จากระบบเลเซอร์ต่างๆ นั้นจะมีค่าตั้งแต่ 1.0 มิลลิวัตต์ ไปจนถึง 15 กิโลวัตต์ ซึ่งทั้งนี้ก็แล้วแต่การนำไปประยุกต์ใช้งานในด้านต่างๆ กัน

12.1.3 ระบบเลเซอร์

ตามที่ได้กล่าวมาเกี่ยวกับเลเซอร์ในตอนต้นนั้นเป็นการกล่าวนำให้ทราบถึงลักษณะทั่วไป ความสัมพันธ์ และประเภทของเลเซอร์โดยสังเขป เพื่อที่จะให้เห็นถึงพื้นฐานของวิทยาการเลเซอร์ซึ่งมีความสัมพันธ์กับวิชาการแขนงอื่นหลายแขนง ตลอดจนเข้าใจในองค์ประกอบของระบบเลเซอร์ให้ชัดเจนขึ้น เราจะกล่าวโดยสังเขปเกี่ยวกับองค์ประกอบที่สำคัญของระบบเลเซอร์ เพื่อเป็นพื้นฐานเท่านั้น

วิทยาการเลเซอร์นั้นมีความสัมพันธ์กับวิทยาการของสาขาวิชาแขนงต่างๆ ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยความเป็นจริงแล้ว เลเซอร์ ก็คือผลของการประยุกต์ความรู้ของวิชาการแขนงต่างๆ ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีนั่นเอง ระบบเลเซอร์เป็นตัวอย่างที่ดีที่แสดงให้เห็นเด่นชัดในการนำผลของการวิจัยพัฒนาและเทคโนโลยีที่นักวิทยาศาสตร์ได้ค้นพบและที่สะสมเป็นความรู้ไว้อย่างมากในอดีต ออกมาประยุกต์ใช้ให้เกิดความรู้และประดิษฐ์กรรมใหม่ (innovation) เพื่อสนองตอบกับความต้องการของสังคม การประดิษฐ์คิดค้นระบบเลเซอร์จนได้ผลสำเร็จนั้น ถ้าเราจะลองสละเวลาเพียงเล็กน้อยและพิจารณามองย้อนหลังดูการพัฒนาในด้านนี้ เราจะพบว่าในกรณีนี้เป็นตัวอย่างที่ชัดเจนว่าทำไมนักวิทยาศาสตร์เชิงทฤษฎีและเชิงการทดลองในอดีต ทำการวิจัยและค้นคว้าหาข้อมูลต่างๆ ของธรรมชาติอย่างจริงจัง และเขาเหล่านั้นทำการวิจัยและพัฒนาวิชาการต่างๆ ไปทำไมกัน เราจะพบว่าหากมีการสนับสนุนการวิจัยและพัฒนาให้ต่อเนื่องอย่างจริงจังแล้ว ผลการวิจัยและข้อมูลต่างๆ ก็จะมีมากพอพร้อมที่จะถูกนำไปประยุกต์ให้เกิดสิ่งใหม่ที่เป็นประโยชน์ต่อสังคม การมุ่งหวังให้มีการคิดค้นประดิษฐ์กรรมใหม่ๆ ขึ้นมาโดยไม่สนับสนุนการวิจัยและพัฒนาขั้นพื้นฐานมาก่อนอย่างต่อเนื่องและจริงจังนั้นย่อมเป็นการมุ่งหวังอย่างเพ้อฝันไม่อยู่ในขบวนการวิทยาศาสตร์แต่ประการใด และการมุ่งหวังนั้นย่อมสำเร็จลงได้ยาก หรืออาจจะต้องลงทุนอย่างสูงมาก

เนื่องจากเลเซอร์เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า และขบวนการผลิตแสงเลเซอร์นั้นเกี่ยวข้องกับวิชาการทางด้านอิเล็กทรอนิกส์ ฟิสิกส์ อะตอม และโมเลกุล ฟิสิกส์ของแข็ง ตลอดจนเทคโนโลยีด้านสุญญากาศ และอื่นๆ ฯลฯ ความสัมพันธ์ระหว่างเลเซอร์และวิทยาการสาขาต่างๆ เหล่านั้นเราสามารถสรุปเป็นแผนภาพได้ดังในรูปที่ 12.1 ดังต่อไปนี้



รูปที่ 12.1 แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเลเซอร์ กับวิชาการแขนงต่างๆ ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

จากรูปที่ 12.1 เราจะเห็นถึงความสัมพันธ์และการประยุกต์ใช้ของวิชาการแขนงต่างๆ ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เพื่อทำให้เกิดวิทยาการใหม่คือ เลเซอร์ (LASER) ขึ้น แขนงวิชาการที่เกี่ยวข้องเป็นส่วนใหญ่คือ Optics, Quantum Optics, และ High Voltage Electronics ดังนั้นในการศึกษาวิชาการด้านเลเซอร์นั้นมักจะพบว่ามีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องมากในเรื่องอิเล็กทรอนิกส์ และออฟติคในบางครั้ง เราจะพบตำราต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเลเซอร์นั้น มีเนื้อหาอยู่ในรูปแบบของออฟทิคัลอิเล็กทรอนิกส์ (Optical Electronics) ซึ่งเป็นแขนงวิชาการใหม่ที่ผสมผสานเนื้อหาทางวิชาการด้านแสงและความรู้ทางอิเล็กทรอนิกส์เข้าด้วยกันแล้วประยุกต์ใช้ในด้านเลเซอร์

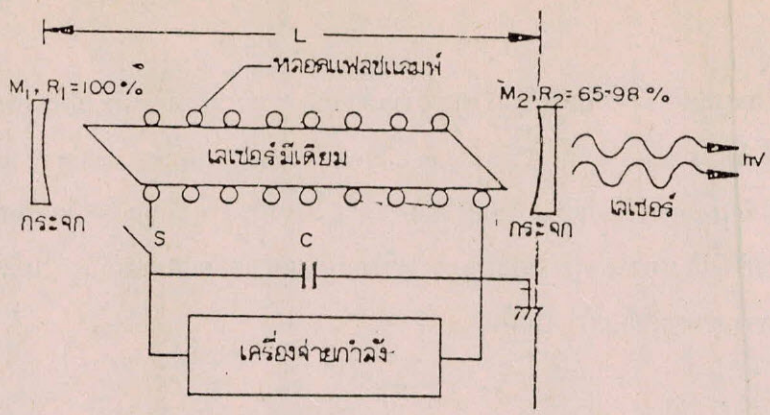
ระบบเลเซอร์โดยทั่วไปแล้วจะประกอบด้วยองค์ประกอบที่สำคัญ 3 องค์ประกอบคือ

1. สารเลเซอร์ หรือที่เรียกว่า เลเซอร์มีเดียม เลเซอร์มีเดียมนี้จะต้องมีคุณสมบัติพิเศษที่สามารถทำให้เกิดประชากรผกผัน (Population Inversion) ขึ้นภายในเนื้อสาร และสามารถทำให้เกิดขบวนการเปลี่ยนแปลงระดับพลังงานของอะตอมหรือโมเลกุลแบบสติมูลเลดเต็ดอิมิสชั่นได้ ตัวอย่างเลเซอร์มีเดียมได้แก่ แท่งผลึกรูบี แกสผสมระหว่างแกสฮีเลียมและแกสนีออน ในอัตราส่วนที่เหมาะสม, สารละลายสีย้อมผ้า เป็นต้น

2. ระบบจ่ายกำลัง (Power Supply) ระบบจ่ายกำลังนี้จะเกี่ยวข้องกับวงจรอิเล็กทรอนิกส์ศักดาสูง (high Voltage electronics circuit) ซึ่งทำหน้าที่จ่ายกำลังทางไฟฟ้าที่ศักดาสูงเพื่อไปทำการกระตุ้นสารเลเซอร์หรือเลเซอร์มีเดียมให้เกิดมีประชากรผกผันขึ้น การกระตุ้นเลเซอร์มีเดียมนั้นทำได้หลายรูป ทั้งนี้แล้วแต่ความเหมาะสมที่ต้องใช้กับเลเซอร์มีเดียมนั้นๆ โดยทั่วไปแล้วการกระตุ้นมักจะทำในรูปแบบของออฟทิคัลพัมพิง (optical pumping) โดยการจ่ายกระแสไฟตรงจำนวนมากที่ศักดาสูงผ่านหลอดแฟลชแลมพ์ หรือการดิชชาร์ทกระแสไฟตรง เป็นต้น

3. ออฟทิคัลเรโซเนเตอร์ (Optical resonator) ระบบเลเซอร์โดยส่วนมากแล้วมีความจำเป็นต้องมีออฟทิคัลเรโซเนเตอร์ ซึ่งทำหน้าที่ให้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า หรือโฟตอน (photon) ที่เกิดจากขบวนการสติมูลเลดเต็ดอิมิสชั่นสะท้อนกลับไปมาผ่านเลเซอร์มีเดียม โดยที่เลเซอร์มีเดียมจะได้ขยาย (amplify) คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้านั้นให้ความเข้มสูงมากขึ้นจนในที่สุดก็จะเป็นแสงเลเซอร์ออกมาจากระบบออฟทิคัลเรโซเนเตอร์ประกอบด้วยกระจกเคลือบไดอิเล็กตริกหลายๆ ชั้น ปิดหัวและปิดท้ายเลเซอร์มีเดียม กระจกเหล่านั้นจะมีค่าสะท้อนกลับ (reflectivity) ที่ช่วงคลื่น λ ของเลเซอร์ เป็น $R_1 = 100\%$ และ $R_2 = 65\% - 98\%$

ระบบเลเซอร์โดยทั่วไปนั้นจะมีองค์ประกอบที่สำคัญ 3 องค์ประกอบ ตามที่ได้กล่าวไว้ในตอนต้นนี้ รูปที่ 12.2 แสดงถึงระบบเลเซอร์โดยทั่วไป และการจัดองค์ประกอบเหล่านั้นอยู่ในรูปแบบของระบบที่ทำงานจริง



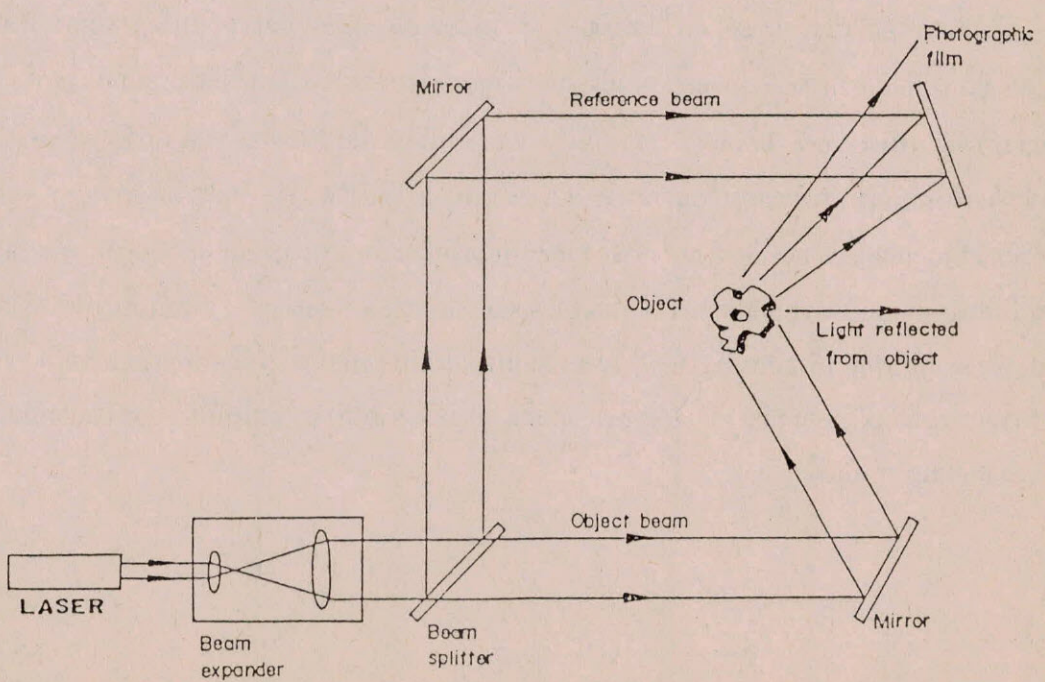
รูปที่ 12.2 แสดงระบบเลเซอร์โดยทั่วไปมีองค์ประกอบที่สำคัญคือ เลเซอร์มีเดียม เครื่องจ่ายกำลัง และออฟทิคัลเรโซเนเตอร์ซึ่งประกอบด้วยกระจก M_1, M_2

12.1.4 เลเซอร์ในปัจจุบันและอนาคต

ในปัจจุบันได้มีการนำเลเซอร์มาประยุกต์ใช้งานในวงการต่างๆ อย่างกว้างขวาง โดยเฉพาะในวงการวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี วงการแพทย์ วงการอุตสาหกรรม โทรคมนาคม ธุรกิจ การบันเทิง การพิมพ์ภาพ ตลอดจนด้านการทหาร ในขณะเดียวกันในวงการวิจัยและพัฒนาทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีนั้น ก็ได้มีการวิจัยและพัฒนาเลเซอร์ระบบใหม่ออกมาอยู่เสมอ ได้มีการพัฒนาเอ็กซเรย์เลเซอร์ได้ผลดีขึ้นตามลำดับ และการพัฒนาฟรีอิเล็กตรอนเลเซอร์นั้น ได้รุดหน้าไปไกลมากซึ่งคาดว่าภายในระยะ 3 - 5 ปี จากนี้ไปจะมีการผลิตระบบฟรีอิเล็กตรอนเลเซอร์ออกขายในท้องตลาด เพื่อการประยุกต์ใช้อย่างเอนกประสงค์ในวงการแพทย์ นอกจากนี้นักฟิสิกส์สามารถผลิตลำแสงเลเซอร์ที่เป็นรูปแบบพัลส์(pulse) มีความกว้างของพัลส์ (pulsewidth) น้อยมากจนถึงระดับเฟมโตเซ็คกัน (Femto second, 10^{-15} second) ระบบเฟมโตเซ็คกันเลเซอร์ (Femto Second Laser) นี้มีประสิทธิภาพสูงใช้ในการตรวจวัดในการศึกษาปฏิกิริยาที่ไวมาก อาทิเช่น ปฏิกริยาที่เกิดขึ้นในการสังเคราะห์แสง (photosynthesis) ได้เป็นอย่างดี และระบบเลเซอร์ได้ถูกนำไปใช้ในวงการธุรกิจการค้า การบันเทิง และระบบโทรคมนาคม ตลอดจนในวงการแพทย์ ดังนั้นเราจะพบว่าเลเซอร์ได้มีบทบาทเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันมากขึ้นเป็นลำดับ และในอนาคตก็มีแนวโน้มสูงที่จะมีการประยุกต์ใช้เลเซอร์มากยิ่งขึ้น ในปัจจุบันเลเซอร์ มิได้เป็นแสงลึกลับหรือแสงมหัศจรรย์อีกต่อไป เพราะมีการใช้อย่างแพร่หลาย และประชากรคุ้นเคยมากขึ้นเป็นลำดับ

12.2 ฮอโลกราฟฟี

ฮอโลกราฟฟี (Holography) เป็นขบวนการที่ถ่ายภาพ 3 มิติ โดยไม่ต้องใช้ระบบเลนซ์แต่ประการใด คำว่า Holography นี้ได้มาจากภาษากรีก คำว่า **Holos** แปลว่า สมบูรณ์ (complete) และ **graphos** แปลว่า การเขียน วาด บันทึก (writing) หลักการทางโฮโลกราฟี่ได้ถูกค้นพบโดย Dennis Gabor ในปี ค.ศ. 1948 โดย Gabor ได้พยายามหาวิธีการถ่ายภาพ 3 มิติ โดยไม่ต้องใช้ระบบเลนซ์มาช่วยแต่อย่างใด ทั้งนี้ Gabor มีจุดมุ่งหมายเพื่อจะเอาไปใช้ในการถ่ายและขยายภาพเล็ก ๆ (microscopy) โดยอาศัยรังสีเอ็กซ์ มาช่วยในการทำแผ่นโฮโลแกรม (hologram) อย่างไรก็ตาม Gabor พบว่าในทางปฏิบัติทำได้โดยยากเพราะ (i) ในสมัยนั้นนักวิทยาศาสตร์ยังไม่มีขีดความสามารถที่จะผลิตรังสีเอ็กซ์ (X-rays) ที่มี โคเฮียร์เรนซ์สูงและเป็นแบบโมโนโครมาติซิตี้ได้ดีพอ (ii) ขาดแหล่งกำเนิดแสงที่บริสุทธิ์ที่มีความเข้มสูงที่จะสร้างภาพ (resonstruction) จากแผ่นโฮโลแกรม ดังนั้นคุณภาพของภาพที่ได้จากวิธีการโฮโลกราฟฟีในสมัยนั้นจึงไม่สมบูรณ์ดี ตราบจนกระทั่งได้มีการค้นพบเลเซอร์ระบบแรกของโลกโดย T .H. Maiman ในปี ค.ศ. 1960 ซึ่งเป็นการค้นพบครั้งที่สำคัญที่สุดครั้งหนึ่งของวงการวิทยาศาสตร์ที่สามารถผลิตแสงเลเซอร์ที่มีความเข้มสูงและมีความบริสุทธิ์ทางแสงดีเยี่ยม ผู้ที่ได้ช่วยทำให้มีการเจริญทางวิชาการในการใช้เลเซอร์ในโฮโลกราฟฟี คือ E. N. Leith และ J . Upatnieks แห่งห้องปฏิบัติการทางเลเซอร์ มหาวิทยาลัยมิชิแกน สหรัฐอเมริกา ซึ่งมีผลงานในการบันทึกภาพบนแผ่นโฮโลแกรมแบบนอกแกน (Off-axis geometry technique) ดังแสดงไว้ในรูปที่ 12.3



รูปที่ 12.3 แสดงถึงระบบการบันทึก (recording) ภาพของวัตถุลงบนแผ่นโฮโลแกรม (Hologram)

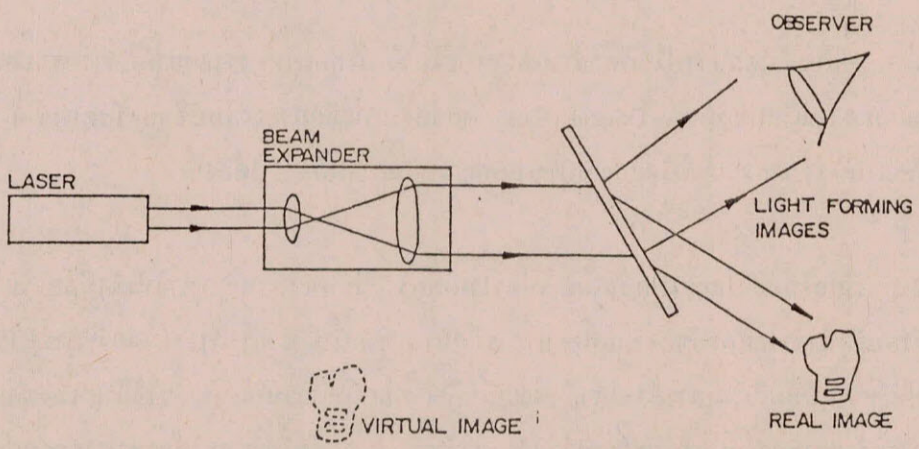
ในการถ่ายภาพตามปกติทั่วไปนั้นก็คือ การบันทึกแอมพลิจูด (Amplitude) ของคลื่นแสงที่ออกมาจากวัตถุนั้นลงบนแผ่นฟิล์ม ซึ่งในบางครั้งก็ต้องอาศัยระบบเลนซ์หรือรูเข็ม (pin hole) มาช่วย แต่ทางขบวนการบันทึกภาพโดยวิธีโฮโลกราฟฟี (Holography) นั้น เราบันทึกทั้งแอมพลิจูด และเฟส (phase) ของแสงที่ออกมาจากวัตถุ ลงบนแผ่นฮอโลแกรม (Hologram) โดยมิต้องใช้ระบบเลนซ์หรือรูเข็มแต่ประการใด นอกจากนี้ผลการบันทึกลงบนแผ่นฮอโลแกรมนั้นจะให้ภาพ 3 มิติของวัตถุเดิมออกมาโดยวิธีการสร้างภาพ ดังนั้นขบวนการฮอโลกราฟฟีจะเกี่ยวข้องกับขบวนการซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอนคือ

(1) การบันทึกภาพ (recording of image) เป็นการบันทึกแถบการสอดแทรกเชิงซ้อน (Complex interference patterns) ซึ่งเกิดจากที่แต่ละแสงเลเซอร์ 2 ลำแสงซ้อนทับกันอยู่ (Superposition) แถบการสอดแทรกเชิงซ้อนนี้จะถูกบันทึกไว้บนฟิล์มถ่ายรูป (Photographic film)

(2) การสร้างภาพ (reconstruction of image) เป็นการสร้างภาพ 3 มิติ ขึ้นจากแผ่นฮอโลแกรมที่ได้จากการบันทึกภาพในข้อ (1) ซึ่งการสร้างภาพนี้กระทำได้โดยการใช้แสงเลเซอร์ชนิดเดียวกันกับที่ใช้ในข้อ (1) กล่าวคือมีความยาวคลื่น λ เท่ากันมาส่งแผ่นฮอโลแกรม แล้วเกิดภาพเสมือน หรือภาพจริงขึ้นโดยเราจะ "มองเห็น" ภาพที่เกิดขึ้นนั้นในลักษณะ 3 มิติ ผิดแผกไปจากการมองเห็นภาพ 2 มิติที่ได้จากการถ่ายภาพตามปกติธรรมดา

การบันทึกภาพลงแผ่นโฮโลแกรมเป็นไปตามที่ได้แสดงในรูปที่ 12.3 แสงเลเซอร์ที่มีโมโนโครมาติซิตี้และโคเฮียร์เรนซ์สูงผ่านเครื่องขยายลำแสง (Beam expander) และ ถูกแบ่งออกเป็น 2 ลำแสงโดย บีมสปลิตเตอร์ (Beam splitter) ซึ่งลำแสงหนึ่งถูกส่งโดยตรงไปยังแผ่นฟิล์ม ลำแสงนี้เรียกว่า **ลำแสงอ้างอิง (Reference beam)** ส่วนอีกลำแสงหนึ่งนั้นสะท้อนกระจกเข้ากระทบวัตถุและสะท้อนเข้าสู่แผ่นฟิล์ม ลำแสงนี้จะเก็บข้อมูลเฉพาะ (Characteristic) ของวัตถุไว้ ลำแสงนี้เรียกว่า **ลำแสงวัตถุ (Object beam)** ลำแสงอ้างอิงและลำแสงวัตถุจะซ้อนกัน (Super imposed) ลงบนแผ่นฟิล์มก่อให้เกิดแถบการสอดแทรกเชิงซ้อน (Complex interference pattern) จากนั้นก็นำฟิล์มนี้ไปทำการล้างตามแบบการล้างฟิล์มทั่วไป เราจะได้แผ่นฟิล์มนั้นซึ่งบัดนี้เรียกว่าแผ่นฮอโลแกรม แผ่นฮอโลแกรมนี้จะมีลักษณะมัว ๆ (Foggy) และถ้ามองด้วยตาเปล่าจะไม่เห็นเป็นรูปอะไรเลยแม้แต่รูปของวัตถุเดิมที่ถูกบันทึก

เมื่อมีความต้องการจะมองภาพที่ถูกบันทึกไว้นั้น เราต้องดำเนินวิธีการที่เรียกว่าการสร้างภาพจากแผ่นฮอโลแกรมซึ่งแสดงไว้ในรูปที่ 12.4 เราใช้แสงเลเซอร์ชนิดเดียวกันกับที่ใช้ในการบันทึกภาพมาส่องแผ่นฮอโลแกรม



รูปที่ 12.4 แสดงการสร้างภาพ (Reconstruction of image) จากแผ่นฮอโลแกรม

ในการนี้เราอาจจะเคลื่อนย้ายวัตถุเดิมที่ใช้ในการบันทึกภาพออกไป หรือปิดกันลำแสงวัตถุเสียด้วยชัตเตอร์ (shutter) หรืออาจจะนำแผ่นฮอโลแกรมไปวางไว้ในบริเวณอื่นแล้วส่องแสงเลเซอร์ชนิดเดียวกันกับที่ใช้ในการบันทึกภาพ โดยให้แสงเลเซอร์นั้นส่องมาในทิศทางเดียวกัน ลำแสงอ้างอิง ลำแสงนี้เราเรียกว่า **ลำแสงสร้าง (Reconstructing beam)** เราจะได้ภาพ 3 มิติของวัตถุเดิมเกิดขึ้น 2 รูปแบบคือ ภาพเสมือน และภาพจริง ตามที่แสดงไว้ในรูปที่ 12.4 ขบวนการฮอโลกราฟีแบบการใช้อินเทอร์เฟอร์โรเมตตรี (Holographic interferometry) นั้น สามารถแบ่งออกได้เป็นรูปแบบที่สำคัญ 3 รูปแบบ คือ

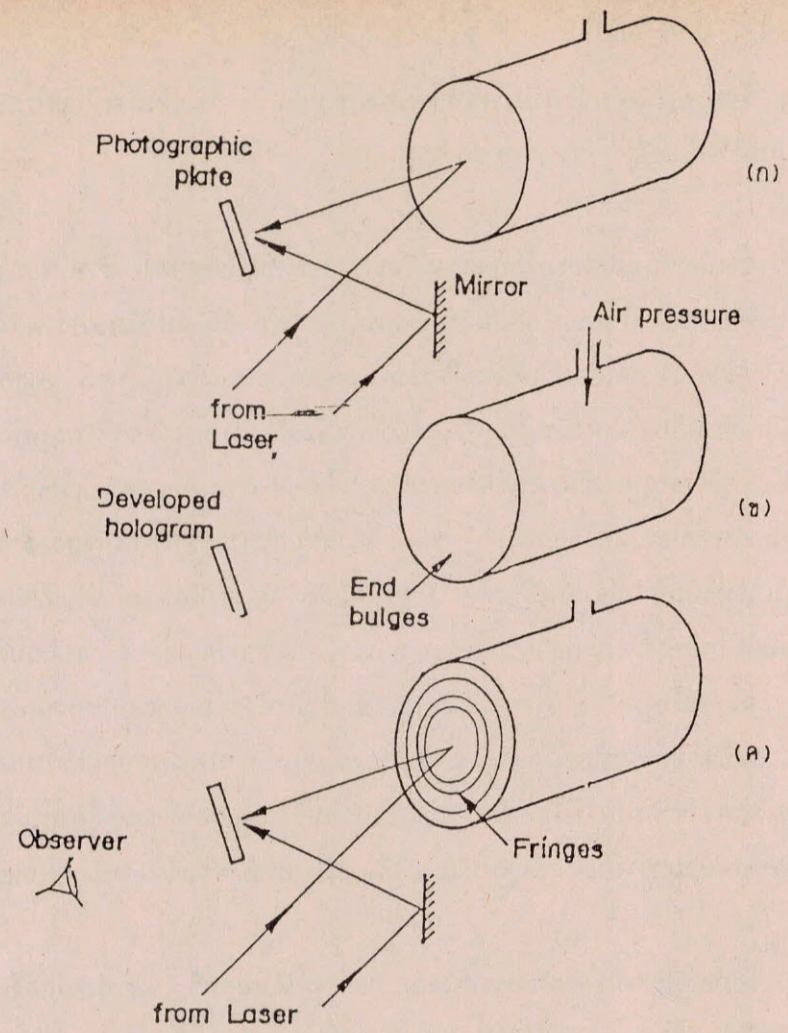
(1) เรียลไทม์ฮอโลกราฟิคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรี (Real time holographic interferometry)

(2) ดับเบิลเอ็กซ์โฟสเซอร์ฮอโลกราฟฟิคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรี (Double exposure holographic interferometry)

(3) ไทม์แอฟเวอร์เรจฮอโลกราฟฟิคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรี (Timeaverage holographic interferometry)

ขบวนการทั้ง 3 รูปแบบได้ถูกนำไปใช้กันอย่างแพร่หลายในวงการอุตสาหกรรมเกี่ยวกับการตรวจสอบผิวของกระจกและความเรียบของผิว (Optical flats) ตลอดจนการศึกษาคุณสมบัติของวัสดุภายใต้การสั่นสะเทือนที่ความถี่สูง รายละเอียดโดยสังเขปของแต่ละขบวนการพอสรุปได้ดังนี้

12.2.1 เรียลไทม์ฮอโลกราฟิคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรี มีขั้นตอนในการทำงานดังนี้คือ ในขั้นแรกคือการเตรียมจัดทำฮาโลแกรมของวัตถุที่จะทำการศึกษา จากนั้นก็ทำการล้าง โดยวิธีการรูปถ่าย เมื่อเสร็จแล้วก็นำแผ่นฟิล์มที่ผ่านการล้างแล้วซึ่งขณะนี้ก็คือแผ่นฮาโลแกรม มาติดตั้งไว้ตำแหน่งเดิม จากนั้นก็ทำการสร้างภาพจากแผ่นฮาโลแกรมด้วยลำแสงอ้างอิงเดิม ดังนั้นเราจะได้ภาพปรากฏบนวัตถุจริง (ของเดิม) ทั้งนี้ภาพจะซ้อนกับวัตถุเดิม เราจะห็นภาพของวัตถุซ้อนอยู่กับวัตถุ ดังนั้นแนวคลื่น (wavefront) ทั้งสองอันเกิดจากภาพที่ถูกสร้าง (reconstructed image) และภาพของวัตถุจริงจะทำการแทรกสอด แถบของการแทรกสอด จะปรากฏให้เห็นหากทางเดินของคลื่นทั้งสองมีระยะทางแตกต่างกันเท่ากับค่าหนึ่งช่วงคลื่น λ ถ้าวัตถุไม่เปลี่ยนตำแหน่งหรือเปลี่ยนรูปทรง แนวคลื่นทั้งสองก็จะซ้อนกันพอดีและจะไม่มีแถบของการแทรกสอดเกิดขึ้น แต่ถ้าหากวัตถุเปลี่ยนทรงรูปไป ก็จะทำให้เกิดมีแถบของการแทรกสอดปรากฏขึ้นและแถบการแทรกสอดที่เกิดขึ้นแต่ละแถบจะแสดงถึงการเปลี่ยนทรงรูปของวัตถุเป็นระยะทางเท่ากับหนึ่งช่วงคลื่น λ รูปที่ 12.5 แสดงถึงขบวนการ



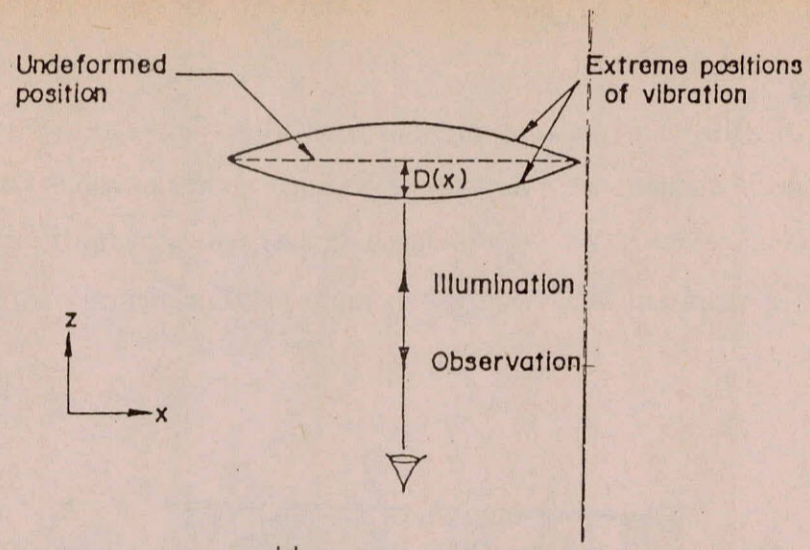
รูปที่ 12.5 แสดงขบวนการของเรียลไทม์ฮอโลกราฟฟิคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรี (ก) ฮอโลแกรมถูกบันทึกด้วยฝากระป๋อง (ข) ฮอโลแกรมถูกล้าง และนำกลับมาติดตั้งในตำแหน่งเดิม และในขณะเดียวกันก็เพิ่มความกดดันของอากาศภายในกระป๋องจนกระป๋องพองตัวออก เล็กน้อย (ค) การเกิดแถบแทรกสอดเป็นลักษณะวงกลมซ้อน ๆ กัน

ของเรียลไทม์ฮอโลกราฟฟิคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรีที่เกิดกับด้านฝากระป๋องที่ถูกอัดอากาศเข้าไปข้างในจนความดันสูงขึ้น เราจะพบแถบการแทรกสอดเกิดที่จุดศูนย์กลางของฝากระป๋องและขยายวงออกและเพิ่มขึ้นเรื่อยเมื่อความดันของอากาศภายในกระป๋องเพิ่มขึ้น โดยที่แถบการแทรกสอดเกิดขึ้นในเวลาที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปทรงของวัตถุเราจึงเรียกขบวนการนี้เป็นเรียลไทม์ (Real time process) ข้อควรระวังในขบวนการนี้ก็คือ ความละเอียดอ่อนในการคลาดเคลื่อนของการวางแผ่นโฮโลแกรมกลับเข้าที่เดิมภายหลังจากล้าง (Developed) เสร็จแล้ว ทั้งนี้หากวางลงในตำแหน่งที่ผิดไปจากตำแหน่งเดิมเพียง 1 λ ก็จะทำให้เกิดแถบการสอดแทรกปรากฏบนวัตถุจริงทันที ดังนี้จำเป็นต้องมีไมโครมิเตอร์ควบคุมตำแหน่งของแผ่นโฮโลแกรมและโต๊ะปฏิบัติการก็ต้องมีระบบป้องกันการสั่นสะเทือน (Vibration free

control) อยู่ด้วย ข้อควรระวังอีกข้อหนึ่งก็คือปัญหาการยืดหยุ่น/หด ของแผ่นฮอโลแกรมอันเกิดมาจากขบวนการล้างแผ่นฟิล์มซึ่งเป็นการยากต่อการควบคุม

12.2.2 ดับเบิลเอ็กซ์โฟสเซอร์โฮโลกราฟฟิคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรี ดังที่ทราบในตอนต้นมาแล้วว่าขบวนการเรียลไทม์ฮอโลกราฟฟิคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรีนั้นมีปัญหาเรื่องการจัดวางในตำแหน่งเดิมของฮอโลแกรม และการบิดเบือนของแผ่นฟิล์มฮอโลแกรมในขณะดำเนินการล้างอันเกิดจากการหดตัวของอิมัลชั่นบนแผ่นฟิล์ม ดังนั้นจึงมีการนิยมใช้ดับเบิลเอ็กซ์โฟลเซอร์ฮอโลกราฟฟิคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรีขึ้นแทน ขั้นตอนของขบวนการนี้ก็คือ การบันทึกภาพของวัตถุ 2 ครั้งในเวลาแตกต่างกันลงบนแผ่นฟิล์ม (ฮอโลแกรม) แผ่นเดียวกันและการสร้างภาพทั้งสองจากแผ่นฮอโลแกรม ในการนี้ไม่มีความจำเป็นที่จะต้องให้วัตถุเดิมอยู่ด้วย ทั้งนี้แนวคลื่นซึ่งเกิดจากวัตถุจริงจะถูกเก็บไว้บนแผ่นโฮโลแกรมแผ่นเดียวกันกับที่แนวคลื่นอันเกิดจากวัตถุเดิมแต่ได้เปลี่ยนตำแหน่งหรือรูปร่างไปแล้ว ดังนั้นมีภาพ 2 ภาพของวัตถุที่อยู่ในตำแหน่งต่างกันซ้อนกันลงบนแผ่นฮอโลแกรมแผ่นเดียวกันและเมื่อเกิดการสร้างภาพขึ้นภายหลังเราจะได้แถบการแทรกสอดเกิดขึ้นบนภาพทั้งสองของวัตถุ เป็นที่สังเกตว่าขบวนการนี้ไม่สามารถติดตามการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องเหมือนกับในกรณีของเรียลไทม์ ดังนั้นขบวนการนี้บางครั้งถูกเรียกว่า **วิธีการโพรสเซ่นฟรินจ์ (Frozen fringe method)**

12.2.3 ไทม์แอฟเวอร์เรจฮอโลกราฟฟิคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรี ขบวนการฮอโลกราฟฟิคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรีโดยทั่วไปนั้นมักจะมีข้อจำกัดในเรื่องที่ว่าวัตถุที่จะถูกศึกษานั้น **อยู่นิ่ง** ในระหว่างระยะเวลาของการบันทึกภาพบนแผ่นฮอโลแกรม เราจะพบว่าในขบวนการของไทม์แอฟเวอร์เรจฮอโลกราฟฟิคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรีนั้น ข้อจำกัดนี้ถูกยกเว้น กล่าวคือขบวนการนี้ใช้ศึกษาวัตถุในขณะสั่นสะเทือน (Vibration) และการบันทึกภาพวัตถุกระทำในขณะที่วัตถุนั้นสั่นสะเทือนอยู่ ดังนั้นขบวนการนี้จึงเหมาะกับการศึกษาผิวหน้าของวัตถุที่กำลังสั่นสะเทือนอยู่ (รูปที่12.6) ของวัตถุที่สั่นสะเทือน วิธีการนี้คล้ายๆ กับ



รูปที่ 12.6 แสดงการศึกษาผิววัตถุที่สั่นสะเทือนโดยขบวนการไทม์แอฟเวอร์เรจโฮโมกราฟฟิคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรี D (x) คือระยะทางที่สั่นสะเทือนมากที่สุดของผิววัตถุ

ขบวนการดับเบิลเอ็กซ์โพสเซอร์ฮอโลกราฟฟิคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรี ตรงที่ว่าการบันทึกภาพของผิววัตถุที่สั่นสะเทือนอยู่นั้นโดยมากมักจะบันทึกภาพผิววัตถุนั้นที่อยู่ในตำแหน่งห่างไกลจากจุดสมดุลหรือตำแหน่งของผิววัตถุก่อนที่จะเกิดการหดตัว (Undeformed position) หรืออีกนัยหนึ่งก็คือการบันทึกภาพของผิววัตถุที่ใช้เวลาอยู่ในตำแหน่งนั้นนานที่สุด ซึ่งตำแหน่งนั้นก็คือตำแหน่งที่ผิววัตถุมีความเร็วช้าที่สุด วิธีการนี้ก็เช่นเดียวกับวิธีการที่กล่าวแล้วๆ มาตรงที่ใช้แผ่นโฮโลแกรมเพียงแผ่นเดียวเพื่อทำการบันทึกภาพของการสั่นสะเทือนของผิววัตถุ โดยมีข้อจำกัดที่ว่าระยะเวลาของการบันทึกภาพ (Exposure time) จะต้องยาวนานมากกว่าคาบ ของการสั่นสะเทือนของผิววัตถุ ภายหลังจากการล้างและทำการสร้างภาพแล้ว เราจะได้แถบการแทรกสอดซึ่งจะให้ข้อมูลเกี่ยวกับโมด (Mode) และแอมพลิทูดของการสั่นสะเทือนของผิววัตถุ จากการสั่นสะเทือนของผิววัตถุตามที่ได้แสดงในรูปที่ 9.8 นั้น เราสามารถคำนวณหาค่าความเข้มของแถบการแทรกสอดได้เป็นฟังก์ชันของ x ได้จากสมการ

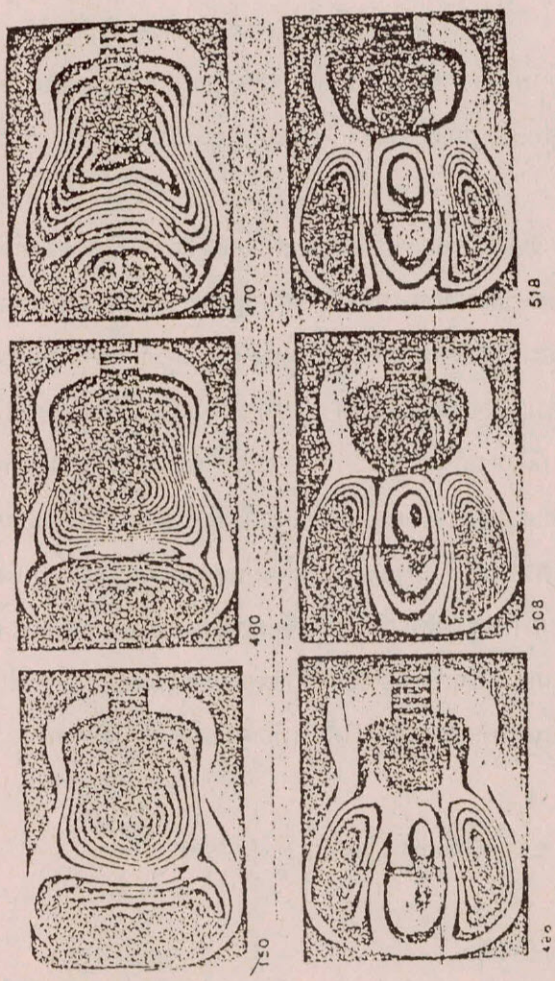
$$I = \lambda / 4\pi D(x)\cos^2\left[4\pi D(x)/\lambda - \pi/4\right] \qquad (12.1)$$

ซึ่ง D (x) คือระยะขจัดจากจุดสมดุล

ในกรณีนี้แถบการแทรกสอดจะปรากฏเมื่อ $4\pi D/\lambda$ มีค่าเปลี่ยนแปลงไปเท่ากับ π มิใช่เปลี่ยนแปลงไป 2π ทั้งนี้เพราะกำลังสองของโคซายฟังก์ชัน ดังนั้นริ้วที่เกิดขึ้น 1 แถบจะสัมพันธ์กับการเปลี่ยนแปลงค่า D ไป $\lambda/4$ ดังนั้นเรานับจำนวนฟรินจ์ทั้งหมดที่เกิดขนผิววัตถุเราก็จะได้ทราบถึงระยะกระจัดสมการ (12.1) จะใช้การได้ดีเมื่อ

$$4\pi D/\lambda >> 1 \qquad (12.2)$$

ขบวนการนี้มีประโยชน์อย่างยิ่งในการศึกษาถึงการสั่นสะเทือนของเครื่องดนตรีชนิดต่างๆ เพื่อศึกษาข้อมูลในการออกแบบและใช้วัสดุชนิดต่างๆ มาทำเครื่องดนตรี นอกจากนี้ยังสามารถใช้ศึกษาถึงการสั่นสะเทือนของชิ้นส่วนต่างๆ ของเครื่องจักรกล **ในขณะทำงาน** ตรวจสอบใบพัด (Turbo fan) ในเครื่องยนต์เจ็ต **ขณะทำงาน** ทำให้เราสามารถตรวจสอบสภาพความพร้อมและความล้า (Fatique) ได้เป็นอย่างดี



รูปที่ 12.7 แสดงการใช้ไทม์แอฟเวอร์เรจฮอโลกราฟฟีคอินเทอร์เฟอร์โรเมตตรีศึกษาการสั่นสะเทือนของเครื่องดนตรี (กีตาร์) ความถี่ของการสั่นสะเทือน (Hz) แสดงไว้เป็นตัวเลขข้างภาพ

12.3 เส้นใยนำแสงและการประยุกต์ทางการสื่อสาร

12.3.1 เส้นใยนำแสง (optical fibre)

จากทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิตที่นักศึกษาได้เรียนมาจากระดับมัธยมศึกษานั้น ถ้าคลื่นตกกระทบที่อยู่ในตัวกลางที่มีค่าดรรชนีหักเหสูงกว่าค่าดรรชนีหักเหของตัวกลางอีกด้านหนึ่งของผิวแบ่งมีโอกาสที่จะสะท้อนกลับมาอยู่ในตัวกลางเดิม โดยไม่ได้หักเหผ่านไปในอีกตัวกลางหนึ่ง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับค่าของมุมตกกระทบ จากรูปที่ 12.8a ซึ่งใช้เส้นรังสีแทนหน้าคลื่นจะเห็นว่าเมื่อมุมตก (ϕ_a) เพิ่มขึ้นจากศูนย์ ความเข้มของแสงสะท้อนจะเพิ่มขึ้นในขณะที่ความเข้มของแสงหักเหจะลดลง จนกระทั่งมุมตก ϕ_a โตพอค่าหนึ่ง แสงจะสะท้อนหมด กล่าวคือความเข้มของแสงหักเหเป็นศูนย์ นั่นคือรังสีที่ควรจะทะลุไปในตัวกลาง b จะอยู่ในแนวเส้นสัมผัสกับผิวแบ่ง หรือมุมหักเห ϕ_b เท่ากับ 90 องศา เราเรียกมุมตกนี้ว่า *มุมวิกฤต (critical angle)* ϕ_c ถ้ามุมตกใหญ่กว่ามุมวิกฤต รังสีจะไม่สามารถทะลุไปในตัวกลาง b ได้ จะสะท้อนกลับอยู่ในตัวกลาง a ซึ่งเรากล่าวว่า มีการสะท้อนภายในกลับหมด รูปที่ 12.8a นี้เป็นตัวอย่างการสะท้อนภายในกลับหมดของผิวแก้วกับอากาศ

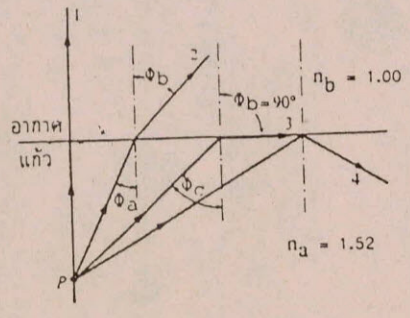
เราอาจแสดงให้เห็นได้ดังนี้ จากกฎของสเนล คือ

$$\sin \phi_b = \frac{n_a}{n_b} \phi_a$$

เนื่องจาก $n_a > n_b$ ค่า $\sin \phi_b > \sin \phi_a$ ถ้า $\phi_b = 90^\circ$ $\sin \phi_b = 1$, ϕ_a จะต้องน้อยกว่า 90 ° มุม ϕ_a นี้คือมุมวิกฤต ถ้า ϕ_a ใด ๆ มีค่ามากกว่า ϕ_c แล้ว $\sin \phi_b$ จะต้องมากกว่า 1 ซึ่งหมายความว่าแสงไม่สามารถผ่านไปในตัวกลาง b ได้ แต่จะมีการสะท้อนภายในหมดที่ผิวแบ่ง

ค่ามุมวิกฤตจะมีค่า

$$\sin \phi_c = \frac{n_a}{n_b}$$



รูปที่ 12.8a การสะท้อนภายในกลับหมด

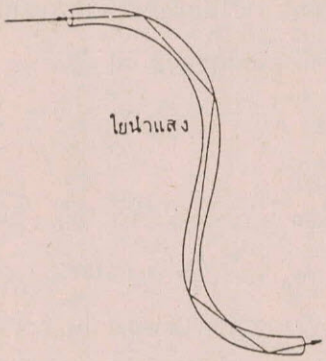
ตัวอย่างของมุมวิกฤตของผิวแก้วกับอากาศโดยให้ค่าดัชนีหักเหของแก้ว = 1.50 คือ

$$\sin \phi_c = \frac{1}{1.50} = 0.67$$

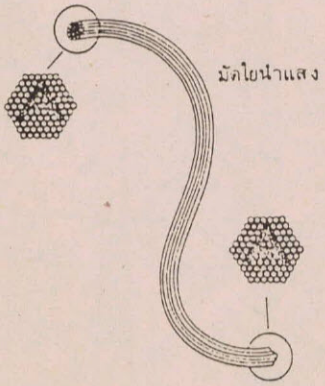
$$\phi_o = 42^\circ$$

กระบวนการสะท้อนกลับหมดมีประโยชน์ในทัศนอุปกรณ์ที่ใช้ปริซึมแทนผิวโลหะเนื่องจากปริซึมทำให้แสงสะท้อนกลับหมดได้ แต่โลหะไม่สามารถทำให้แสงสะท้อนกลับได้หมด 100%

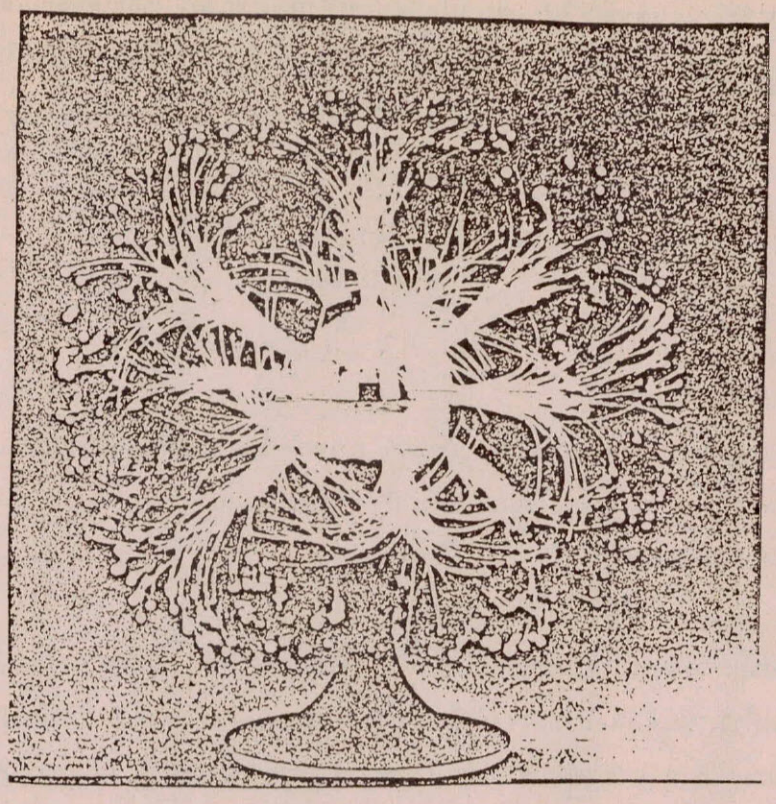
การประยุกต์ที่น่าสนใจอย่างหนึ่ง ซึ่งใช้หลักการสะท้อนกลับหมดของแสงโดยทำให้แสงเดินภายในหลอดยาวโค้งได้ นิยมใช้หลอดยาวเป็นจำนวนมาก (เป็นมัด) ซึ่งทำด้วยแก้วเรียกว่า มัดใยนำแสง เส้นผ่าศูนย์กลางของเส้นใยแต่ละเส้นประมาณ 0.002 ถึง 0.01 มิลลิเมตร ถ้าจับใยเหล่านี้มารวมกันเป็นมัดที่เหมาะสมจะสามารถส่งผ่านภาพได้เครื่องมือทางการแพทย์หลายชนิดอาศัยหลักนี้ เช่น การดูภาพภายในปอด หรือบางส่วนของร่างกาย ทำโดยหย่อนมัดใยนำแสงลงไป



รูปที่ 12.8 b การสะท้อนภายในกลับหมดในเส้นใยนำแสง



รูปที่ 12.8 c การส่งผ่านภาพโดยมัดใยนำแสง



รูปที่ 12.8 d

12.3.2 การประยุกต์ทางด้านการสื่อสาร

การสื่อสารในปัจจุบันอาศัยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นหลักสำคัญและมีที่ใช้กันอย่างแพร่หลายตั้งแต่โทรศัพท์ วิทยุโทรเลข และการสื่อสารโดยใช้คลื่นไมโครเวฟ แสงเลเซอร์เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าชนิดหนึ่ง และมีศักยภาพเป็นที่น่าสนใจในการใช้แสงเลเซอร์ในทางการสื่อสารด้วยเหตุผลสองประการ คือ ประการแรก แสงเลเซอร์มีคุณสมบัติ **ในด้านทิศทางที่แน่นอนแม่นยำ (Diretionality)** และเป็น **ลำขนาน (Parallel beam)** สามารถเดินทางได้เป็นระยะทางไกลมากๆ โดยมีการเปลี่ยนแปลงของความเข้มของแสงน้อยมาก การหาค่าทิศทางที่แน่นอนของเลเซอร์นั้นหาได้ยากจากค่าการเลี้ยวเบน (Diffraction) ของลำแสงซึ่งเกี่ยวข้องกับ **มุมบานออก (Divergence angle)** ϕ ของลำแสง

$$\phi \simeq 1.27 \frac{\lambda_L}{D_L} \qquad (12.3)$$

เมื่อ λ_L เป็นความยาวคลื่นของเลเซอร์ D_L เป็นเส้นผ่าศูนย์กลางของลำแสงเลเซอร์ที่คอดที่สุด (Beam waist) สมการ (12.3) เป็นจริงในกรณีลำคลื่นไมโครเวฟด้วย ถ้าจะให้ลำคลื่นไมโครเวฟมีค่ามุมบานออก ϕ เท่ากับของเลเซอร์ เราจะต้องใช้ไมโครเวฟแอนเทนน่า (Microwave antenna) ที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง

$$D_M = \frac{\lambda_M}{\lambda_L} D_L \simeq 10^5 D_L \qquad (12.4)$$

เมื่อ λ_M เป็นช่วงคลื่นไมโครเวฟ
ดังจะเห็นว่าเส้นผ่าศูนย์กลาง D_M จะเป็น 100,000 เท่าของเส้นผ่าศูนย์กลางของแสงเลเซอร์ ถ้าแสงเลเซอร์มี D_L = 1 mm เราจะต้องใช้แอนเทนน่าสำหรับไมโครเวฟ D_M = 100 m เพื่อที่จะให้มีคุณสมบัติทางทิศทางที่แน่นอน

ประการที่สองที่แสงเลเซอร์มีศักยภาพในด้านการสื่อสารก็คือ จำนวนข่าวสารที่จะถูกส่งโดยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับแบนด์วิดซ์ (Bandwidth) ของคลื่น อาทิเช่น คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ใช้ส่งข่าวสารสำหรับโทรทัศน์ขาว-ดำ มีแบนด์วิดช์เท่ากับ 4 MHz จะมีขีดความสามารถส่งข่าวสารมากเป็น 1000 เท่า/วินาทีเมื่อเทียบกับการส่งข่าวสารทางโทรศัพท์ที่มีแบนด์วิดช์เพียง 4 KHz ดังนั้นถ้าหากเราใช้แสงเลเซอร์จากนีโอดิเมียมกลาสเลเซอร์ (Nd: Glass laser) ซึ่งมีแบนด์วิดช์ประมาณ 30 GHz เราจะมีขีดความสามารถในการส่งข่าวสารได้เป็น 10^3 - 10^4 เท่า/วินาที เมื่อเทียบกับการส่งข่าวสารทางโทรทัศน์ เราจะเห็นว่าแสงเลเซอร์มีศักยภาพสูงในการใช้นำส่งข้อมูล

อย่างไรก็ตามยังมีอุปสรรคบ้างในกรณีแสงเลเซอร์ส่วนมากจะถูกดูดกลืนโดยบรรยากาศหรือเมฆ หมอก ต้นไม้ และสิ่งกีดขวางอื่นๆ ดังนั้นการใช้สื่อสารในระดับผิวโลกจึงทำได้ในบางโอกาสและสถานที่ เราจะพบว่าการสื่อสารโดยใช้ลำแสงเลเซอร์ส่วนใหญ่นั้นจะทำในอวกาศ คือการสื่อสารระหว่างดาวเทียม - ดาวเทียม โดยเฉพาะ ดาวเทียมแบบซินโครนัส (Synchronous satellite) คือดาวเทียมที่ลอยอยู่เหนือตำแหน่งผิวโลกที่ใดที่หนึ่งประจำ ดังนั้นในการถ่ายทอดข่าวสารจากซีกโลกหนึ่งไปยังอีกซีกโลกหนึ่ง เราใช้การส่งข้อมูลข่าวสารไปยังดาวเทียมซินโครนัสแล้วใช้เลเซอร์ส่งข้อมูลจากดาวเทียมซินโครนัสต่อไปยังดาวเทียมซินโครนัสดวงอื่น ซึ่งทำได้อย่างรวดเร็วและรักษาคุณภาพของข้อมูลข่าวสารได้อย่างดี อาทิ โทรทัศน์ผ่านดาวเทียม เป็นต้น ในการส่งข่าวสารในอวกาศนั้นเราใช้ระบบนีโอดีเมียมแยกเลเซอร์ (Nd: YAG laser) ซึ่งมีขีดความสามารถส่งข่าวสารได้ในอัตรา 10^9 bits/sec

เนื่องจากในปัจจุบันเรามีขีดความสามารถในการผลิตเส้นใยนำแสง ที่ทำด้วยแก้วที่มีคุณสมบัติพิเศษในการนำแสงได้เป็นระยะทางไกลๆ กล่าวคือเส้นใยนำแสงมีความสูญเสียในการนำสัญญาณเพียง 1 dB/km หรือน้อยกว่า ดังนั้นเราสามารถใช้แสงเลเซอร์ที่มีความบริสุทธิ์ทางแสงมาก นำส่งสัญญาณ/ข่าวสาร ผ่านเส้นใยนำแสงซึ่งสามารถคดเคี้ยวเลี้ยวงอเหมือนสายไฟฟ้าหรือท่อน้ำประปาได้ และในทางปฏิบัติเราสามารถส่งข้อมูล/ข่าวสารโดยใช้แสงเลเซอร์ผ่านเส้นใยนำแสงได้เป็นระยะทางหลายร้อยกิโลเมตรแล้วในอนาคตอันใกล้นี้เราจะมีเครื่องโทรศัพท์ที่มีจอแสดงผู้ที่กำลังสนทนาด้วยในราคาถูก การประชุมสัมมนาที่เกี่ยวข้องกับผู้เข้าร่วมประชุมจำนวนมากนั้นไม่มีความจำเป็นต่อผู้เข้าร่วมประชุมที่จะต้องเดินทางมาพบกัน ณ ที่แห่งเดียวกันแต่ประการใดระบบสื่อสารโดยใช้เลเซอร์ร่วมกับเส้นใยนำแสงพร้อมโทรทัศน์จะทำให้หน้าที่เป็นตัวประสานเชื่อมเพื่อการสัมมนานั้น ดังนั้นผู้บริหารบริษัท/โรงงาน สามารถประชุมกรรมการบริหารและติดต่อกับโรงงานได้อย่างง่ายดาย โดยที่กรรมการไม่ต้องเดินทางมาประชุมเลย ในปัจจุบันนี้ระบบการสื่อสารโดยใช้เลเซอร์ร่วมกับเส้นใยนำแสงกำลังถูกพัฒนาอย่างรีบเร่งเพื่อสินค้าผลิตออกบริการให้แก่สังคมในอนาคตอันใกล้นี้

12.4 การประยุกต์ด้านอื่นๆ ของเลเซอร์

12.4.1 การประยุกต์ในด้านการวิจัยและพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์

ในตอนนี้เราจะศึกษาถึงบทบาทของเลเซอร์ในการวิจัยและพัฒนาทางวิทยาศาสตร์ในระดับขั้นพื้นฐานทางด้านฟิสิกส์ เคมี และชีววิทยา ในการประยุกต์นั้น นักวิทยาศาสตร์ได้อาศัยแสงเลเซอร์ที่ได้รับการปรับปรุงแล้ว (modified) ในรูปแบบคิวสวิตเลเซอร์ (Q-switched laser) โมดล็อคเลเซอร์ (Mode locked laser) หรือพิคโคเซ็คกันเลเซอร์ (Picosedcond laser) และแสงเลเซอร์แบบต่อเนื่อง (Contineous laser beam) มาใช้ในการทดลองศึกษาต่างๆ และก่อให้เกิดแขนงวิชาการใหม่ขึ้นซึ่งก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในเวลาต่อมา การประยุกต์ในด้านวิชาการต่างๆ มีดังนี้

1. การประยุกต์ทางด้านฟิสิกส์ นับตั้งแต่ได้มีการค้นพบเลเซอร์เป็นครั้งแรกในปี ค.ศ. 1960 โดย T.H> Maiman รูบีเลเซอร์ ซึ่งเป็นเลเซอร์ระบบแรกได้ถูกนำไปใช้ศึกษาในการก่อให้เกิดแสงเซ็คกันฮาร์โมนิคในควอทซ์ (Quartz) โดย P.A. Franken และคณะ ในปี ค.ศ. 1961 ได้ใช้แสงรูบี้เลเซอร์โฟกัสไปยังแผ่นควอทซ์ ก่อให้เกิดแสงเซ็คกันฮาร์โมนิคที่มีความถี่ของแสงเป็น **สองเท่า**ของความถี่ของแสงรูบีเลเซอร์ ต่อมาได้มีการใช้รูบีเลเซอร์แบบควสวิตพัลส์ (Q-switched pulse) และนิโอดิเมียมกลาส (Neodymium Glass Laser) แบบโมดล็อคพัลส์ (mode locked pulse) ก่อให้เกิดแสงฮาร์โมนิคที่มีความถี่เป็น 3ω (Third Harmonic Generation;THG), 4ω (Fourth Harmonic Generation;FHG) และ ฯลฯ ซึ่งเป็นการใช้แสงเลเซอร์มากระตุ้นสารนอนลิเนียร์

(Nonlinear medium) ก่อให้เกิดปรากฏการณ์ทาง **นอนลิเนียร์ออฟติค (Nonlinear Optics)** ปรากฏการณ์ทางนอนลิเนียร์ออฟติคนี้เป็นปรากฏการณ์ใหม่ทางแสงที่เกิดขึ้นหลังจากที่ได้มีการค้นพบเลเซอร์แล้วนำมาประยุกต์ใช้จากการศึกษาทางฮาร์โมนิคเจนเนอร์เรชั่นโดยใช้แสงเลเซอร์นั้นทำให้เราทราบคุณสมบัติของสารต่างๆ เกี่ยวกับนอนลิเนียร์ซัสเซ็นติบิลิตี้ และสามารถผลิตแสงที่มีความบริสุทธิ์มีความเข้มสูงที่ความถี่เป็น 2ω , 3ω, 4ω,.....เมื่อ ω เป็นความถี่ของแสงเลเซอร์ นั่นก็คือสามารถผลิตแสงที่บริสุทธิ์ในช่วงคลื่นที่สั้นขึ้นในย่านไวโอเล็ตและอุลตราไวโอเล็ตซึ่งแต่เดิมนั้นทำได้ยากและมีความเข้มของแสงต่ำ นอกจากนี้นักฟิสิกส์ได้ใช้รูบีเลเซอร์ศึกษาเกี่ยวกับสปิน (spin) ของไดโพล (dipole) ที่ถูกเหนี่ยวนำโดยสนามไฟฟ้าที่สูงของแสงเลเซอร์ โดยขบวนการที่เรียกว่า **โฟตอนเอ็คโค (Photon Echo)** แสงคิวสวิตเลเซอร์ถูกนำไปใช้ในการเกิดสติมูลเลดเด็คราม่านสแคตเตอร์ริง (Stimulated Raman Scattering) และสติมูลเลคเต็คบริลเลืองสแคตเตอร์ริง (Stimulated Brillouin Scattering) เป็นต้น

ภายหลังที่ได้มีการค้นพบโซลิดสเตทเลเซอร์ที่ทำงานในรูปแบบโมล็อคพัลส์ (mode locked pulse โดย H.W > Mocker and R.J. Collins และโดย A.J. DeMaria, D.A. Stetser and H. Hey nan แล้วได้มีการนำแสงเลเซอร์แบบโมดล็อคหรือแสงเลเซอร์ที่เป็นพัลส์ที่มีขนาดความกว้างเป็นพิคโคเซ็คกัน (10^{-12} s,ps) และมีพีคเพาว์เวอร์สูงในระดับ 1-10 GW มาทำการกระตุ้นผลึกและสารประกอบ

ต่างๆ เพื่อทำการศึกษาปรากฏการณ์ทางนอนลิเนียร์ขึ้น ทำให้พบปรากฏการณ์ทางนอนลิเนียร์ออฟติคใหม่ขึ้น อาทิเช่น **เซลฟ์อินดิวซ์ทรานส์ปาเรนซี่ (self-induced transparency)** ซึ่งปรากฏการณ์นี้พบเป็นครั้งแรกโดย S.L. McCall and E.L. Hahn เซลฟ์อินดิวซ์ทรานส์ปาเรนซี่เป็นปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นจากการใช้แสงเลเซอร์ที่มีพีคเพาว์เวอร์สูงในระดับ 1-10 GW และมีพัลส์วิดซ์เป็นพิคโคเซ็คกันให้ผ่านไปยังสารประกอบหรือผลึกบางชนิดที่โดยปกติแล้วจะดูดกลืน (absorption) แสงที่มีความยาวคลื่นเท่ากับความยาวคลื่นของแสงเลเซอร์ แต่เนื่องจากแสงเลเซอร์ที่ใช้นี้มีกำลังสูงมาก ดังนั้นจะไปเหนี่ยวนำ (induced) ให้อะตอมและโมเลกุลของสารนั้นๆ อยู่ในระดับพลังงานสูงกว่าเดิมทำให้เกิดมีคุณสมบัติโปร่งแสง (trans-parency) ขึ้น แสงเลเซอร์ในช่วงต่อมาจึงสามารถวิ่งผ่านไปได้โดยมิถูกดูดกลืน รายละเอียดของการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีของปรากฏการณ์นี้ได้ถูกแสดงไว้โดย R.E. Slusher ปรากฏการณ์ทางนอนลิเนียร์ออฟติคที่เกิดขึ้นจากแสงเลเซอร์ที่มีกำลังสูงและมีพัลส์วิดซ์ในระดับนาโนเซ็คกัน (ns) และพิคโคเซ็คกัน (ps) อีกปรากฏการณ์หนึ่งก็คือ เซลฟ์โฟกัสซิ่ง (Self-focusing) เซลฟ์แทรพพิ่ง (Self trapping) ปรากฏการณ์นี้ได้แสดงจากการทดลองให้เห็นชัดเจนเป็นครั้งแรกโดย E. Garmire และคณะ โดยการใช้คิวสวิตรูบีเลเซอร์ส่องผ่านหลอดแก้วยาวที่บรรจุคาร์บอนไดซัลไฟด์ (Carbondisulphide cell; CS_2 cell) พบว่าเส้นผ่าศูนย์กลางของแสงรูบีเลเซอร์ซึ่งเมื่อตอนต้นจะมีขนาดประมาณ 6 mm. เมื่อเดินทางผ่านใน DS_2 เป็นระยะทางยาวพอสมควร เส้นผ่าศูนย์กลางของลำแสง

เลเซอร์จะลดเหลือประมาณ 5 μm. รายละเอียดของการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีของปรากฏการณ์นี้ได้ถูกแสดงได้โดย O'Svelto และ Y.R.Shen

นอกจากนี้พิคโคเซ็คกันเลเซอร์ (picosecond laser) ซึ่งมีพีคเพาวเวอร์สูงมากได้ถูกนำไปใช้ศึกษาปรากฏการณ์ทางมัลติโฟตอนแอฟซอฟชั่น (multiphoton absorption) ในสารกึ่งตัวนำเพื่อทำการศึกษาการนำแบบนอนลิเนียร์ (non-linear conductivity) ทั้งนี้เพราะแบนแกป (Band gap) E_g ของสารที่กึ่งตัวนำมีค่ามากกว่าพลังงานของหนึ่งโฟตอนเลเซอร์ hv; ($E_g > hv$) ดังนั้นจึงต้องใช้การดูดกลืนโฟตอนหลายๆ ตัวจึงจะทำให้อิเล็กตรอนในระดับแถบเวเลนซ์ (Valent band) กระโดดขึ้นสู่แถบการนำ (conduction band) ได้กล่าวคือ $nhv = E_g$ เมื่อ $n = 2, 3, 4,....$ เนื่องจากเราสามารถควบคุมค่าพลังงานของแสงเลเซอร์ได้เป็นอย่างดี ดังนั้นเราสามารถใช้แสงเลเซอร์ที่มีค่าพลังงานที่เหมาะสมทำการกระตุ้นอะตอมเพื่อที่ให้อะตอมอยู่ในสภาวะใกล้แตกสลายเป็นไอออน (ionization) ดังนั้นสมทำการกระตุ้นอะตอมเพื่อที่ให้อะตอมอยู่ในสภาวะใกล้แตกตัวเป็นไอออน (ionization) ดังนั้นอิเล็กตรอนของอะตอมจะมีวงโคจรกว้างมากและมีค่าพลังงานสูง ($n \rightarrow \infty$) อะตอมในสภาวะนี้เรียกว่า ริดเบอร์กอะตอม (Rydberg Atom) จากการศึกษาคุณสมบัติต่างๆ ของริดเบอร์กอะตอม ทำให้นักฟิสิกส์มีความรู้ดียิ่งขึ้นในเรื่องกลไกต่างๆ ที่ควบคุมในระบบอะตอมนั้นๆ ในด้านสเปกโทรสโกปีนั้น แสงเลเซอร์ได้ถูกนำไปใช้กระตุ้นอะตอมให้มีสภาวะต่างๆ ที่ระดับพลังงานสูงขึ้น การกระตุ้นให้เข้าสู่สภาวะที่พลังงานของอะตอมสูงขึ้นกว่าเดิมทำได้อย่างเที่ยงตรงและแน่นอนมาก เพราะเราสามารถควบคุมพลังงานของแสงเลเซอร์ได้ จากนั้นนักฟิสิกส์ก็ทำการศึกษาการลดระดับพลังงาน (transition) ของอะตอมนั้นๆ เพื่อศึกษาและทดลองกลไกต่างๆ ของระบบอะตอมในเชิงควอนตัมฟิสิกส์ เป็นต้น

2. การประยุกต์ทางด้านเคมี ได้มีการใช้เลเซอร์ไปศึกษาทางด้านสเปกโทรสโกปีซึ่งเป็นการศึกษาเกี่ยวกับด้านระดับพลังงานของธาตุและสารประกอบต่าง ๆ ทางเคมี ซึ่งเนื่องจากเลเซอร์เป็นแหล่งกำเนิดแสงที่บริสุทธิ์และมีคุณสมบัติโคเฮียร์เรนท์ ตลอดจนมีแบนด์วิดซ์ (bandwidth) ที่แคบมากในย่านสเปคตรัมที่ตาเปล่ามองเห็นได้ และย่านอินฟราเรด ดังนั้นทำให้การวัดค่าสเปคโตรสโคปีได้รายละเอียดมากขึ้นกว่าเดิมถึง 10^3 - 10^6 เท่าเมื่อเทียบกับการวัดโดยวิธีแบบเก่าที่ไม่ได้ใช้เลเซอร์มาช่วย นอกจากนี้เลเซอร์ได้ช่วยก่อให้เกิดแขนงสาขาวิชาใหม่ขึ้นที่เรียกว่า **นอนลิเนียร์สเปคโตรสโคปี (Nonlinear Spectroscopy)** ซึ่งจะทำให้นักวิทยาศาสตร์สามารถวัดค่าตัวแปรต่าง ๆ ทางสเปคโตรสโคปีได้เกินกว่าค่าที่ถูกจำกัดโดยคอพเพลอร์บรอดเดนนิ่ง (Limit imposed by Doppler Broadening) ซึ่งจะนำไปสู่การศึกษาข้อมูลใหม่ ๆ ทางด้านโครงสร้างของอะตอมและวัตถุต่าง ๆ ได้ดียิ่งขึ้น เลเซอร์ได้ถูกนำไปใช้ทางด้าน **เลเซอร์โฟโรเคมิสตรี (Laser photochemistry)** ซึ่งเป็นการศึกษาขบวนการเปลี่ยนแปลงทางเคมีที่ไม่ย้อนกลับ (Irrevesible chemical change) โดยการศึกษาหาความเป็น

ไป (Diagnose) โดยการใช้ขบวนการที่เรียกว่า **"เรโซแนนซ์รามานสแคตเตอร์ริ่ง" (Resonance Raman Scattering)** และขบวนการ **โคเฮียร์เรนท์แอนตี้สโตครามาน สแคตเตอร์ริ่ง (Coherent antistokes Raman Scattering)** หรือที่เรียกโดยย่อว่า **CARS** โดยขบวนการเหล่านี้เราสามารถเก็บข้อมูลเกี่ยวกับโครงสร้างและคุณสมบัติของโมเลกุลที่ประกอบด้วยอะตอมของธาตุต่าง ๆ (Polyatomic molecules) และอุณหภูมิของโมเลกุลต่าง ๆ ในบริเวณที่กำหนดให้ ซึ่งจะทำให้เราสามารถศึกษาได้อย่างละเอียดเกี่ยวกับการเผาไหม้และอุณหภูมิของเปลวเพลิง ตลอดจนการศึกษาเกี่ยวกับพลาสมา (Plasma) ที่เกิดจากการดิชชาร์ททางไฟฟ้า

ในบางกรณีของการแยกไอโซโทป (Isotope separation) ที่มีค่าใช้จ่ายสูงและยากต่อการแยกนั้น เราสามารถใช้เลเซอร์เข้าช่วยเพื่อทำให้การแยกไอโซโทปนั้นให้ง่ายขึ้นและได้ไอโซโทปที่บริสุทธิ์ หลักการของการแยกไอโซโทป โดยการใช้เลเซอร์ก็คือการฉายแสงเลเซอร์ไปยังสารที่มีไอโซโทปของธาตุนั้นปนอยู่ เมื่อไอโซโทปของธาตุนั้นถูกกระตุ้นไปสู่ระดับพลังงานที่สูงขึ้นก็จะเกิดมีคุณสมบัติพิเศษทำให้แยกออกง่ายขึ้นจากส่วนประกอบเดิมซึ่งยังคงอยู่ในระดับกราวน์สเตท ในกรณีของการแยกไอโซโทปของธาตุยูเรเนียม (uranium) มีวิธีการทำได้ 2 รูปแบบคือ (i) ใช้วิธีการโฟโตไอออนไนส์ (Photo ionization) โดยการใช้ขนาดคลื่นแสงเลเซอร์ λ ที่พอเหมาะกับการกระตุ้น U^{235} ภายหลังที่ไอโซโทป U^{235} ดูดกลืนพลังงานจากแสงเลเซอร์แล้วก็จะมีค่าระดับพลังงานสูงขึ้น และถูกแยกออกจากส่วนประกอบเดิมโดยใช้สนามไฟฟ้าเป็นตัวแยกในเวลาต่อมา (ii) การแยกไอโซโทปของสารประกอบยูเรเนียม อาทิเช่น ยูเรเนียมเฮกซ่าฟลูโอไรด์ (uranium hexafluoride ; UF_6) ในตอนแรกใช้แสงเลเซอร์ทำการเพิ่มพลังงานให้แก่ UF_6 จนมีพลังงานสูงขึ้นในระดับไวเบรชั่น (Vibrational level) และต่อมาเกิดการแตกสลาย (dissociation) โดยการใช้พลังงานเพิ่มขึ้นโดยวิธีออฟทิคัลพัมฟ์ฟิง (optical pumping) แล้วจึงแยกไอโซโทปของ U^{235} ออกมาทีหลัง ในการแยกไอโซโทป U^{235} จาก UF_6 นั้น เราใช้โมเลคคูล่าเจต (Molecular jet) ของ UF_6 ที่อุณหภูมิ $T<50$ °K

3. การประยุกต์ทางด้านชีววิทยา เลเซอร์ได้ถูกนำมาใช้ประยุกต์ทางด้านชีววิทยา โดยทำหน้าที่เป็นเครื่องตรวจอาการและความเป็นไป (Diagnostic tools) ของขบวนการต่าง ๆ ทางชีววิทยา ในการนี้ได้มีการนำเลเซอร์เทคนิคต่าง ๆ มาใช้ ดังต่อไปนี้คือ (i) การใช้โมดล็อคเลเซอร์ (หรือพิคโคเซ็คกันเลเซอร์พัลส์) ทำการกระตุ้น DNA ซึ่งปนอยู่ในเชิงซ้อน (complex) ของ dye-DNA เพื่อทำให้เกิดการฟลูออร์เรสเซนท์ขึ้น และทำการวิเคราะห์ฟลูออร์เรสเซนท์ที่เกิดขึ้นเพื่อศึกษาโครงสร้างของ DNA นอกจากนี้เทคนิคนี้ยังใช้วิเคราะห์คุณสมบัติของดายโมเลกุล และศึกษาขบวนการสังเคราะห์แสง (Photosynthesis) โดยพิคโคเซ็คกันพัลส์เลเซอร์ ทั้งนี้ขบวนการสังเคราะห์แสงเป็นปฏิกริยาที่ไวมาก (ii) การศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติและปฏิกริยาต่อแสงของไบโอโมเลกุล (Biomolecule) อาทิเช่น เฮโมโกลบิน (Hemoglobin) และโมเลกุลของโรโดซิน (Rhodosin) โดยใช้เรโซแนนท์รามานสแคตเตอร์ริง (iii)

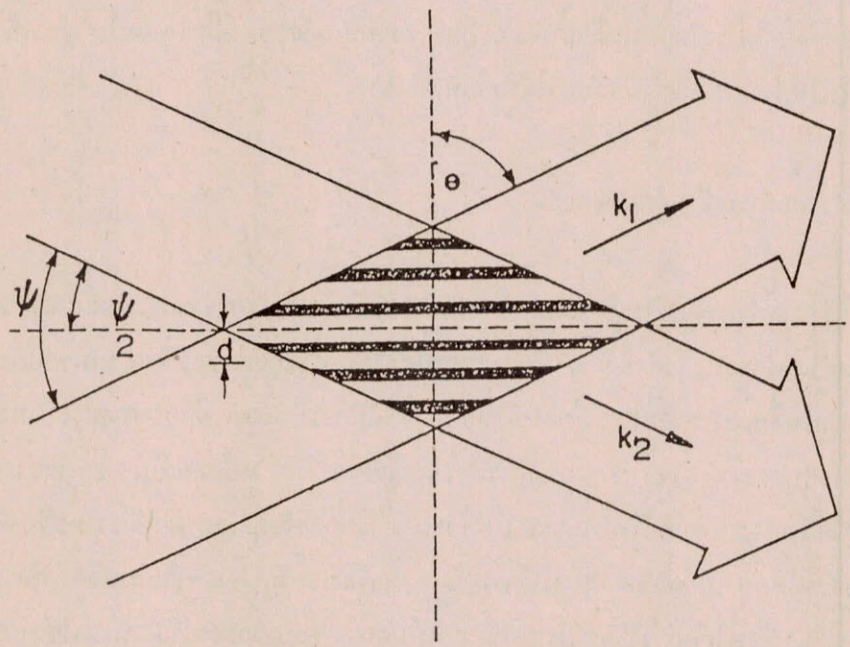
การใช้เทคนิคที่เรียกว่า โฟตอนคอร์รีเรชั่นสเปคโตรสโคปี (Photon correlation spectroscopy) อันเกิดจากการใช้เลเซอร์ส่องไปยังไอโอโมเลกุลและดูคอร์รีเลชั่นทางแสง เราจะทราบถึงโครงสร้างของโมเลกุลนั้น ๆ (iv) การใช้พิคโคเซ็กกันเลเซอร์พัลส์ (Picosecond jlaser pluse) โดยวิธีการที่เรียกว่า แฟลช-โฟโตลิซิส (Flash-photolysis) เพื่อศึกษาพฤติกรรมพลศาสตร์ของไอโอโมเลกุลที่มีค่าระดับพลังงานสูง นอกจากนี้เลเซอร์ยังถูกนำไปใช้ในเครื่องมือที่เรียกว่า โฟลไมโครผลูออโรมิเตอร์ (Plow-microfluorometer) เพื่อทำการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับลักษณะและขนาดของเม็ดโลหิตแดง โดยนำตัวอย่างของเม็ดโลหิตแดงมาใส่ในสารผสมเหลวโดยที่เม็ดโลหิตแดงห้อยแขวนอยู่ (suspension) จากนั้นก็นำสารผสมเหลวนี้ให้วิ่งผ่านช่องแคบ ๆ ที่มีแสงเลเซอร์ฉายส่องอยู่ จะเกิดการสแคตเตอร์ริ่ง (scattering) ของแสงเลเซอร์โดยเม็ดโลหิตแดงเหล่านั้นจะทำให้เราทราบลักษณะของเม็ดโลหิตนั้นได้ทันที ข้อมูลเหล่านี้ถูกนำไปใช้ประกอบการวินิจฉัยทางด้านโลหิตวิทยา

12.4.2 การประยุกต์ทางด้านอุตสาหกรรม

การใช้เลเซอร์ประยุกต์ในด้านอุตสาหกรรมนั้นได้เป็นไปอย่างกว้างขวางนับตั้งแต่ที่ได้มีการค้นพบเลเซอร์ขึ้นเป็นครั้งแรก ดังที่จะได้เห็นจากความพยายามที่ใช้รูบีเลเซอร์ตัดเจาะเพชรและแผนวัสดุเปราะบางในงานที่ต้องการความประณีตละเอียดอ่อน ได้มีการนำเลเซอร์เกือบจะทุกระบบมาประยุกต์ใช้ในทางอุตสาหกรรม เราสามารถแบ่งการประยุกต์เลเซอร์ในด้านนี้ออกเป็น 2 ประเภทคือ (i) การนำเลเซอร์ที่มีพลังงานต่ำจนถึงปานกลางไปใช้งาน โดยอาศัยคุณสมบัติที่มีความบริสุทธิ์ทางแสงของเลเซอร์มาประกอบ (อาทิเช่น โมโนโครมาซิตี้ โคเฮียร์เรนท์, ไดเรคชั่นแนลลิตี้ และการขนานของลำแสง ฯลฯ ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ ? เป็นต้น) ระบบเลเซอร์ที่ถูกนำมาใช้งานประเภทนี้ได้แก่ ระบบฮีเลียม-นีออนเลเซอร์, ดายเลเซอร์, รูบีเลเซอร์ เป็นต้น (ii) การนำเลเซอร์กำลังสูง (High power laser) มาใช้ในอุตสาหกรรมด้านการตัด เจาะ เชื่อม โลหะและการทำฮีตทรีทเมนท์ (Heat treatment) และแดนนีลลิ่ง (Annealing) พวกสารกึ่งตัวนำ เป็นต้น ระบบเลเซอร์กำลังสูงที่ใช้ประยุกต์ในงานประเภทนี้ได้แก่ ระบบโอดิเมียมแยกเลเซอร์, คาร์บอนไดออกไซด์เลเซอร์ เป็นต้น เนื่องจากได้มีการประยุกต์ใช้เลเซอร์อย่างกว้างขวางและหลายรูปแบบในวงการอุตสาหกรรม ในที่นี้เราจะกล่าวเฉพาะการประยุกต์ใช้ที่สำคัญและเป็นพื้นฐานเท่านี้ ดังนี้

1. เลเซอร์เวลโลซิเมตรี (Laser Velocimetry) เป็นขบวนการที่ใช้แสงเลเซอร์ที่มีคุณสมบัติของโคเฮียร์เรนท์ และโมโนโครมาติซิตี้สูงทำการวัดความเร็วของของไหลโดยที่ไม่ต้องไปรบกวนการไหลแต่อย่างใด วิธีการนี้ทำให้สามารถทราบตามความเป็นจริงของความเร็วของของไหลนั้น ๆ แตกต่างกับวิธีวัดโดยแบบอื่นที่จำเป็นต้องมี "ตัววัด" สองใส่เข้าไปอยู่ใน "กระแส" ของการไหล

ทำให้รบกวนการไหลและผลที่วัดได้ไม่ตรงตามสภาพเป็นจริง เราใช้ระบบฮีเลียม-นีออนเลเซอร์กำลังต่ำ (1 - 5 mW) ในขบวนการเลเซอร์เวลโลซิเมตตรี โดยอาศัยหลักการอินเทอร์เฟียร์เรนซ์ของแสงเลเซอร์ ในการนี้เราใช้แสงเลเซอร์ 2 ลำแสงส่องทำมุมซึ่งกันและกันในบริเวณการไหลจะทำการวัดดูริ้ว (Fringes) ของการแทรกสอด แล้วคำนวณหาความเร็วของของไหลได้



รูป 12.9 แสดงการตัดกันของลำแสงเลเซอร์แบบคลื่นระนาบโคเฮียร์เรนท์ (Coherent plane waves)

จากรูป 12.9 ระยะทาง d ซึ่งเป็นระยะทางระหว่างแถบสว่าง (two adjacent bright fringes) จะมีค่าเป็น

$$kd\sin(\varphi/2) = \pi \qquad (12.5)$$

ดังนั้น

$$d = \frac{\lambda}{2\sin(\varphi/2)} \qquad (12.6)$$

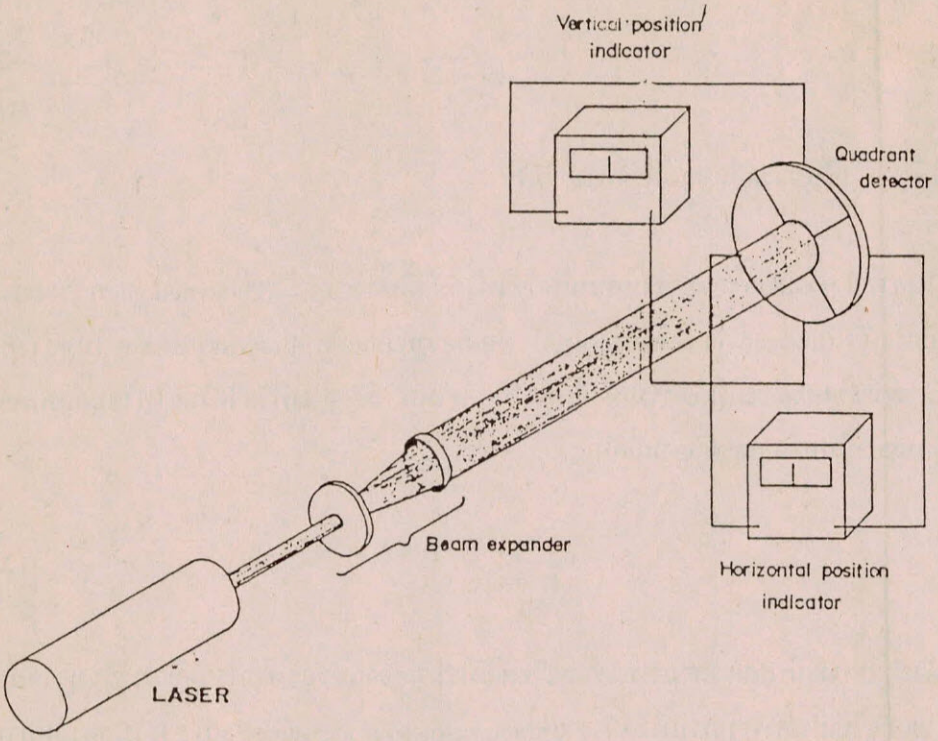
เมื่อ λ เป็นช่วงคลื่นของแสงเลเซอร์ที่ใช้

ในการวัดความเร็วของของไหลนั้นเราใช้โฟโตมัลติพลายเออร์ (Photomultiplier) วัดความเข้มของแสงที่กระเจิง (Intensity of scattered light) อันเกิดจากวัตถุเล็ก ๆ (small particle) ในของไหลนั้นวิ่งผ่านบริเวณที่ลำแสงเลเซอร์เกิดการแทรกสอดในของไหล สัญญาณที่วัดได้โดยโฟโตมัลติพลายเออร์นั้นจะมีลักษณะเป็นคาบ และมีความถี่เป็น

$$f = \frac{V_x}{d} \qquad (12.7)$$

ดังนั้นเราจะเห็นว่าเราสามารถใช้แสงโคเฮียร์เรนท์ของเลเซอร์ทำการวัดความเร็วของของไหลได้อย่างง่ายและไม่เป็นการรบกวนหรือทำลาย (nondestructive measurement) การไหลตามสภาพจริงแต่อย่างใด

2. เลเซอร์ทูลลิ่ง (Laser Tooling) เป็นขบวนการที่ใช้เลเซอร์กำลังต่ำ อาทิ ระบบฮีเลียม-นีออนเลเซอร์ที่มีกำลังประมาณ 1 - 5 mW ทำการ **จัดเรียงตำแหน่ง (alignment)** ของอุปกรณ์และเครื่องมือต่าง ๆ ตลอดจนชี้วางตำแหน่งในการก่อสร้างที่ต้องการความละเอียดและความแม่นยำของตำแหน่งที่สูงมาก เช่น อุตสาหกรรมการสร้างเครื่องบิน/ยานอวกาศ (Aircraft/spacecraft industry) การสร้างเรือรบ (Warship construction) นอกจากนี้ฮีเลียมนีออนเลเซอร์ยังใช้ในงานวิศวกรรมโยธาทั่วไป เช่น การส่องการวัดระดับของการสร้างท่อระบายน้ำ งานฐานราก เป็นต้น ในห้องปฏิบัติการทางแสงหรือในโรงงานอุตสาหกรรมในการติดตั้งเครื่องมืออุปกรณ์ที่ต้องการความแม่นยำในตำแหน่ง ฮีเลียม-นีออนเลเซอร์ถูกนำมาใช้ส่องตำแหน่งและจัดเรียงอุปกรณ์ต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดี



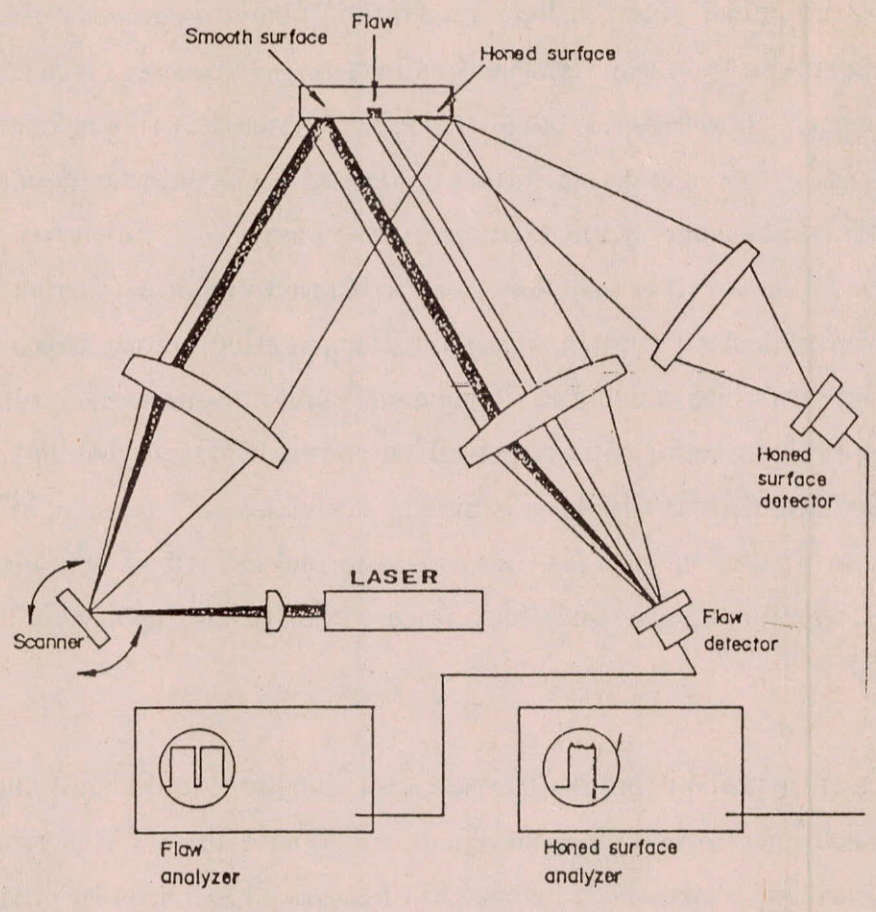
รูป 12.10 แสดงการใช้ฮีเลียม-นีออนเลเซอร์ในระบบจัดเรียงตำแหน่ง (alignment system)

จากรูป 12.10 ฮีเลียม-นีออนเลเซอร์จะส่องผ่านอุปกรณ์ขยายลำแสง (Beam expander) เพื่อที่จะให้มีลำแสงขนานมากขึ้นและความเข้มต่ำลงมาเพื่อความปลอดภัยต่อการปฏิบัติ จากนั้นก็จะส่งไปที่ **เครื่องวัดจตุภาค (Quadrant detector)** ซึ่งเป็นแบบโซลิดสเตท (Solid state detector) เมื่อแสงเลเซอร์ส่องกระทบตรงจุดศูนย์กลางของเครื่องนี้ เข็มของมิเตอร์ที่ต่อกับเครื่องวัดนี้จะชี้บอกตำแหน่งกลางของสเกลทั้งระดับตั้งฉาก (Vertical position) และระดับแนวนอน (Horizontal position) ถ้าลำแสงเลเซอร์ส่องไม่ตรงกับจุดศูนย์กลางของเครื่องวัดนี้เข็มของมิเตอร์จะชี้เบนออกจากตำแหน่งกลางทันที การวัดโดยวิธีการนี้มีความแม่นยำสูงมาก กล่าวคือในระยะห่าง 5 เมตร และ 15 เมตร จะมีความคลาดเคลื่อนประมาณ 5 μm และ 25 μm ตามลำดับ

นอกจากนี้เราสามารถใช้อีเลียม-นีออนเลเซอร์ในการวัดความยาวได้อย่างแม่นยำได้อย่างละเอียดถึง 10^{-5} - 10^{-6} ส่วน สำหรับระยะทางที่ไม่ยาวนัก (0 - 50 m) ทั้งนี้อาศัยหลักการอินเทอร์เฟียร์เรนซ์โดยใช้เครื่องมือ ไมโคลสันอินเทอร์เฟอร์โรมิเตอร์ (Michelson Interferometer) สำหรับระยะทางไกล ๆ (~1 km) ใช้เทเลเมตรีเทคนิค (Telemetry technique) โดยเกี่ยวข้องกับแอมพลิจูดโมดูเลชั่น (Amplitude modulation) ระยะทางหรือความยาวจะหาได้จากการวัดการแตกต่างของเฟส (phase difference) ของแสงที่ส่งออกไป (Emitted beam) และแสงสะท้อนกลับ (Return beam) วิธีการนี้มีความแม่นยำสูงมาก จะมีความคลาดเคลื่อนเพียง 1 mm. ต่อระยะทาง 1 km. ได้มีการใช้คิวสวิตรูบี้เลเซอร์ (Q-switched Ruby Laser) ซึ่งให้แสงเป็นพัลส์ (Pulse) มีความกว้างประมาณ 10 ns. ทำการวัดระยะทางระหว่างโลกกับดวงจันทร์ซึ่งอยู่ห่างจากโลกประมาณ 300,000 km. พบว่าสามารถวัดระยะทางได้อย่างแม่นยำมาก มีความคลาดเคลื่อนเพียงประมาณ 30 cm. เท่านั้น เป็นที่คาดว่าในปัจจุบันหรืออนาคตอันใกล้นี้นักฟิสิกส์จะมีขีดความสามารถวัดระยะทางได้แม่นยำยิ่งขึ้นหากใช้เฟ็มโตเซ็คกันเลเซอร์ที่ให้แสงเป็นเฟ็มโตเซ็คกันพัลส์ (Femtosecond pulse) ซึ่งมีความกว้าง (pulsewidth) ประมาณ 10^{-15} second มาทำการวัดระยะทางแล้วจะมีความเคลื่อนเพียงประมาณ 3 x 10^{-15} cm. หรือเท่ากับ 0.3 μm นับว่าเป็นการวัดระยะทางที่มีความแม่นนำสูงที่สุดที่ไม่มีระบบวัดอื่นมาเทียบได้

3. การตรวจผิวหน้าวัสดุ (Surface Scanning) ในการตรวจสอบพื้นผิวหน้าของวัสดุที่แผ่นใหญ่ ๆ และมีพื้นที่กว้างมาก ๆ นั้น ทำได้ง่ายขึ้นและสะดวกรวดเร็ว เมื่อเราใช้ระบบเลเซอร์กำลังต่ำมาช่วยดำเนินการ ในการนี้ระบบฮีเลียม-นีออนเลเซอร์ (Helium-neon Laser) จะถูกนำมาประยุกต์ใช้อย่างมาก เพราะมีขนาดกะทัดรัดและให้แสงเลเซอร์ที่มีโคเอียร์เรนท์และโมโนโครมาติซิตี้สูง หลักการของการใช้เลเซอร์ตรวจสอบผิวหน้าวัสดุนั้น อาศัยหลักของการสะท้อนกลับของแสงเลเซอร์จากผิวหน้านั้นและใช้เครื่องตรวจวัด (Detector) ตรวจสอบความเข้มของแสงสะท้อนกลับ ดังแสดงในรูปที่ 12.11

B 4308

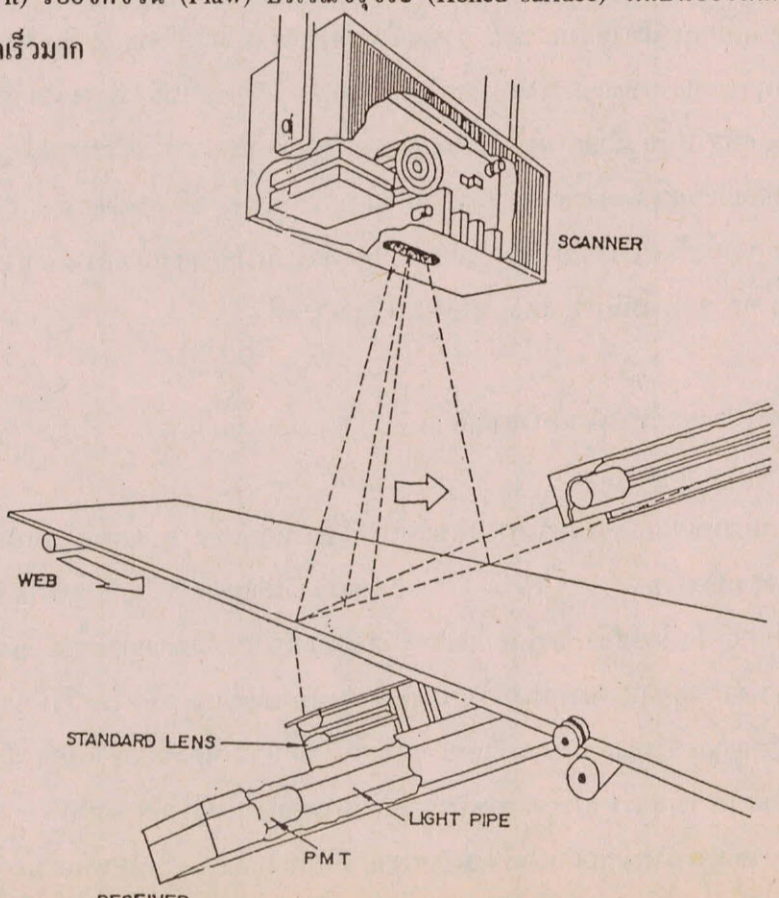


รูปที่ 12.11 แสดงการใช้เลเซอร์ในระบบตรวจสอบผิวหน้าวัสดุ (laser scanner system)

จากรูปที่ 12.11 แสงเลเซอร์จะถูกหักเหไปมาตามการเคลื่อนที่ของสแคเนอร์ (scanner) ผ่านระบบเลนซ์ไปตกกระทบบนพื้นผิวของวัสดุที่จะถูกตรวจสอบ จะมีเครื่อตรวจวัด (Detector) ทำหน้าที่ตรวจความเข้มของแสงที่สะท้อนจากผิว เครื่องตรวจวัดเครื่องแรกจะทำหน้าที่ดูความผิดแผกของผิวอันเกิดจากร่องลึกแคบ ๆ (Flaw) และเครื่องที่สองจะทำหน้าที่ตรวจสอบผิวขรุขระของผิว (Honed surface) ซึ่งสัญญาณที่ตรวจสอบจะถูกนำไปแสดงบนจอของเครื่องออสซิลโลสโคป ทำให้เราทราบความเป็นจริงของผิวหน้าวัสดุได้เป็นอย่างดี วิธีการนี้ทำได้อย่างรวดเร็วมากและในกรณีที่แผ่นวัสดุมี

พื้นที่กว้างมากเราก็ใช้การเลื่อนแผ่นวัสดุไปอย่างช้า ๆ ทำให้มีการตรวจสอบได้อย่างละอียดและรวดเร็วขึ้น [ในความสม่ำเสมอ (uniformity) และความเรียบของผิว]

ในทางปฏิบัติในโรงงานอุตสาหกรรมนั้น เครื่องตรวจสอบมีลักษณะของการติดตั้งให้เหมาะสมแก่การใช้งานที่มีปริมาณมากและขนาดพื้นที่ใหญ่ ๆ หลักการได้แสดงไว้ในรูปที่ 12.12 โดยมีสแคนเนอร์ อยู่เหนือแผ่นวัสดุที่จะตรวจสอบ (อาทิเช่น แผ่นพลาสติค แผ่นแก้ว แผ่นฟิล์มใสบาง ๆ เป็นต้น) และมีเครื่องตรวจวัด (Detector) ซึ่งเป็นโฟโตมัลติพลายออร์ (Photomultiplier ; PMT) อยู่เหนือหรืออยู่ข้างใต้ของแผ่นวัสดุดังกล่าว ทั้งนี้ก็แล้วแต่เราจะตรวจวัดความเข้มของรังสีสะท้อน (Reflected intensity) หรือความเข้มของรังสีหักเห (Transmitted intensity) เครื่องตรวจวัดประกอบด้วยระบบเลนซ์แบบทรงกระบอก (Cylindrical lenses) ซึ่งทำหน้าที่โฟกัสแสงมาที่ท่อแสง (Lightpipe) ซึ่งทำด้วยพลาสติคหรือแก้ว ผิวด้านหลังของท่อแสงนี้จะถูกทำให้ขรุขระบ้างเพื่อก่อให้เกิดแสงแบบดิฟฟิวส์ (Diffused light) แสงแบบดิฟฟิวส์นี้จะสะท้อนกลับไปมาภายในท่อแสงจะวิ่งตามท่อมายังโฟโตมัลติพลายออร์ PMT ที่ติดไว้ตรงปลายอีกข้างหนึ่งของท่อ สัญญาณที่ PMT รับได้ก็จะถูกส่งไปยังเครื่องคอมพิวเตอร์เพื่อทำการวิเคราะห์ แล้วแสดงผลออกมาให้ทราบทางจอภาพและพิมพ์ออกมาเป็นข้อมูล เครื่องตรวจสอบผิววัสดุนี้เป็นที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในการตรวจสอบผิวหน้าของแผ่นวัสดุเพื่อดูว่ามีหลุ่มเล็ก ๆ (Pit) รอยขีดข่วน (Flaw) บริเวณขรุขระ (Honed surface) ได้เป็นอย่างดีและมีประสิทธิภาพสูงและรวดเร็วมาก



รูป 12.12 เครื่องตรวจสอบผิวหน้าวัสดุโดยเลเซอร์ (Laser scanner inspect system)

4. การตัด เจาะ เชื่อม โลหะและวัสดุต่าง ๆ ขบวนการตัด เจาะ เชื่อม โลหะ และวัสดุ ต่าง ๆ นั้น สามารถกระทำได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ โดยการใช้ระบบเลเซอร์กำลังสูง (Highpower lasers) ร่วมกับคอมพิวเตอร์ที่ทำงานในระบบที่เรียกว่า คอมพิวเตอร์นิวเมอริคัลคอนโทรล (Computer Numerical Control ; CNC) ระบบเลเซอร์กำลังสูงที่ใช้กันเป็นส่วนมากในขบวนการนี้ได้แก่ระบบคาร์บอนไดออกไซด์เลเซอร์ (Carbondioxide Laser System) และระบบนีโอดิเมียมแยกเลเซอร์ (Neodymium YAG laser System) ในการดำเนินการนี้ได้ใช้คุณสมบัติของแสงเลเซอร์ที่มีกำลังสูงและเป็นลำแสงขนานซึ่งเราสามารถทำการโฟกัสให้ได้ตามขนาดทาต้องการอย่างแม่นยำ ส่วนคุณสมบัติทางด้านโคเฮียร์เรนซ์, โมโนโครมาติซิตี้, โพลาไรเซชั่น ฯลฯ ไม่มีความจำเป็นแต่ประการใด ส่วนประกอบที่สำคัญอีกประการหนึ่งของการใช้เลเซอร์กำลังสูง ตัด เจาะ เชื่อมนี้ก็คือ การใช้ระบบคอมพิวเตอร์ (CNC) ควบคุมการแกว่งหรือเลื่อนแขนกล (Mechanical cutting arm) ที่ลำแสงเลเซอร์ที่จะใช้ตัดเจาะนั้นวิ่งผ่านออกมา แขนกลดังกล่าวจะแกว่งไปตามโปรแกรมที่ตั้งไว้ว่าจะใช้แสงเลเซอร์ตัดเจาะโลหะหรือวัสดุอื่นออกมาในรูปแบบใด การตัดเจาะโดยเลเซอร์นั้นมักจะกระทำในโอกาสหรือสถานการณ์ที่เครื่องเจาะแบบธรรมดามักทำไม่ได้และใช้เวลานาน ตัวอย่างเช่น การใช้แสงเลเซอร์กำลังสูงตัดเกียร์เฟืองท้ายของรถยนต์จากแผ่นโลหะหนาในเวลาอย่างรวดเร็ว ไม่มีส่วนเหลือเศษผลโลหะ และเราสามารถโปรแกรมให้ตัดเจาะแผ่นโลหะอย่างมีประสิทธิภาพให้เหลือเศษชิ้นส่วนโลหะน้อยที่สุด และนอกจากนี้ผลงานที่ได้จากการตัดเจาะจะมีคุณภาพสูง เหมือนกับทุก ๆ ชิ้น ดังนั้นทางด้านการควบคุมคุณภาพ (Quality control) ซึ่งจะเทียบได้ถึง 100% ซึ่งมีประสิทธิภาพสูงกว่า เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการที่ใช้โดยทั่วไปนั้น ตัวอย่างการใช้เลเซอร์ตัดเจาะรูปที่แคบมาก โดยมีขนาดประมาณ 30 μm ได้แก่ การใช้นีโอดิเมียมแยกเลเซอร์ตัดเจาะสารกึ่งตัวนำและชิ้นส่วนไอซี (Integrated Curcuit IC) วัสดุจำพวกนี้มีความเปราะบางมาก วิธีการตัดเจาะโดยทั่วไปทำได้ยากและมีการเสียหายเกิดขึ้น แต่หากใช้เลเซอร์ช่วยแล้วจะทำให้มีประสิทธิภาพสูงและมีคุณภาพดี

12.4.3 การประยุกต์ทางด้านการแพทย์

บทบาทของเลเซอร์ต่อวงการแพทย์นั้นได้มีมาในสมัยต้น ๆ ของการค้นพบเลเซอร์แล้ว กล่าวคือในช่วงของทศวรรษ 1960 การวิจัยทดลองการนำรูบีเลเซอร์ฮีเลียม-นีออนเลเซอร์ คาร์บอนไดออกไซด์เลเซอร์ อาร์กอนเลเซอร์ ตลอดจนนิโอดีเมียมแยกเลเซอร์ และเอ็กซิเมอร์เลเซอร์ ซึ่งถูกนำมาใช้ประยุกต์ทางการแพทย์ในเรื่องต่าง ๆ นับตั้งแต่การบำบัดโรคผิวหนัง การทำลายเนื้อร้าย การผ่าตัดใหญ่และการผ่าตัดบริเวณที่แคบ อาทิเช่น นัยน์ตา และหลอดโลหิต เป็นต้น การวิจัยและพัฒนาการนำแสงเลเซอร์มาประยุกต์ใช้ในทางด้านการแพทย์นับว่าได้ผลดีมาก และเป็นตัวอย่างที่ดีตัวอย่างหนึ่งของการประสบผลสำเร็จในระยะเวลาอันสั้นในการนำสิ่งที่ค้นพบใหม่ (Innovation) ทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมาทำประโยชน์โดยตรงให้แก่มนุษย์ชาติ นับว่าการค้นพบเลเซอร์นี้

เป็นการค้นพบที่เป็นประโยชน์ต่อมนุษย์ชาติอย่างยิ่ง โดยเฉพาะในวงการแพทย์ การประสบผลสำเร็จอย่างดีของการนำแสงเลเซอร์มาใช้ในวงการแพทย์นั้นก็เพราะแสงเลเซอร์ซึ่งเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีความบริสุทธิ์ทางแสง (ทางคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ในกรณีที่ช่วงคลื่นอยู่ในย่านฟาร์อินฟราเรดและไมโครเวฟ) และนอกจากนี้แสงเลเซอร์เมื่อทำปฏิกริยากับน้ำโลหิตของมนุษย์ (หรือโดยเฉพาะสัตว์เลือดอุ่น) แล้วจะก่อให้เกิดการอุดตันปิดปลายหลอดเลือดได้ทันทีทันใด ดังนั้นในการผ่าตัดลและการรักษาทางแพทย์โดยใช้แสงเลเซอร์มาบำบัดแล้ว จะไม่เกิดบาดแผลหรือมีโลหิตไหลออกมาเลย จึงทำให้ลดความยุ่งยากซับซ้อนในการรักษาในเรื่องที่ต้องระวังการติดเชื้อ อักเสบ และการพักฟื้นของคนไข้ เป็นการประหยัดค่าใช้จ่ายในการรักษาคนไข้ในโรงพยาบาล (ทั้งส่วนที่เป็นค่าใช้จ่ายของรัฐและส่วนตัวของคนไข้) นอกจากนี้ การที่แสงเลเซอร์ใช้ประยุกต์ทางการแพทย์ได้ดีอีกประการหนึ่งก็คือ แสงเลเซอร์มีคุณสมบัติทางโมโนโครมาติซิตี้สูงและเป็นลำขนาน ดังนั้นเราจึงสามารถโฟกัสแสงเลเซอรให้เป็นจุดเล็กในบริเวณเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 - 10 μm ได้เป็นอย่างดี ดังนั้นจึงเป็นการเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการผ่าตัดและบำบัดโรคนัยน์ตาและผ่าตัดเกี่ยวกับเส้นโลหิตอุดตันบริเวณหัวใจ เป็นต้น เนื่องจากแสงเลเซอร์ที่ออกมานั้นเราสามารถควบคุมพลังงานของแสงได้อย่างดี ดังนั้นการนำมาใช้งานจึงทำให้นายแพทย์กำหนดการรักษาและการผ่าตัดได้อย่างแน่นอนแม่นยำ ไม่ทำให้เกิดอันตรายต่อเนื้อเยื่อหรืออวัยวะอื่น ๆ ที่อยู่ใกล้เคียง การนำแสงเลเซอร์มาใช้ในวงการแพทย์เป็นไปอย่างกว้างขวางและหลายรูปแบบ แม้กระทั่งในปัจจุบันก็ยังมีการค้นคว้าทดลองนำเลเซอร์มาใช้ทางการแพทย์ในแง่มุมต่าง ๆ อีกมาก อาทิเช่น การใช้เอ็กซิมเมอร์เลเซอร์ผ่าตัดปรับเลนซ์นัยน์ตาเพื่อแก้โรคสายตาเอียง การใช้เลเซอร์ทำลายไขมัน (Plaque) ที่อุดตันเส้นโลหิตที่บริเวณหัวใจ เป็นต้น ในที่นี้เราจะกล่าวเกี่ยวกับการประยุกต์แสงเลเซอร์ในทางการพทย์ที่สำคัญโดยสังเขป

การใช้ระบบฮีเลียมนีออนเลเซอร์ในวงการแพทย์ ในที่นี้จะกล่าวถึงการบำบัดโรค มะเร็งผิวหนัง **(Skin cancer)** พอเป็นตัวอย่าง ได้มีการร่วมมือกันระหว่างนักฟิสิกส์และนายแพทย์ในการนำฮีเลียม-นีออนเลเซอร์ และดายเลเซอร์ (Dye laser) มาใช้รักษามะเร็งผิวหนัง ทั้งนี้อาศัยหลักการที่ทราบกันดีว่าเม็ดโลหิตแดง (Oxhemoglobin blood cell) ของมนุษย์นั้นจะดูดกลืนรังสีความร้อนที่ดีที่ช่วงคลื่น $\lambda = 632.8$ mm. และโดยเฉพาะจะดูดกลืนได้ที่สุดที่ $\lambda = 640$ mm. ดังนั้นเราสามารถปรับความยาวช่วงคลื่น λ (Wavelength tunability) ของแสงดายเลเซอร์ให้มี $\lambda = 640$ mm. แล้วก็นำไปรักษาโรคมะเร็งผิวหนัง หลักการบำบัดโดยสังเขปก็คือ นายแพทย์จะฉีดสาร Hematoporphyrin ซึ่งมีชื่อย่อเป็น HPD เข้าในบริเวณเนื้อร้าย เนื้อร้ายจะดูดซึมสาร HPD แต่เนื้อดีจะไม่ดูดซึม ดังนั้นเมื่อฉายแสงเลเซอร์ไปบริเวณที่มี HPD เนื้อร้ายจะดูดกลืนความร้อนจากแสงเลเซอร์ได้มากกว่าและดีกว่าเนื้อดี ในที่สุดเนื้อร้ายก็จะถูกทำลายลงโดยที่แสงเลเซอร์มิได้ทำอันตรายต่อบริเวณเนื้อดีแต่อย่างใด การบำบัดโดยวิธีนี้ได้ผลดีและใช้กันอยู่ในปัจจุบันนี้

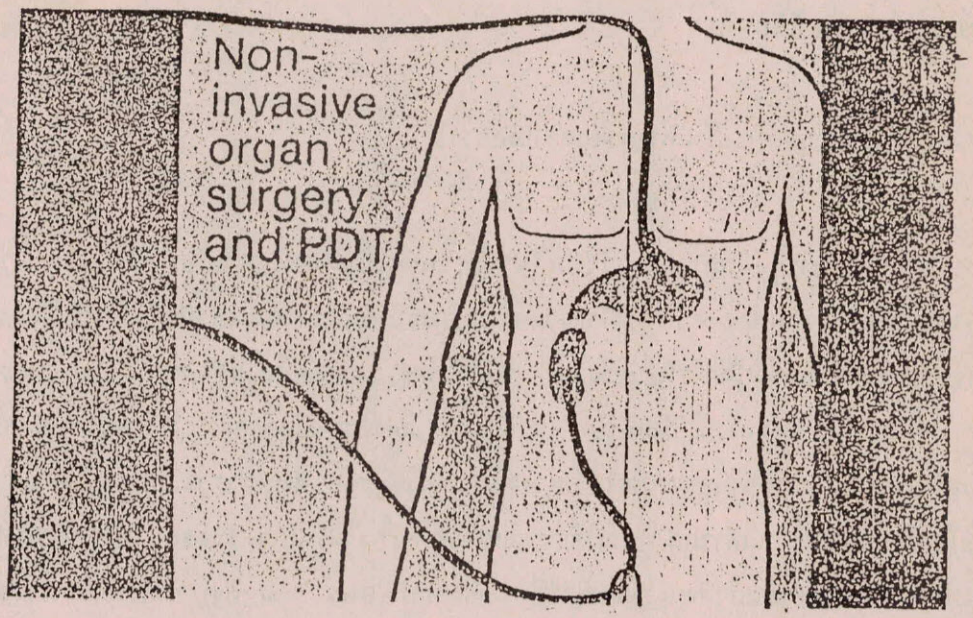
ระบบดายเลเซอร์ได้มีบทบาทในทางการแพทย์อย่างกว้างขวาง ทั้งเราสามารถปรับความยาวช่วงคลื่น λ ได้ในช่วงกว้าง โดยมากเราจะใช้สารดายเลเซอร์ที่เรียกว่าโรดามีน 6 จี (Rhodamine 6G) ผลิตแสงเลเซอร์ที่มีอยู่ระหว่าง 550mm - 650 mm ซึ่งแพทย์นำไปเลือกใช้ให้เหมาะสมกับการรักษาและบำบัดได้ในกรณีต่าง ๆ มาก อาทิเช่น การบำบัดโรคเกี่ยวกับเรตินาของนัยน์ตา ดายเลเซอร์นั้นมีคุณสมบัติพิเศษที่สามารถให้แสงเลเซอร์ออกมาแบบต่อเนื่อง (Continuous wave ; cw) หรือแบบเป็นช่วง ๆ ที่เรียกว่าพัลส์ ในปี ค.ศ. 1987 P.Teng และคณะที่สหรัฐอเมริกา ได้ประสบผลสำเร็จเกี่ยวกับการนำแสงดายเลเซอร์ชนิดที่เป็นพัลส์ส่งไปตามท่อที่ประกอบด้วย **เส้นใยนำแสง** ที่สอดเข้าตามทางเดินปัสสาวะไปยังไต ผลการผ่าตัดทำลาย นิ่ว (Kidney stone) ที่ไตแตกกระจายและละลายออกมาตามปัสสาวะเป็นผลสำเร็จ

ในทำนองเดียวกับการผ่าตัดนิ่วที่อยู่ในไต นักฟิสิกส์และนายแพทย์ได้ประสบผลสำเร็จในการยิงแสงเลเซอร์จากระบบนีโอดิเมียมแยกเลเซอร์ไปตามเส้นใยนำแสง โดยส่งผ่านท่อ **เอนโดสโคป (Endoscope)** ที่สอดลงไปตามทางท่ออาหารเพื่อใช้แสงเลเซอร์ยิงรักษาปิดแผลในกระเพาะอาหารในการบำบัดโดยวิธีการนี้แสงเลเซอร์จะทำการ "ผ่าตัด" และปิดแผลที่กระเพาะไปในตัว ไม่ทำให้เกิดโลหิตไหลออกมาหรือเกิดบาดแผลใหม่แต่อย่างใด ทำให้การรักษาหายได้เร็วขึ้น นอกจากนี้ได้มีการทดลองนำเอ็กซิเมอร์เลเซอร์ ผ่านเส้นใยนำแสงที่มีขนาดเล็กพิเศษเข้าไปทำการยิงทำลายสิ่งที่กีดขวางอุดตัน (plaque) ในเส้นเลือด โดยเฉพาะบริเวณหัวใจได้สำเร็จ ทำให้ไม่ต้องทำการผ่าตัดใหญ่ในบริเวณหัวใจหรือทรวงอก คนไข้จะฟื้นหายจากโรคได้อย่างรวดเร็วอีกด้วย

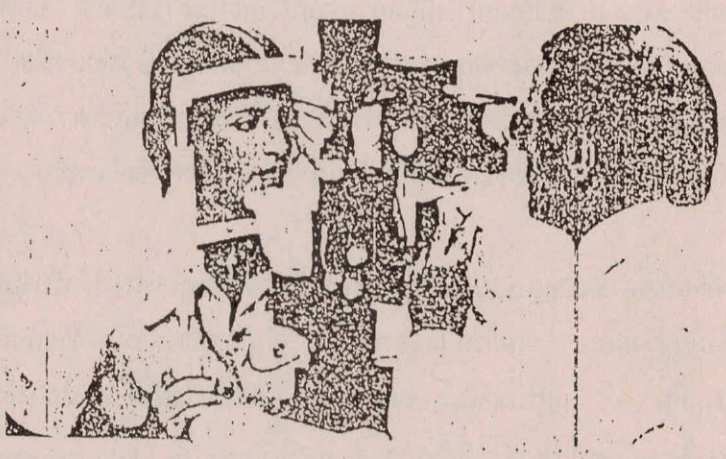
ในด้านการผ่าตัดทั่ว ๆ ไปนั้น คาร์บอนไดออกไซด์เลเซอร์ และนีโอดิเมียมแยกเลเซอร์ ที่ให้แสงเลเซอร์แบบต่อเนื่องได้ถูกนำมาใช้ในการผ่าตัดโรคเนื้อร้าย (Tumor) บริเวณขั้วปอดได้สำเร็จโดยไม่ต้องผ่าตัดใหญ่บริเวณทรวงอกแต่อย่างใด และในการผ่าตัดโดยแสงเลเซอร์ไม่มีบาดแผลเกิดขึ้นและไม่มีการเสียเลือด เนื้อร้ายจะถูกรังสีความร้อนของแสงเลเซอร์ทำลายระเหยเป็นไอถูกสูบออกมาจากบริเวณผ่าตัด และเมื่อผ่าตัดเสร็จแล้วคนไข้จะหายกลับบ้านได้เร็วขึ้น นับว่าเป็นความสะดวกอย่างยิ่ง

ในสมัยก่อนนั้นการบำบัดรักษาโรคตาที่บริเวณเรตินา อันเกิดจากสาเหตุของโรคเบาหวาน (Diabetis) ที่เรียกว่า ไออะบิติค เรติโนพาธี (Diabetic Retinopathy) ทำได้ยากมาก เพราะบริเวณเรตินาเป็นบริเวณที่มีความละเอียดอ่อนและยากต่อการใช้เครื่องเข้าไปถึง ในปัจจุบัน นายแพทย์สามารถใช้แสงอาร์กอนเลเซอร์ทำการโฟกัสยิงทำลายบดปมเส้นโลหิตฝอยที่ร่างกายสร้างมาครอบคลุมเส้นประสาทการรับภาพที่บริเวณเรตินาได้เป็นผลสำเร็จและใช้เป็นวิธีการรักษาหลักสำหรับโรคนี้โดยเฉพาะทำให้คนไข้ที่นัยน์ตาจะบอดอันเนื่องมาจากสาเหตุของโรคเบาหวานได้มีโอกาสมองภาพต่าง ๆ ได้อย่างชัดเจน ในการบำบัดทำลายปมเส้นโลหิตที่บริเวณเรตินานี้ ใช้แสงอาร์กอนเลเซอร์ยิงเป็นพัลส์

เป็นเวลาประมาณ 10 นาทีก็เสร็จ คนไข้จะไม่มีความเจ็บปวดแต่อย่างใด ไม่มีการเสียโลหิตแต่อย่างใด เมื่อยิงแสงเลเซอร์เสร็จแล้วก็กลับบ้านได้ทันที นับว่าเป็นผลสำเร็จอย่างงดงามอีกประการหนึ่งของการประยุกต์แสงเลเซอร์ในวงการแพทย์



รูป 12.13 หลักการใช้แสงดายเลเซอร์ทำการผ่าตัดทำลายนิ่วในไต



รูปที่ 12.14 แสดงการใช้อาร์กอนเลเซอร์หรือ (ในบางกรณี) นีโอดีเมียมแยกเลเซอร์ในการรักษาโรคที่บริเวณนัยน์ตา

ในปัจจุบันการวิจัยและพัฒนาระบบเลเซอร์เพื่อใช้ในทางการแพทย์ตลอดจนการศึกษาเทคนิคของการใช้เลเซอร์ในการบำบัดได้กระทำกันอยู่อย่างกว้างขวาง และเป็นที่น่ายินดีที่วงการวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและวงการแพทย์ไทยได้ติดตามอย่างใกล้ชิดและมีขีดความสามารถในการใช้เลเซอร์ในทางการแพทย์เพิ่มขึ้นเป็นลำดับ

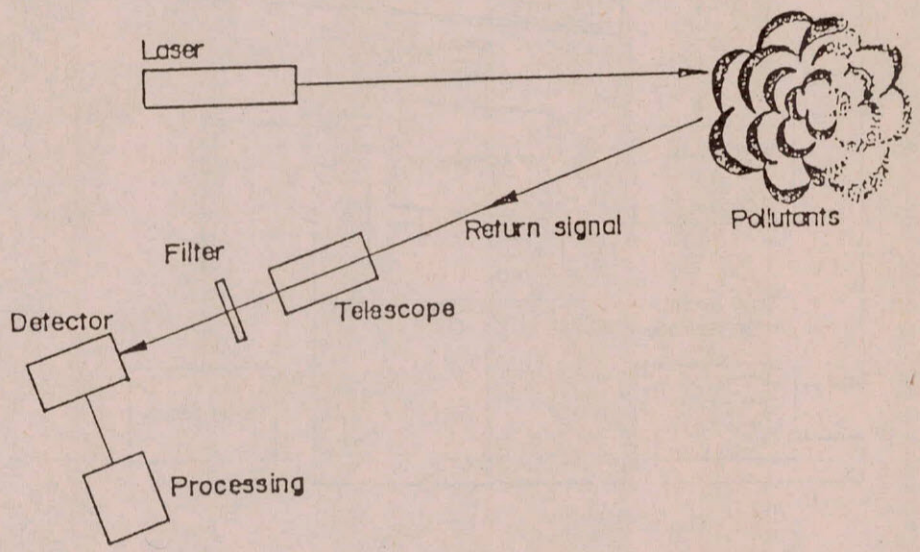
12.4.4 การประยุกต์ทางด้านการตรวจสอบมลภาวะ

ในการสำรวจมลภาวะโดยวิธีปกตินั้นมีความจำเป็นต้องทำการเก็บตัวอย่างจากบริเวณที่มีผลภาวะ อาทิเช่น ปากปล่องควันของโรงงานหรือบริเวณปากท่อน้ำเสีย แล้วนำตัวอย่างที่ได้มานั้นมาทำการวิเคราะห์ในห้องปฏิบัติการที่อยู่ห่างไกล จึงทำให้การวิเคราะห์ไม่ได้ทำทันทีทันใด และผลการวิเคราะห์ก็ไม่ทันต่อเหตุการณ์ ถึงแม้ในบางกรณีอาจจะมีเครื่องมือติดตั้งอยู่ในบริเวณนั้น แต่ สภาพแวดล้อมไม่อำนวยและเครื่องมืออาจเสียได้ง่าย ดังนั้น การใช้เลเซอร์ทำการตรวจสอบ (Laser monitoring) จึงเป็นวิธีที่สะดวก กล่าวคือ เราใช้แสงเลเซอร์ฉายส่องไปทำการตรวจสอบไปยังบริเวณที่ต้องการสำรวจ และมีเครื่องรับส่งสัญญาณเลเซอร์ที่กระเจิงกลับ (Back Sdatterig) ทำการวิเคราะห์ผลรู้ได้ทันท่วงที วิธีการใช้เลเซอร์สำรวจมลภาวะมีหลายรูปแบบและหลายสถานภาพซึ่งมีรายละเอียดมาก ในที่นี้เราจะกล่าวถึงแต่พอสังเขปถึงวิธีการที่สำคัญ ดังนี้

1. การตรวจวัดมลภาวะโดยวิธีการดูดกลืน (Absorption Method) ในกรณีนี้เราใช้แสงเลเซอร์ที่ปรับความถี่ของแสงหรืออีกนัยหนึ่งก็คือสามารถปรับความยาวคลื่น λ ของเลเซอร์ เลเซอร์ที่ใช้ได้แก่ ดายเลเซอร์ เมื่อแสงดายเลเซอร์ส่องผ่านบริเวณที่มลภาวะที่เป็นพวกแก๊ส เราติดตั้งเครื่องวัดเพื่อทำการวัดความเข้มของแสงเลเซอร์ภายหลังที่ผ่านบริเวณที่มีมลภาวะแล้ว ความเข้มที่วัดได้จะลดลงเพราะได้มีการดูดกลืนจากแก๊สในบริเวณดังกล่าว ดังนั้น เมื่อเราเปลี่ยนค่าช่วงคลื่น λ ต่าง ๆ กัน

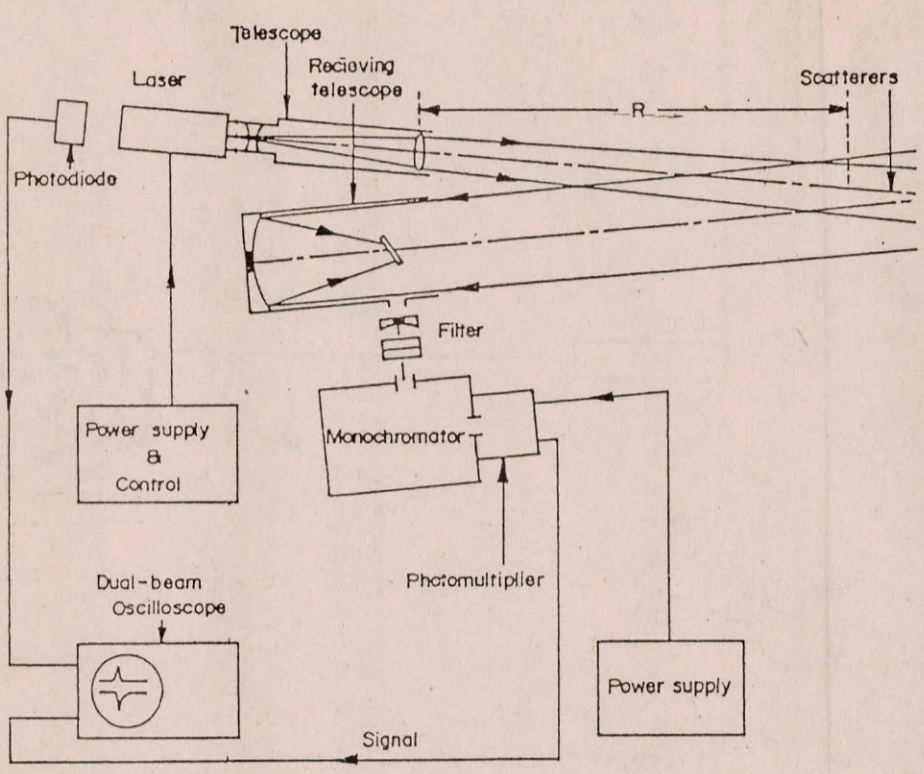
2. ออกทิคอลเรด้าร์ (Optical Radar) วิธีการนี้เราใช้เทคนิคทางเรด้าร์มาประยุกต์ กล่าว คือ คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีช่วงคลื่น ในย่านไมโครเวฟซึ่งใช้กับระบบเรด้าร์ไฟฟ้าถูกเปลี่ยนเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีช่วงคลื่น λ ในย่านของแสงเลเซอร์แทน ดังนั้นจึงเรียกเทคนิคดังกล่าวเป็น **ออฟทิคอลเรด้าร์** ในบางครั้งเทคนิคนี้เรียกว่า **ลิด้าร์ (Lidar)** ซึ่งย่อมาจาก **Light detection and ranging** วิธีการนี้ใช้แสงเลเซอร์ที่เป็นพัลส์ ยิ่งขึ้นไปในบริเวณที่จะทำการตรวจวัดสภาพมลภาวะแล้ววัดแสงเลเซอร์ที่กระเจิงกลับด้วยเครื่องไฟโตมัลติฟลายเออร์ (Photomultiplier) และวิเคราะห์ด้วยวิธีการที่คล้ายคลึงกับการใช้เรด้าร์ตรวจ วิธีการนี้เหมาะสำหรับตรวจวัดจำนวนความเข้มข้นของอนุภาค

(Concentration of pulluting gas or dusts) ซึ่งเป็นวิธีการที่ตรวจสอบแบบการรับรู้จากระยะไกล (Remote sensing) และทราบผลการวิเคราะห์ได้ทันที



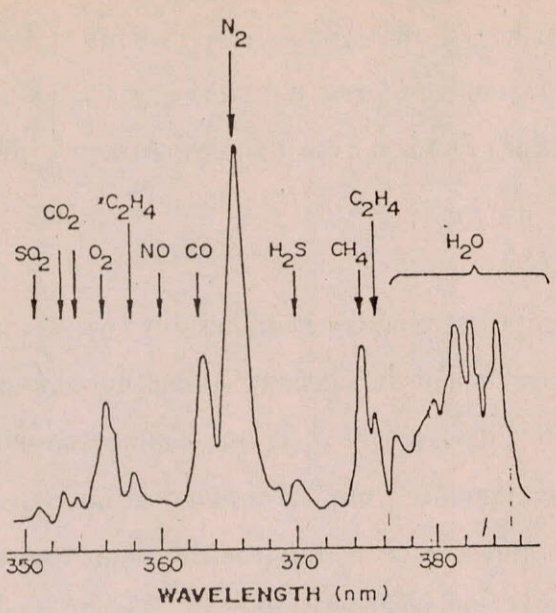
รูป 12.15 แสงวิธีการตรวจวัดมลภาวะ โดยวิธีการลิดาร์ (Lidar)

3. รามานแบคสแคตเตอร์ริง (Raman Backscattering) วิธีการนี้ใช้หลักของกระเจิง (scattering) ของแสงเมื่อกระทบกับโมเลกุลของแก๊สต่าง ๆ ซึ่งเรียกว่ารามานสแคตเตอร์ริง หรือ รามานชิฟท์ (Raman Shift) ของคลื่นแสงภายหลังที่ถูกกระเจิง โดยโมเลกุลของแก๊ส วิธีการนี้เราใช้แสงเลเซอร์ที่เป็นพัลส์ จากระบบรูบีเลเซอร์ หรือแสงบริสุทธิ์ที่เกิดจากเช็คกันฮาร์โมนิค (Second harmonic) ของลำแสงนีโอดิเมียมแยกเลเซอร์ซึ่งแสงบริสุทธิ์นี้มีความยาวคลื่น λ = 530 mm. (ในรูปแบบพัลส์) ส่องไปยังบริเวณที่มีมลภาวะและวัดรามานวิฟท์ของคลื่นแสงที่ถูกกระเจิงกลับผ่านเทเลสโคปแล้วเข้าเครื่องวัดความยาวคลื่น (Monochromator) แล้วให้แสดงปรากฏที่จอเครื่อง



รูป 12.16 แสดงการติดตั้งเครื่องมือที่ใช้ตรวจสอบมลภาวะโดยวิธีรามานแบคสแคตเตอร์ริง เพื่อตรวจสอบมลภาวะต่าง ๆ ในบรรยากาศ

ออสซิลโลสโคปทำการวิเคราะห์การเปลี่ยน (shift) ของคลื่นที่กลับมา ดังแสดงวิธีการตรวจสอบไว้ในรูปที่ 12.11 เมื่อวัดการเปลี่ยนแปลงได้แล้วก็นำไปเปรียบเทียบกับตารางข้อมูลของการเปลี่ยนที่เกิดจากรามานชิฟท์ของแก๊สต่าง ๆ จะทำให้ทราบได้ว่าบริเวณนั้นมีแก๊สชนิดใดปนอยู่บ้าง ดังที่แสดงเป็นตัวอย่างในรูปที่ 12.17



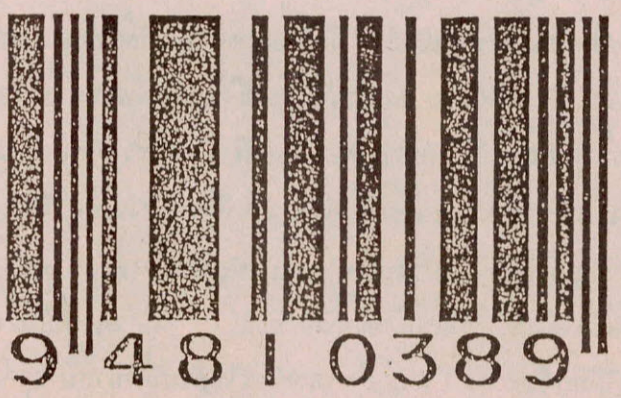
รูป 12.17 แสดงการกระจายสเปคตรัมของรามานชิฟท์ (Spectral distribution of Raman-shifted) จากโมเลเกุลของแก๊สต่าง ๆ ที่กระจายอยู่ในกลุ่มควันที่เกิดจากการเผาน้ำมัน

12.4.5 การประยุกต์ทางด้านธุรกิจ การค้า และเลเซอร์กราฟฟิค

ได้มีการวิจัยและพัฒนา และทดลองใช้ระบบเลเซอร์ในวงการธุรกิจ การค้า และทางด้านเลเซอร์กราฟฟิค (Laser Graphics) มาเป็นระยะเวลานานตั้งแต่สมัยค้นพบระบบฮีเลียม-นีออนเลเซอร์แล้ว ในปัจจุบันนี้การประยุกต์ใช้ระบบฮีเลียม-นีออนเลเซอร์และกัลเลียมอาร์เซนายด์เลเซอร์ (Gallium Asenide laser ; GaAs laser) ได้ประสบผลสำเร็จและใช้กันอย่างแพร่หลายในวงการธุรกิจ การค้าและโดยเฉพาะด้านเลเซอร์กราฟฟิคที่เกี่ยวกับการพิมพ์สีแยกสี และระบบสื่อสารที่เรียกว่า **โทรสาร (Facsimile)** เนื่องจากมีการประยุกต์ใช้เลเซอร์ในด้านนี้หลายแง่หลายวิธีการ ในที่นี้เราจะกล่าวถึงหลักการและวิธีการสำคัญที่ใช้กันโดยทั่วไปคือ ระบบ **รหัสสินค้า (Bar Code)** ที่ใช้บอกประเภทราคาและข้อมูลของสินค้าหรือใช้ในการจำแนกไปรษณียภัณฑ์ ตลอดจนเป็นรหัสสั่งรายการอาหารในภัตตาคาร ที่ทันสมัยได้อีกด้วย การประยุกต์ของเลเซอร์ในด้านนี้ที่น่าสนใจและได้เข้ามาแพร่หลายในประเทศของเราแล้วก็คือ **วิดีโอดิสค์ (Vedio Disc)** และ **ออดิโอดิสค์ (Audio Disc)** ที่เรียกในภาษาการค้าว่า **คอมแพคดิสค์ (Compact Disc ; CD)** ในเรื่องของการเล่นดูวิดิโอและเครื่องเสียง เป็นต้น

1. ระบบรหัสสินค้า ระบบรหัสสินค้านี้เป็นระบบที่ใช้กับสินค้าหรือพัสดุภัณฑ์ โดยมีรหัสติดบอกคุณสมบัติเฉพาะราคา ประเภท และข้อมูลต่าง ๆ ของสิ่งนั้น ๆ ลักษณะของรหัสก็คือ แถบตั้ง (Vertical Strip) หนา/บาง แตกต่างกันเรียงขนานกันและมีตัวเลขกำกับ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 12.18 ซึ่งแสดงรหัสสินค้าติดอยู่ที่สินค้า คือ **หมวก กีฬาสำหรับ ชาย, ขนาด** $7\frac{1}{4}$ **สีฟ้า, ยี่ห้อ แอร์สต็อค, สาขาที่จำหน่าย** เป็นต้น

โดยมากรหัสสินค้าจะประกอบด้วยแถบตั้งที่มีความหนา/บางแตกต่างกัน เรียงขนานกันโดยมีระยะระหว่างแถบแตกต่างกันออกไป และมีตัวเลขหนึ่งหลักกำกับแถบตั้งแต่ละแถบ ส่วนใหญ่มักจะนิยมแถบตั้งขนานกัน 10 แถบตั้ง (ตัวเลข 0 ถึง 10) เมื่อแสงเลเซอร์ซึ่งส่งออกมาจาก **เครื่องอ่าน (Reading head)** ส่งกระทบแถบตั้งเหล่านั้นก็จะกระทบแถบดำ แถบขาว แตกต่างกัน ความเข้มของแสงที่สะท้อนกับอันเกิดจากความหนา/บาง และระยะระหว่างแถบแตกต่างกันจะปรากฏบนเครื่องวัดทางแสง (Photo detector) และส่งข้อมูลเข้าระบบลอจิค (Logic) ในเครื่องคอมพิวเตอร์ขนาดเล็ก เครื่องคอมพิวเตอร์ก็จะพิมพ์ราคาของสินค้านั้นออกมาในใบเสร็จรับเงิน นอกจากจะพิมพ์ราคาสินค้าแล้ว เครื่องคอมพิวเตอร์ก็จะพิมพ์ตามโปรแกรมที่ตั้งไว้ อาทิเช่น ประเภทสินค้า บริษัทผู้ผลิตและจัดทำสต็อคและอินเวนทอรี่ (Inventory) ทำให้ผู้จัดการและฝ่ายจัดส่งสินค้าทราบ **ทันที** ว่าสินค้าประเภทใดขายออกไปแล้ว ดังนั้นก่อนจะปิดร้านในวันนั้นผู้จัดการจะทราบทันที รายละเอียดต่าง ๆ ของสินค้าที่ขายไป ประเภท บริษัทผู้ผลิต สต็อคสินค้า และยอดเงินขายได้ในวันนั้น ก่อนที่พนักงานเก็บเงินและสมุหบัญชีมารายงานเสียอีก ระบบรหัสสินค้านี้ได้มีการนำเข้ามาใช้ในประเทศไทยอย่างจริงจังเป็นครั้งแรกที่ห้างสรรพสินค้าที่มีชื่อแห่งหนึ่งในกรุงเทพ เมื่อปี พ.ศ. 2531 แล้ว ขณะนี้กำลังจะมีการใช้ อย่างแพร่หลายต่อไปอีกมาก

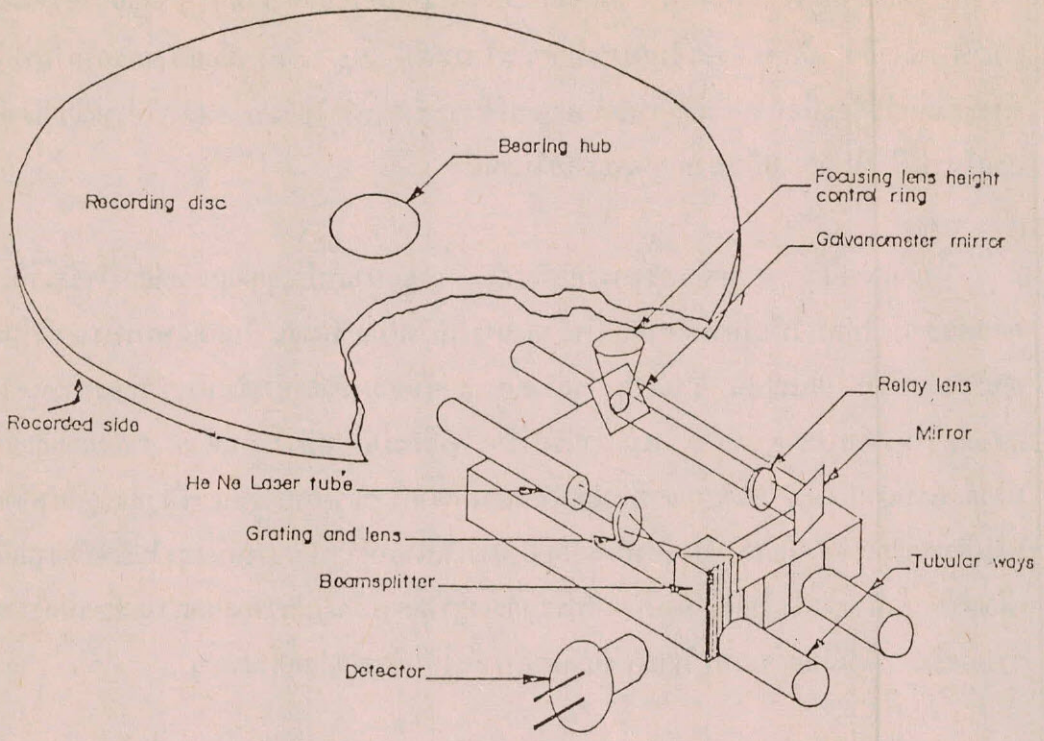


รูป 12.18 แสดงภาพรหัสสินค้า (Bar code) และตัวเลขกำกับ รหัสสินค้า มีติดไว้ที่สินค้าหรือพัสดุภัณฑ์เพื่อบอกราคา ประเภท และข้อมูลต่าง ๆ ของสิ่งนั้น ๆ

หลักการของรหัสสินค้านี้ ในต่างประเทศได้นำไปประยุกต์ใช้ในการ **จำแนกไปรษณียภัณฑ์** ต่าง ๆ กล่าวคือ รหัสสินค้าจะทำหน้าที่เป็นรหัสไปรษณีย์ (Zip Code) เมื่อแสงเลเซอร์อ่านรหัสที่ติดข้างกล่องแล้วก็จะป้อนไปยังเครื่องคอมพิวเตอร์ซึ่งจะสั่งการต่อไปยังเครื่องแยกไปรษณียภัณฑ์ให้คัดแยกไปรษณียภัณฑ์ออกเป็นพวก ๆ ตามรหัสไปรษณีย์

นอกจากนี้ หลักการของรหัสสินค้า ยังถูกนำมาประยุกต์และทดลองใช้ร่วมกับระบบคอมพิวเตอร์ ในการให้บริการเกี่ยวกับการสั่งอาหาร เสิร์ฟ และคิดเงิน ในภัตตาคารบางแห่งในสหรัฐอเมริกา ยุโรป และญี่ปุ่น บ้างแล้ว กล่าวคือ ลูกค้าเข้ามาสั่งอาหารรับประทานจะทำเครื่องหมาย (Mark) ในรายการอาหารพิเศษ พนักงานรับใช้จะใช้เครื่องอ่านที่ประกอบด้วย ระบบกัลเลียมอาร์เซนายด์ (GaAs Laser) ส่งแสงเลเซอร์ออกมาอ่านรหัสจากรายการอาหารนั้น ข้อมูลจะถูกส่งเข้าเครื่องคอมพิวเตอร์กลางส่งข้อมูลไปยังห้องประกอบอาหารจัดทำอาหาร อีกทางหนึ่งส่งไปที่พนักงานเก็บเงินเพื่อเตรียมรอทำใบเสร็จรับเงิน ทั้งนี้ทำให้ประหยัดเวลาในการเดินไปมาและลดความสับสนต่าง ๆ และรายจ่ายอื่น ๆ ได้เป็นอย่างมาก ในกรณีที่ภัตตาคารนั้นให้บริการแก่ลูกค้ามาก ๆ

2. ระบบวิดิโอดิสค์ เลเซอร์ได้มีบทบาทในการใช้ในกิจการบันเทิงและบริการทางด้านวิดิโอตั้งแต่กลางทศวรรษ 1970 ทั้งนี้ได้มีความพยายามที่จะใช้แสงเลเซอร์ในการอ่าน (Optical readout) แทนการอ่านทางเครื่องกลไก (Mechanical readout) ทั้งนี้การอ่านเทปหรือแถบบันทึกข้อมูลผ่านเครื่องกลไกนั้นจะทำให้เกิดการสึกหรอและมีเสียงรบกวน (Noise) ทำให้ภาพหรือสัญญาณที่ออกมาไม่ชัดคม การใช้ความบริสุทธิ์ทางแสงเลเซอร์ในการอ่านเทปจะทำให้ไม่มีสัมผัส (Noncontact) ของเครื่องมือ ไม่มีการสึกหรอ ไม่มีสัญญาณ (Noise)รบกวนแต่อย่างใด ในปัจจุบันได้มีเครื่องเล่นวิดิโอที่ใช้เลเซอร์เป็นตัวอ่านนั้นเริ่มมีใช้แพร่หลายมากขึ้น ทั้งด้านวิดิโอดิสค์และออดิโอดิสค์ (Audio Disc) หรือที่เรียกว่า **คอมแพคดิสค์** รูปที่ 12.19 แสดงรายละเอียดและการทำงานของวิดิโอดิสค์

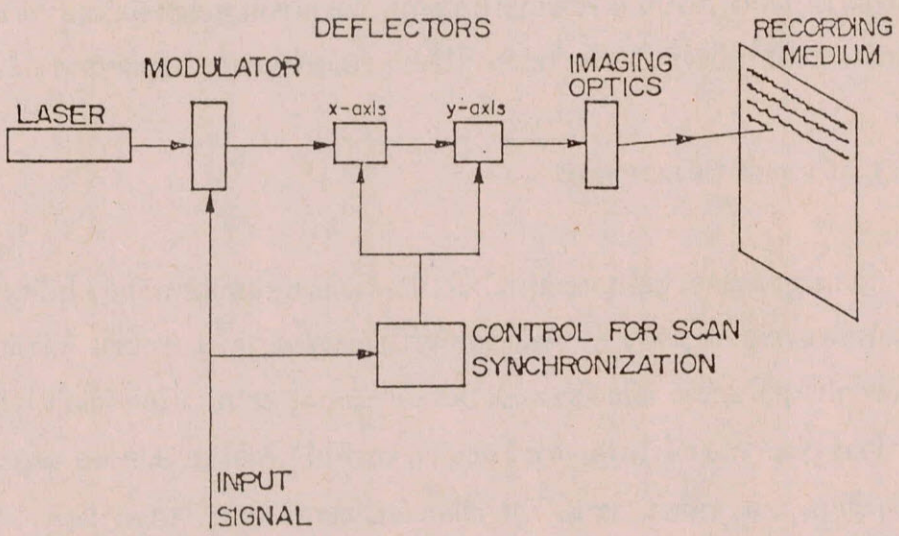


รูป 12.19 แสดงรายละเอียดของเครื่องเล่นวิดิโอดิสค์ (Video Disc Playback Unit) แผ่นวิดิโอดิสค์ถูกอ่าน (scanned) จากด้านล่างด้วยแสงฮีเลียมนีออนเลเซอร์

แผ่นวิดิโอดิสค์ จะถูกบันทึกข้อมูลไว้เป็นร่องลึกขดรอบ ๆ (Spiral) จุดศูนย์กลางของแผ่น ร่องลึก (Track) เหล่านั้นมีความกว้าง ความลึก และระยะห่างระหว่างร่องแตกต่างกันออกไป ความกว้างของร่องลึกจะมีค่าน้อยกว่าพิฟแฟรคชั่นลิมิต (Diffraction limit) ของเลนซ์ที่ใช้โฟกัสแสงเลเซอร์ที่ส่องมายังร่องนั้น แสงฮีเลียม-นีออนเลเซอร์ส่งผ่านเลนซ์ซึ่งโฟกัสไปยังร่องบนแผ่นวิดิโอดิสค์ ความลึกของร่องจะทำให้เกิดการแทรกสอดหักล้างกัน ในส่วนของแสงเลเซอร์ที่สะท้อนกลับ (Reflected beam) ทำให้ความเข้มของแสงเลเซอร์ที่สะท้อนกลับลดลง แสงเลเซอร์สะท้อนกลับจะถูกรวบรวม (Collected) โดยเลนซ์เนื่องจากมีความเข้มของแสงสะท้อนกลับแตกต่างกันออกไป ซึ่งเป็นไปตามข้อมูลที่บันทึกไว้ในแผ่นวิดิโอดิสค์ จากนั้นแสงจะผ่านเข้าเครื่องโฟโตไดโอด และเปลี่ยนเป็นสัญญาณไฟฟ้า และถูกแสดงออกมาทางจอโทรทัศน์ ระยะทางระหว่างแผ่นวิดิโอดิสค์ (ซึ่งหมุนไปรอบ ๆ แกนกลาง) กับเลนซ์ที่โฟกัสแสงเลเซอร์นั้นถูกควบคุมด้วยระบบเซอร์โว (Servo system) ที่จะรักษาระยะโฟกัสให้คงที่เสมอ หลักการของออดิโอดิสค์ (Audio Disc) หรือที่เรียกว่า คอมแพคดิสค์ ก็เช่น

เดียวกันกับหลักการของวิดิโอดิสค์ ขณะนี้ระบบทั้งสองกำลังใช้กันอย่างแพร่หลายมากขึ้นภายในประเทศของเราแล้ว

3. เลเซอร์กราฟฟิค (Laser Graphics) เลเซอร์กราฟฟิคได้มีบทบาทที่สำคัญเกี่ยวกับการพิมพ์และการ **ส่งโทรสาร** อย่างมาก การพิมพ์ในปัจจุบันที่เกี่ยวกับหนังสือพิมพ์ ตำราและหนังสือต่าง ๆ นั้นล้วนแต่อาศัยหลักการของเลเซอร์กราฟฟิคทั้งสิ้น หลักการของเลเซอร์กราฟฟิคได้ถูกแสดงไว้ในรูปที่ 12.20 ระบบเลเซอร์กราฟฟิคนั้นใช้แสงเลเซอร์ฮีเลียม-นีออน หรืออาร์กอนเลเซอร์



รูปที่ 12.20 แสดงหลักการของระบบเลเซอร์กราฟฟิค

เป็นส่วนใหญ่ในการอ่านและบันทึกข้อมูล กล่าวคือ แสงเลเซอร์จะทำหน้าที่กวาด (Scan) แผ่นเอกสารหรือรูปภาพหรือสิ่งที่จะต้องการพิมพ์ ลำแสงจะถูกกวาดไปตามลักษณะของโปรแกรมที่ตั้งไว้โมดูลเลเตอร์ (Modulator) จะทำหน้าที่ปิด/เปิด และทำให้เกิดรูปแบบ (Pattern) ที่ต้องการแผ่นที่ใช้บันทึกข้อมูล (แสงเลเซอร์) นั้นใช้แผ่นฟิล์มที่ฉาบด้วยเงินแห้ง (Dry Silver) เมื่อบันทึกเสร็จแล้วเรานำแผ่นนั้นไปรับความร้อนก็จะเป็นการล้าง สำเร็จเป็นข้อมูลที่ถาวรต่อไป การประยุกต์ของเลเซอร์กราฟฟิคนี้มีตัวอย่างการใช้งาน อาทิเช่น การส่งภาพเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นข้ามทวีปโดยใช้แสงเลเซอร์อ่านภาพ แล้วส่งสัญญาณไปทางคลื่นไมโครเวฟไปยังดาวเทียม และส่งกลับมายังสถานีรับสัญญาณ ซึ่งอยู่ห่างไกลคนละทวีปและส่งสัญญาณไฟฟ้านั้นเข้าโรงพิมพ์ ที่โรงพิมพ์ก็จะมีเครื่องเลเซอร์กราฟฟิคประจำอยู่ จะถ่ายทอดสัญญาณ (ภาพ) เหล่านี้ออกมาเป็นภาพจริง นำลงพิมพ์ได้ทันที วิธีการนี้เรียกว่า **เลเซอร์กราฟฟิค-ไวร์โฟโตทรานมิสชั่น (Laser Graphic Wirephoto Transmission)** ซึ่งใช้กันอย่างมากในการ

สื่อข่าวสารและภาพข้ามทวีป ทำได้อย่างรวดเร็ว ประสิทธิภาพสูง ภาพคมชัดเจนมาก การประยุกต์ของเลเซอร์กราฟฟิคอีตัวอย่างหนึ่งก็คือ **โทรสาร** ซึ่งใช้กันอย่างกว้างขวางในวงการค้าติดต่อสื่อสารข้อความต่าง ๆ ในระยะทางไกล ๆ ได้อย่างรวดเร็ว ในระบบโทรสารจะมีเลเซอร์ขนาดเล็กกำลังต่ำคือ ฮีเลียม-นีออนเลเซอร์ ทำการอ่านภาพหรือข้อความที่จะส่งไปและในขณะเดียวกันก็จะมีเลเซอร์อีกตัวหนึ่งทำการบันทึกเป็นข้อมูลลงบนแผ่นกระดาษหรือฟิล์มโดยที่เลเซอร์ทั้งสองตัวเคลื่อนไหวพร้อม ๆ กับ (Synchronous movement) หลักการส่งก็เช่นเดียวกันกับการส่งแบบ Laser Graphic Wirephoto Transmission หากแต่การพิมพ์ข้อความออกมานั้นใช้เป็นแบบระบบซีรอกซ์ (Xerox) ซึ่งพิมพ์ลงบนกระดาษธรรมดาซึ่งมีอัตราการพิมพ์ประมาณ 1 นาที/หน้า ในบางกรณีที่แผ่นบันทึกข้อมูลเป็นแบบฟิล์มที่ฉาบด้วยเงินแห้ง การบันทึกใช้ระบบการถ่ายภาพ อัตราการพิมพ์จะสูงขึ้นเป็นประมาณ 5 - 10 วินาที/หน้า เป็นต้น ในปัจจุบันนี้เครื่องโทรสารมีใช้กันอย่างแพร่หลายในประเทศของเราแล้ว

12.4.6 การประยุกต์ทางด้านการทหาร

การประยุกต์เลเซอร์ในด้านการทหารได้มีมานับตั้งแต่การค้นพบเลเซอร์แล้ว ในปัจจุบันก็ยังทำการค้นคว้าพัฒนาระบบอาวุธต่าง ๆ โดยมีเลเซอร์เข้าไปเกี่ยวข้องมากขึ้น อาทิเช่น โครงการป้องกันและทำลายขีปนาวุธนิวเคลียร์ ที่เรียก Strategic Defense Initiative ZSDI หรือที่เรียกกันโดยทั่ว ๆ ไปว่า **สตาร์วอร์ (Star War)** ซึ่งในโครงการนี้ ระบบเลเซอร์ที่ให้กำลังสูง (High Power lasers) หลาย ๆ ระบบเกี่ยวข้องอยู่มาก อาทิเช่น ระบบ **นีโอดิเมียมกลาสเลเซอร์ (Nd : Glass laser)** ระบบ **ฟรีอิเล็กตรอนเลเซอร์ (Free Electron Laser ; FEL)** ระบบ **แกสไดนามิคเลเซอร์ (Gas Daynamic Laser)** ระบบ **เคมีคอลเลเซอร์ (Chemical Laser-Hydrogen Fluoride Laser)** เป็นต้น อย่างไรก็ตามการประยุกต์ของเลเซอร์ในด้านการทหารในด้านรายละเอียดนั้นยังปกปิดเป็นความลับ ดังนั้นเราจะสรุปพอสังเขปได้เป็นแนวทางดังนี้คือ (i) การใช้เลเซอร์เป็นเครื่องวัดระยะทาง (Laser Rangefinder) (ii) การใช้เลเซอร์ทำการส่องชี้เป้าเพื่อการนำวิถี (Laser Target Designator) และ (iii) การใช้เลเซอร์กำลังสูงเพื่อการทำลาย (High Power Laser Weapons)

1. การใช้เลเซอร์เป็นเครื่องวัดระยะทาง (Laser Rangefinder) เครื่องวัดระยะทางนี้ใช้ระบบนีโอดิเมียมแยกเลเซอร์ (Q-switched pulse) ที่มีพัลส์วิดช์ (pulsewidth) ประมาณ 10 ns. เครื่องนีโอดิเมียมเลเซอร์เล็กมาสามารถประกอบติดกับกล้องสายตาส่องทางไกล (Binoccoular) ส่องดูเป้าได้ไกลประมาณ 10 - 15 กิโลเมตร แล้วทำการยิงเลเซอร์ไปที่เป้าวัดแสงเลเซอร์ที่สะท้อนกลับมา (Back Scattering) เราสามารถวัดระยะเวลาของการเดินทางไป - กลับ ของแสงได้และคำนวณกลับมาเป็นระยะห่างของเป้าได้อย่างแม่นยำ เครื่องวัดระยะทางนี้มีความคลาดเคลื่อนทางระยะทางเพียงประมาณ 1

เมตร จากการวัดระยะทางประมาณ 10 กิโลเมตร เครื่องวัดระยะทางนี้เล็กและเบามากทหารราบนำติดตัวไปในสนามรบ ในบางกรณีก็ใช้ติดตั้งกับรถถังและเครื่อบินรบเพื่อช่วยประกอบในการกำหนดการยิง

2. เครื่องส่องชี้เป้าเพื่อการนำวิถี (Laser Target Designator) ในการรบทางยุทธวิธีนี้มีเป้าหมายยุทธศาสตร์ (Strategic Target) บางอันที่มีการป้องกันสูงและอยู่หลังแนวรบซึ่งเป็นการยากลำบากที่จะทำลายโดยทหารรบ รถถัง หรือปืนใหญ่ เครื่องส่องชี้เป้าโดยเลเซอร์ซึ่งใช้ระบบนีโอดิเมียมแยก (Nd : YAG) ที่ติดบนเครื่องบินหรือติดตัวกับทหารราบกล้าตาย (Commando) จะส่องชี้ไปยังเป้า เมื่อกระทบเป้าแล้วก็จะเกิดแสงสะท้อนกลับ (Back scattering) จะมีเครื่องบินที่ติดลูกระเบิดที่เรียกว่าเลเซอร์บอมบ์ (laser bomb) ที่มีระบบนำวิถีโดยแสงเลเซอร์ (ที่มีช่วยคลื่น λ_{laser} เดียวกับเครื่องส่องชี้เป้า) เครื่องบินจะปล่อยเลเซอร์บอมบ์ และเลเซอร์บอมบ์จะมีระบบนำวิถีดังกล่าวเข้าสู่เป้าที่ถูกส่องชี้โดยแสงเลเซอร์อยู่ และเลเซอร์บอมบ์มีความแม่นยำสูง นักบินปล่อยเลเซอร์เมื่อเครื่องบินอยู่ห่างเป้าประมาณ 10 - 15 กิโลเมตร ความคลาดเคลื่อนของเลเซอร์จะมีเพียงประมาณ 1 เมตร ดังนั้นเป้าหมาย (สะพาน อาคาร ฐาน จรวด ฯลฯ) จะถูกทำลายได้โดยง่ายโดยวิธีนี้

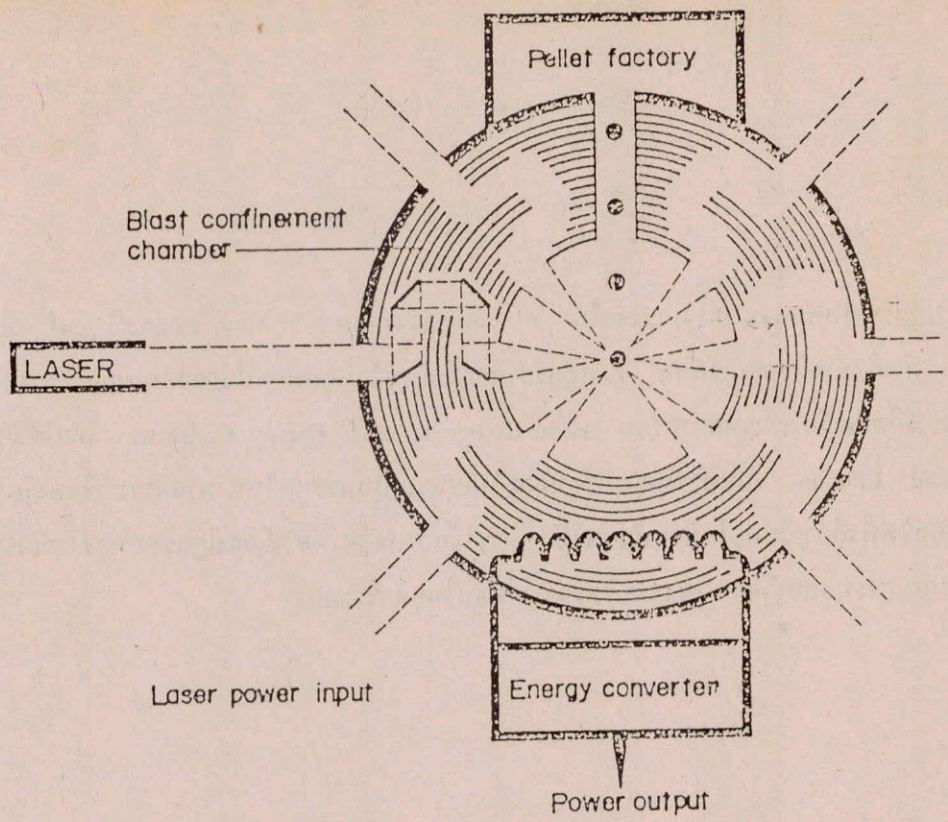
3. เลเซอร์กำลังสูงเพื่อการทำลาย (High Power Laser Weapons) ได้มีการพัฒนาระบบเลเซอร์ต่าง ๆ เพื่อกำลังสูง (high Power) เพื่อการทำลายเป้าหมาย อาทิเช่น ทำลายหัวรบนิวเคลียร์ของขีปนาวุธข้าศึกให้ระเบิดในอวกาศก่อนจะตกลงสู่เป้าหมายทำลายรถถังข้าศึก (โดยการยิงเลเซอร์กำลังสูงเฮลิคอปเตอร์) หรือทำลายเรือรบข้าศึก (โดยการยิงเลเซอร์กำลังสูงจากเครื่องบินหรือเรือรบ) เป็นต้น ขณะนี้ประเทศสหรัฐอเมริกา สหภาพโซเวียต ประเทศยุโรปต่าง ๆ และจีนได้ทำการค้นคว้าทดลองเกี่ยวกับโครงการ SDI อย่างมาก ทั้งนี้ก็เพื่อการใช้ระบบเลเซอร์กำลังสูงติดตั้งในสถานีอวกาศ (Space Station) ทำการยิงหัวรบนิวเคลียร์ของขีปนาวุธข้าศึกให้ระเบิดในอวกาศก่อนตกมาสู่เป้าหมายบนพื้นโลก เมื่อต้นปี ค.ศ. 1989 ได้มีการแสดงของกองทัพอวกาศสหรัฐอเมริกาถึงการประสบผลสำเร็จอย่างดีในการใช้ระบบเลเซอร์กำลังสูงทำลาเครื่องบินทิ้งระเบิดในระยะสูง

12.4.7 การประยุกต์ทางด้านพลังงานเทอร์โมนิวเคลียร์

นักวิทยาศาสตร์ได้พยายามศึกษาค้นคว้าการผลิตพลังงานจำนวนมากโดยปฏิกริยานิวเคลียร์พิชชั่น ซึ่งต้องใช้อุณหภูมิสูงประมาณ 10^8K ปฏิกริยานี้เรียกว่า ปฏิกริยา **เทอร์โมนิวเคลียร์ฟิวชั่น (Thermonuclear Fusion)** ในการที่จะก่อให้เกิดปฏิกริยาแบบนี้เราจำเป็นต้องทำให้เชื้อเพลิง (Fuel) ซึ่งเป็นธาตุไฮโดรเจน (Hydrogen) หลอมตัวเป็นธาตุฮีเลียม (helium, $2H_c^4$) และมีความจำเป็นต้องให้

เชื้อเพลิงอยู่ในสถานะของพลาสมา (Plasma) ที่มีความหนาแน่นสูงมาก มีวิธีการทำให้เกิดพลาสมาดังกล่าว 2 วิธี คือ (i) โดยการใช้สนามแม่เหล็ก (Magnetic confinement) กล่าวคือใช้สนามแม่เหล็กที่มีค่าความเข้มสูงบีบบังคับให้พลาสมาเหล่านั้นอยู่ในบริเวณที่มีปริมาตรน้อย ๆ เพื่อให้เกิดความหนาแน่นสูง วิธีการนี้เป็นวิธีการที่ทำอยู่นานมาแล้วโดยทั่วไป (ii) การใช้ **อินเนอร์เชียลคอนไฟน์เมนต์ (Inertial confinement)** ซึ่งเป็นวิธีการให้ความร้อน (Heating) กับพลาสมาอย่างรวดเร็วมาก จนกระทั่งพลาสมายังอยู่ในลักษณะที่มีอินเนอร์เชียร์ (inertia) เดิมอยู่ การให้ความร้อนในลักษณะนี้กระทำอย่างรวดเร็วในช่วงเวลาพิคโคเซ็คกัน (picosecon ; ps) ก่อนที่พลาสมาจะกระจายตัว (Disperse) ออกไป การเกิดพลาสมาในลักษณะนี้จะก่อให้มีการกดดันกลับ (back compression) เข้าสู่ศูนย์กลางของกลุ่มพลาสมา จะทำให้กลุ่มพลาสมานั้นมีความหนาแน่นสูงมากซึ่งเป็นเงื่อนไขที่จำเป็นอันหนึ่งในการทำให้เกิดปฏิกริยานิวเคลียร์ฟิวชั่น ในการวิจัยและพัฒนานั้นระบบนีโอดิเมียมแยกเลเซอร์ (Nd : YAG laser) ใช้ร่วมกับระบบนีโอดิเมียมกลาสเลเซอร์ (Nd : Glass) ทั้งนี้โอดิเมียมแยกเลเซอร์จะทำหน้าที่ผลิตแสงเลเซอร์ (aster Oscillator) และใช้นีโอดิเมียมกลาสเลเซอร์เป็นตัวขยาย (Amplifier) ความเข้มของแสงเลเซอร์ทั้งสองระบบเลเซอร์ใช้ร่วมกันเป็นระบบใหญ่เรียกว่า **MOPA (Master Oscillator Power Amplifier)** ระบบนี้ถูกสร้างขึ้นและใช้ทำการวิจัยที่ห้องปฏิบัติการ Lawrence Livermore, มหาวิทยาลัยคาลิฟอร์เนียร์ (University of California) สหรัฐอเมริกา ระบบเลเซอร์นี้มีชื่อว่า Argus และในปัจจุบันสหรัฐอเมริกากำลังสร้างระบบเลเซอร์ใหม่ที่ใช้ในปฏิกริยานิวเคลียร์ฟังก์ชั่นมีชื่อว่า ศิวะ-โนวา **(Shiva-Nova laser)** ซึ่งเป็นระบบนีโอดิเมียมกลาสเลเซอร์ (Nd : Glass) ระบบนี้จะให้พลังงานสูงกว่าระบบ Argus ประมาณ 10 - 100 เท่า ในขณะเดียวกัน ที่สหภาพโซเวียตก็กำลังพัฒนา และสร้างระบบนีโอดิเมียมกลาสเลเซอร์ (Ndd: Glass) มีชื่อว่า **คอลฟินเลเซอร์ (Dolphin laser)** เพื่อการทำให้เกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์ฟิวชั่นเช่นเดียวกัน

การทำปฏิกิริยานิวเคลียร์ฟิวชั่นดังกล่าวโดยแสงเลเซอร์ ได้ถูกแสดงเป็นหลักการ ดังในรูปที่ 12.21



รูปที่ 12.21 แสดงหลักการใช้แสงเลเซอร์กำลังสูงหลายลำแสง ทำการเผา (Heating) เมล็ด (pellet) เชื้อเพลิงเพื่อก่อให้เกิดปฏิกริยาเทอร์โมนิวเคลียร์ (Thermonuclear Fusion) บริเวณสีดำทึบ คือเกราะ (Sheild) ป้องกันอันตรายจากรังสีเอ็กซ์ (X-rays) และนิวตรอน (neutron) ที่เกิดจากปฏิกิริยา

เมล็ดเชื้อเพลิง (Pellet) ทรงกลม เส้นผ่าศูนย์กลางประมาณ 0.1 - 0.1 mm. ที่เป็นดิวเทอร์เรียม (Deuterium ; D) และทริเตียม (Tritium, T) ซึ่งต่างก็เป็นไอโซโทป ของธาตุไฮโดรเจน จะถูกแสงเลเซอร์กำลังสูง (กำลังประมาณ 10 KJ และพีคเพาว์เวอร์ 20 - 30 TW) ทำการเผา (Heating) ในระยะเวลาอันสั้น ก่อให้เกิดแอบเบลชั่น (Ablation) ที่ผิวของเมล็ดเชื้อเพลิงแล้วเป็นพลาสมามีความหนาแน่นต่ำ ต่อมาจะเกิดการรวมตัวในบริเวณแคบแบบอินเนอร์เชียลคอนฟายเมนต์ (Inertial Confinement) เป็นพลาสมามีความหนาแน่นสูง และในระยะเวลาใกล้ ๆ กันนั่นเอง (ประมาณ ~10 ps) จะมีเลเซอร์พัลส์กำลังสูงหลายพัลส์ (ดังในรูป 9.18) มาทำการเผา (Heating) พลาสมาความหนาแน่นสูงกลุ่มนั้นต่อไปจนกระทั่งอุณหภูมิของพลาสมานั้นถึง 10^8 °K (ร้อยล้านองศาสเคลวิน)
ปฏิกริยาเทอร์โมนิวเคลียร์ก็จะเกิด ดังสมการ

$$D + T \rightarrow {}_2He^4 + {}_0n_1 (14\ Mev)$$

หรือ

$$ {}_1H^2 + {}_1H^3 \rightarrow {}_2He^4 + {}_0n_1 (14\ Mev) \qquad (12.13)$$

จากปฏิกริยาในสมการ (9.13) เราจะได้ ${}_0n^1$ ที่มีพลังงานจลน์ 14 Mev และจะมี ${}_0n^1$ เป็นจำนวน 10^9 ตัวเกิดขึ้นต่อเลเซอร์พัลส์ ในปฏิกริยานี้จะมีความร้อนถูกปลดปล่อยออกมาและการถ่ายเทความร้อนจะเกิดที่เครื่องถ่ายเทความร้อน (Heat Exchanger หรือ Energy Converter) โดยใช้ลิเธียมเหลว (Liquid Lithium) เป็นตัวรับความร้อนและไปเปลี่ยนเป็นกระแสไฟฟ้าตามกรรมวิธีของโรงงานผลิตกระแสไฟฟ้าที่ดำเนินอยู่ในปัจจุบันต่อไป การใช้แสงเลเซอร์ก่อให้เกิดปฏิกริยาเทอร์โมนิวเคลียร์นี้ยังอยู่ในขั้นการทดลองวิจัย คาดว่าผลสำเร็จจะเกิดขึ้นในศตวรรษหน้า

แบบฝึกหัดบทที่ 12

1. จงอธิบายเกี่ยวกับเลเซอร์ (LASER) พร้อมทั้งคุณสมบัติเฉพาะ และใช้คุณสมบัติเฉพาะของเลเซอร์นี้อธิบายว่า ทำไมนักวิทยาศาสตร์จึงยิงแสงเลเซอร์ไปยังดวงจันทร์และสะท้อนกลับมายังโลกได้สำเร็จ?

2. จงยกเหตุผลเป็นข้อ ๆ ให้ชัดเจนว่า ทำไมเลเซอร์จึงเป็นเครื่องมือที่มีผู้ใช้กันอย่างแพร่หลายในวงการต่าง ๆ และมีแนวโน้มที่จะใช้มากขึ้นในอนาคต?

3. จงยกตัวอย่างระบบเลเซอร์ (Laser System) ระบบใดระบบหนึ่ง แล้วอธิบายพร้อมภาพประกอบถึงองค์ประกอบที่สำคัญของระบบเลเซอร์นั้น ให้บอกถึงคุณสมบัติเฉพาะและขีดความสามารถขององค์ประกอบนั้น ๆ ด้วย

4. จากคำกล่าวที่ว่า "แสงธรรมดาทั่วไปเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Wave) แสงเลเซอร์ก็เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ดังนั้นแสงเลเซอร์จึงเป็นแสงธรรมดาทั่วไปนั่นเอง" จงอธิบายและยกเหตุผลว่าคำดังกล่าวนั้นเป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

5. จงอธิบายและยกตัวอย่างประกอบว่า ทำไมเลเซอร์จึงมีส่วนเกี่ยวข้องกับแขนงวิชาการด้านฟิสิกส์ของแข็ง (Solid State Physics) และเกี่ยวข้องกับเทคโนโลยีสูญญากาศ (Vacuum Technology)

ตอนที่ 3

ฟิสิกส์ยุคใหม่

แสงและฟิสิกส์ควอนตัม ธรรมชาติเชิงคลื่นของสสาร โครงสร้างของโฮโดรเจนอะตอม

รองศาสตราจารย์ ดร.วุฑฒิ พันธุมนาวิน

ฟิสิกส์นิวเคลียร์ พลังงานจากนิวเคลียส ควาก เลปตอน และบิกแบง

รองศาสตราจารย์ ดร.วีระพงษ์ แพสุวรณ

บทที่ 13
แสงและฟิสิกส์ควอนตัม

ในบทเรียนนี้ จะได้มีการศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของแสงกับการเกิดควอนตัมฟิสิกส์ (Quantum Physics) ซึ่งเป็นแขนงวิชาทางฟิสิกส์แนวใหม่ที่แตกต่างไปจากนิวโทเนียนฟิสิกส์ (Newtonian Physics) ที่ใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's Law of Motions) เป็นพื้นฐาน ควอนตัมฟิสิกส์เป็นแขนงวิชาในฟิสิกส์ยุคใหม่ (Modern Physics) ซึ่งจะเป็นพื้นฐานทางทฤษฎีและปฏิบัติการในการที่จะเปิดทางให้ศึกษาคุณสมบัติทางกายภาพของสสารให้ลึกละเอียดถึงขั้นอะตอมและนิวเคลียสซึ่งจะแตกแขนงออกไปเป็นสาขาวิชา ฟิสิกส์อะตอม (Atomic Physics) สาขาวิชาฟิสิกส์นิวเคลียร์ (Nuclear Physics) และสาขาวิชาฟิสิกส์ของแข็ง (Solid State Physics) ที่ใช้ศึกษาคุณสมบัติของสารกึ่งตัวนำ (Semiconductor) และรวมกันเข้าเป็น ไอซี (IC-Integrated Curcuit) เป็นต้น

สาระสำคัญหลัก ๆ ในบทเรียนนี้ พอสรุปได้โดยย่อดังนี้

- การแผ่รังสีความร้อน (Themal Radiation)
- กฎการแผ่รังสีของพลังค์ (Planck's Radiation Law)
- ระดับพลังงานแบบเป็นช่วง ๆ (The Quantization of Energy)
- ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก (The Photoelectric Effect)
- ทฤษฎีโฟตอนของไอน์สไตน์ (Einstein Photon Theory)
- ปรากฏการณ์คอมป์ตัน (The Compton Effect)
- ไลน์สเปคตรา (Line Spectra)

13.1. การแผ่รังสีความร้อน (Themal Radiation)

จากการศึกษาทางฟิสิกส์พบว่าสสารสามารถปลดปล่อยหรือดูดกลืนรังสีความร้อนได้ และจากการศึกษาอย่างละเอียดนี้เป็นพื้นฐานของการเกิดแขนงวิชาใหม่ ที่เรียกว่า ควอนตัมฟิสิกส์ (Quantum Physics) รังสีความร้อนที่แผ่ออกจากวัตถุนั้นนอกจากจะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิที่ผิวของมันแล้วยังจะขึ้นอยู่กับชนิดของวัตถุอีกด้วย ตัวอย่างเช่น ผิวที่ขัดมันของทังสเตนที่อุณหภูมิ 200°K จะแผ่รังสีออกมาด้วยอัตรา 23.5 W/cm^2 แต่สำหรับโมลิดินั่ม จะให้อัตราการแผ่รังสีเพียง 19.2 W/cm^2 เป็นต้น อย่างไรก็ตามในการศึกษา การแผ่รังสีนั้น เราสมมติว่า ตัวแผ่รังสีในอุดมคติ (Ideal radiator) นั้น รังสีที่แผ่ออกมาจะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิของผิวเท่านั้น ในกรณีเป็นการแผ่รังสีจากตัวแผ่รังสีในอุดมคตินั้น

เรียกว่า การแผ่รังสีของวัตถุดำ (Black-body radiation) ได้มีการศึกษาเกี่ยวกับการแผ่รังสีความร้อนจากวัตถุดำ (Black body) และตั้งเป็นกฎและสมการขอสรุปได้ดังนี้

13.1.1 กฎสเตฟาน-โบลท์มาน (Stefan-Boltzmann Law)

หากความสัมพันธ์ระหว่าง ความเข้มของการแผ่รังสี I(T) (radiant intensity) และอุณหภูมิของผิววัตถุที่แผ่รังสี $T^{\circ}k$ ในรูปสมการ

$$I(T) = \varepsilon\sigma T^4 \qquad 13.1$$

เมื่อ I(T) เป็นความเข้มของการแผ่รังสี ซึ่งหมายถึงพลังงานรวม (integrated) ของการแผ่รังสีทุกช่วงคลื่นต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ผิววัตถุ

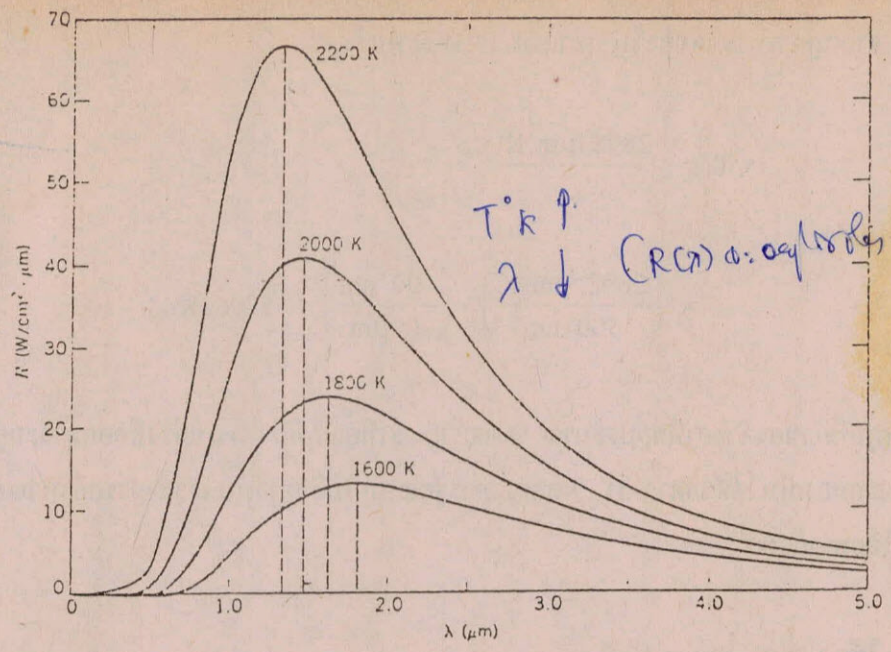
$$\sigma = 5.670 \times 10^{-8} (W/m^2)K^4$$

เรียกว่า σ Stefan-Boltzmann constant, ε เรียกว่า สภาพเปล่งรังสี (emissivity) ของผิววัตถุซึ่งมีค่า $0 \le \varepsilon \le 1$ ในกรณีวัตถุเป็นแบบแบล็คบอดี้ (Black body) $\varepsilon = 1$

13.1.2 สเปคตรัลเรเดียนซี่ (Spectral Radiancy)

$R(\lambda)$ สเปคตรัลเรเดียนซี่ บอกถึงการแปรเปลี่ยนของความเข้มของการแผ่รังสีเมื่อช่วงคลื่นของการแผ่รังสี (λ) เปลี่ยนไป ผลคูณของ $R(\lambda)\,d\lambda$ จะให้ค่ากำลังงานของการแผ่รังสีที่เกิดขึ้นในระหว่างช่วงคลื่น λ และ $\lambda + d\lambda$

$$I(T) = \int_0^{\infty} R(\lambda)d\lambda \qquad \text{(ค่าอุณหภูมิ T คงที่)} \qquad 13.2$$



รูปที่ 13.1 แสดงความสัมพันธ์ของค่า R (λ) และอุณหภูมิ T°k เป็นที่น่าสังเกตว่า เมื่ออุณหภูมิ T°k เพิ่มขึ้น ค่าสูงสุดของ R(λ) จะอยู่ในบริเวณช่วงคลื่นน้อยลง

13.1.3. กฎการกระจัดของวีน (The Wien displacement Law)

พบโดยนักฟิสิกส์ชาวเยอรมัน ชื่อ Wilhelm Wien (1864-1928) โดยตั้งเป็นกฎที่เรียกว่า Wien displacement law

$$\lambda_{max} T = \text{ค่าคงที่} = 2898 \ \mu m.K \qquad 13.3$$

ผลงานของ Wein ทางการศึกษาวิจัยด้านการแผ่รังสีความร้อนเป็นประโยชน์มากต่อวงการวิทยาศาสตร์ ในปี ค.ศ. 1911 Wien ได้รับรางวัลโนเบล (Nobel Prize) สาขาวิชาฟิสิกส์

ตัวอย่าง 13.1 ดวงอาทิตย์มีการแผ่รังสี พบว่า spectral radiant สูงสุดของดวงอาทิตย์เกิดที่ช่วงคลื่น $\lambda = 500$ nm จงหา

ก. อุณหภูมิที่ผิวนอกของดวงอาทิตย์

ข. ความเข้มของการแผ่รังสี

ค. การแผ่รังสีทั้งหมดจากดวงอาทิตย์

วิธีทำ ก) จากกฎการกระจัดของวีน (สมการ 13.3) จะพบว่า

$$T = \frac{2898\ \mu m.K}{\lambda_{max}}$$

$$= \left(\frac{2898\ \mu m.K}{500\ nm}\right) \cdot \left(\frac{1000 nm}{1\ \mu m}\right) = 5796^{\circ} K$$

ดังนั้นอุณหภูมิที่ผิวของดวงอาทิตย์ประมาณ $5800^{\circ}k$ ซึ่งที่อุณภูมินี้ การแผ่รังสีออกมาจะอยู่ในช่วงคลื่นที่สามารถมองเห็นได้ด้วยตาเปล่า และจากการรู้อุณหภูมิที่ผิวดาวนั้น เราสามารถคำนวณอายุของดาวนั้นได้โดยทางอ้อม

ข) ใช้กฎ Stefan-Boltzmann

$$I = \varepsilon\sigma T^4 = \sigma T^4 \quad (\text{ให้ } \varepsilon = 1)$$

$$= \left(5.67 \times 10^{-8}\ W/m^2.K^4\right) \cdot (5796K)^4$$

$$= 6.4 \times 10^7\ W/m^2$$

ค) กำลังงานทั้งหมดที่แผ่ออก (ซึ่งเรียกว่าสภาพส่องสว่าง (Luminosity ; L) ของดวงอาทิตย์

$L = I(4\pi r^2)$; รัศมีของดวงอาทิตย์ $r = 7 \times 10^8$ m

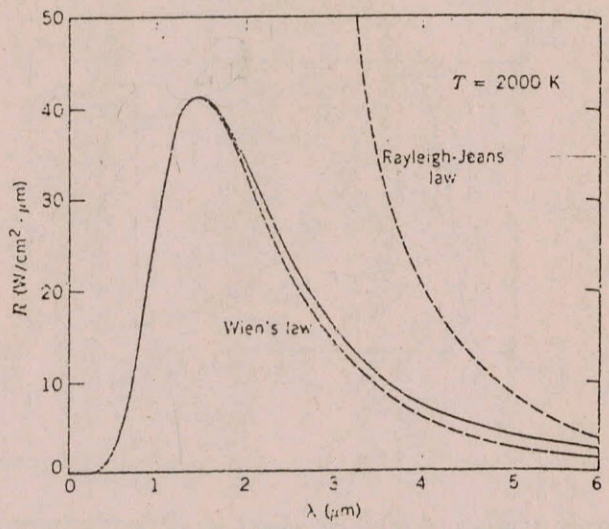
$$= \left(6.4 \times 10^7\ W/m^2\right)(4\pi)\left(7.0 \times 10^8\right)^2$$

$$= 3.9 \times 10^{26}\ W$$

13.2. กฎการแผ่รังสีของพลังค์ (Planck's Radiation Law)

จากการศึกษาและวัดผลของการแผ่รังสีความร้อนในระยะต้น ๆ พบว่าในการทำนายเชิงทฤษฎี (Theoritical prediction) และผลเชิงปฏิบัติ (Experiment results) ไม่ตรงกัน กล่าวคือ ยังไม่มีทฤษฎีใด ๆ (ระยะปี ค.ศ.1900) ที่สามารถให้ผลได้ตรงกับผลการทดลอง (ตามรูปที่ 13.1)

ทดลอง สำหรับการแผ่รังสีที่ช่วงคลื่นยาว (ดูรูปที่ 13.2) และทฤษฎีของ Wein, (Wein's Law) ให้ผลใกล้เคียงกว่า (ดูในรูปที่ 13.2) แต่เมื่อช่วงคลื่นยาวขึ้นพบว่าที่การคลาดเคลื่อนจากผลการทดลองเพิ่มขึ้นตามลำดับ



รูปที่ 13.2 เส้นทึบแสดงสเปคตรัลเรเดียนซี ที่อุณหภูมิ T = 200°K

ต่อมาในปี ค.ศ.1900 Max Planck ได้พยายามสร้างทฤษฎีใหม่เพื่อให้ผลการทำนายเชิงทฤษฎีตรงกับผลของการทดลอง กล่าวคือ Max Planck ได้เสนอกฎการแผ่รังสีความร้อนของวัตถุมาในรูปสมการ 13.4

$$R(\lambda) = \frac{a}{\lambda^5}\frac{1}{e^{b/\lambda T}-1} \qquad 13.4$$

เมื่อ a และ b เป็นค่าคงที่

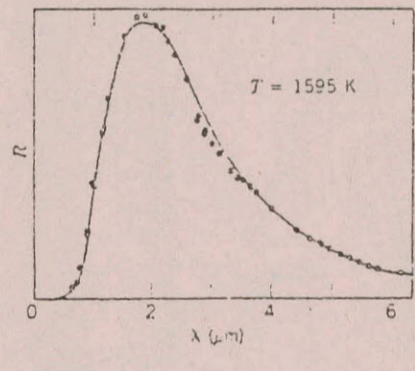
ต่อมา Max Planck's ได้คำนวณหาค่า a,b และเรียกกฎการแผ่รังสีนี้ว่า Planck's Radiation Law ซึ่งแสดงในสมการ 13.5

$$R(\lambda) = \frac{2\pi C^2 h}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1} \qquad 13.5$$

เมื่อ k = Boltzmann's coustant = 1.381×10^{-23} J/K

h = Planck constant = 6.626×10^{-34} J.S

จาก Planck's Radiation Law เราจะได้ผลการคำนวณเชิงทฤษฎีตรงกับผลการทดลอง (รูปที่ 13.1) อย่างยิ่ง ตัวอย่างผลการคำนวณเชิงทฤษฎี และการทดลองสอดคล้องกันเป็นอย่างดี ดังในรูปที่ 13.3



รูปที่ 13.3 แสดงถึงการทำนายโดย Planck's radiation Law และผลการทดลองที่ T = 1595 °K ซึ่งกระชับ (fit) และสอดคล้องเป็นอย่างดี

13.3 ระดับพลังงานแบบเป็นช่วง ๆ (The Quantization of Energy)

ในการหากฎการแผ่รังสีของพลังค์นั้น ค่าคงที่ $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J.S ซึ่งเรียกว่า Planck's Constant นั้น ได้มีบทบาทสำคัญใน Planck's Radiation Law ทั้งนี้ กฎการแผ่รังสีนี้ ตั้งอยู่บนพื้นฐานที่ว่า ค่าระดับพลังงานของการแผ่รังสีหรือดูดกลืนรังสีของผิววัตถุนั้น ไม่ต่อเนื่องกันหากแต่แผ่รังสีหรือดูดกลืนรังสีแบบเป็นช่วง ๆ ที่เรียกว่า quantization of energy กล่าวคือค่าระดับพลังงานที่เกี่ยวข้องในการแผ่รังสีจะเป็นช่วง ๆ (discrete) ไม่ต่อเนื่องกัน Planck ได้ตั้งข้อสมมติฐานว่า ในการแผ่หรือดูดกลืนรังสีอะตอมของสสารเปรียบเหมือน ตัวสั่นสะเทือน (Oscillators) แต่ละตัวสั่นสะเทือนด้วยความถี่เฉพาะ (Characteristic frequency) ซึ่งพลังงานที่แผ่ออก/ดูดกลืนเข้าจะไม่เป็นแบบต่อเนื่องหากแต่จะเป็นช่วง ๆ (discrete) พลังงานนั้นเป็นไปตามสมการ 13.6

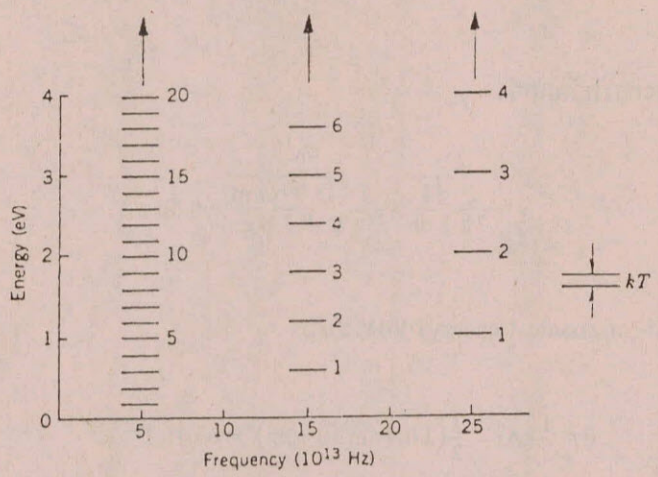
$$E = nh\nu \qquad n = 1, 2, 3..... \qquad 13.6$$

เมื่อ n เป็น เลขจำนวนเต็ม เรียกว่า quantum number

h เป็น Planck constant

ν เป็น ความถี่ของตัวสั่นสะเทือน

จากสมการ 13.6 เราจะพบว่า พลังงานของอะตอม (ออสซิลเลเตอร์) จะเป็นแบบช่วง ๆ (discrete หรือ quantized) และระยะห่างระหว่างค่าระดับพลังงาน (จากสมการ 13.6) จะมีค่าเป็น $\Delta E = h\nu$ เท่า ๆ กัน (ดูในรูปที่ 13.4)



รูปที่ 13.4 แสดงค่าระดับพลังงานของอะตอมมิกออสซิลเลเตอร์ (atomic oscillators) ที่ค่าความถี่ 3 ค่า ค่า quantum numbers ได้แสดงกำกับไว้ที่ค่าระดับพลังงานนั้น ทางด้านขวาแสดงค่าพลังงาน $\Delta E = kT$ ที่อุณหภูมิ $T = 200^{\circ}k$ ในกรณีของออสซิลเลเตอร์แบบทั่วไป (classical oscillator)ที่ให้พลังงานแบบต่อเนื่อง

จากการเปรียบเทียบข้อสมมติฐาน ของ Planck เกี่ยวกับอะตอมมิกออสซิลเลเตอร์ จะพบว่า ออสซิลเลเตอร์ แบบนี้จะปล่อยพลังงาน/ดูดกลืนกลิ่นพลังงานที่เป็นช่วง ๆ และที่ค่าความถี่เฉพาะซึ่งแตกต่างกับออสซิลเลเตอร์แบบทั่วไป (เช่น ลูกตุ้มนาฬิกา เป็นต้น) ที่ปล่อย/รับพลังงานได้แบบต่อเนื่องทุกค่าความถี่ของการสั่นสะเทือน ค่าระดับพลังงานที่แสดงในรูปที่ 13.4 เป็นลักษณะของการ "กระโดด" (quantum jump) ซึ่งเป็นคุณสมบัติใหม่ที่ทาง นิวโทเนียนฟิสิกส์ (Newtonian physics หรือ classical physics) ไม่มีและเป็นหลักการที่ต้องห้าม (forbidden) อย่างไรก็ตามเราอาจจะหาขอบเขตของการต่อเนื่องเชื่อมโยงระหว่างแนวและความคิดของพลังงานเป็นช่วง ๆ (quantizated energy) ในควอนตัมฟิสิกส์กับค่าระดับพลังงานแบบต่อเนื่อง (continuous energy) . ในฟิสิกส์ยุคเก่า (Classical physics) ได้โดยอาศัยหลักการของ **Coresponcence principle** ที่ว่า "ทฤษฎีควอนตัม (Quantum theory) จะสอดคล้องกับคลาสสิคคัลฟิสิกส์ (classical physics) เมื่อค่า quantum number n มีค่ามาก ($n \longrightarrow \infty$) หรือค่า Planck's constant $h \longrightarrow 0$ "

ตัวอย่าง 13.2 มวล 300 กรัม ยึดติดกับสปริงที่มีค่า k = 3.0 N/m กวัดแกว่งด้วยแอมพลิจูด A = 0.1 m คิดการกวัดแกว่งของมวลนี้แบบควอนตัมออสซิลเลเตอร์แล้ว จงหา

ก. ค่าแตกต่างระหว่างระดับพลังงาน (Energy interval,ΔE)

ข. ค่าเลขควอนตัม (quantum number) ในการกวัดแกว่งนี้

วิธีทำ ก. หาความถี่ของการกวัดแกว่ง

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3.0\ N/m}{0.3\ Kg}} = 0.50\ s^{-1}$$

ผลรวมของพลังงานกล (machanical energy) ของระบบ

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(3.0N/m)(0.10m)^2 = 0.015\ J^2$$

$$\Delta E = h\nu = (6.63\times10^{-34}\ J.S)(0.50\ S^{-1})$$

ดังนั้น $$\frac{\Delta E}{E} = \frac{3.3\times10^{-34}\ J}{0.015\ J} = 2.2\times10^{-32}$$

การวัดค่าพลังงานให้ได้ละเอียดถึง 10^{-32} ของค่าพลังงานเดิมนั้นเป็นไปไม่ได้ทางปฏิบัติ ดังนั้นแสดงว่า "การกระโดด" ของควอนตัม (quatum jump) ในการนี้น้อยมากที่จะวัดได้ ดังนั้นกรณีนี้ สามารถใช้ฟิสิกส์ยุคเก่าแก้ปัญหาได้ เพราะดูเสมือนค่าพลังงานจะต่อเนื่องกันไปไม่กระโดดเป็นช่วงๆ

(b) จากสมการ 13.6 เราได้ **เลขควอนตัม (quantum number)**

$$n = \frac{E}{h\nu} = \frac{0.015\ J}{3.3\times10^{-34}} = 4.6\times10^{31}$$ (มีค่ามาก !) กล่าวคือ $n \longrightarrow \infty$;

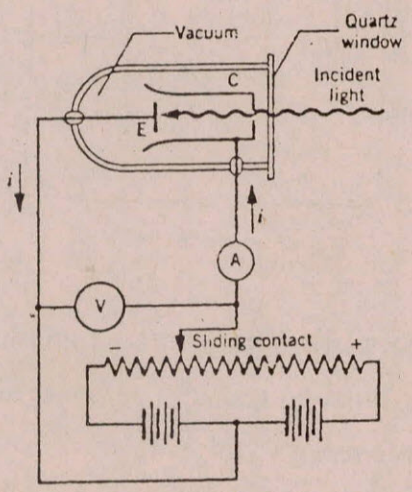
จากตัวอย่างข้างต้นดังกล่าวนี้ เราสามารถจะบอกได้ว่าเมื่อใดควรจะใช้คลาสสิคคัลฟิสิกส์ (classiclal physics) หรือเมื่อใดควรจะใช้ควอนตัมฟิสิกส์ (quantum physics) ในแก้ปัญหา กล่าวคือเรายังคงสามารถใช้คลาสสิคคัลฟิสิกส์ หรือนิวโทเนียนฟิสิกส์แก้ปัญหาได้ ถ้าระบบที่กำลังพิจารณาอยู่ที่คุณสมบัติตามข้อใดข้อหนึ่งหรือหลายๆ ข้อดังต่อไปนี้

1. ค่าแตกต่างของระดับพลังงาน $\Delta E = h\nu << kT$
2. กรณีที่ความถี่ของการกวัดแกว่ง $\nu \to 0$ หรือ $\lambda \to \infty$
3. กรณีที่อุณหภูมิ $T \to \infty$
4. กรณีที่ $h \to 0$ หรือ $n \to \infty$

เป็นต้น

13.4 ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก (The Photoeletric Effcet)

เราได้ศึกษาถึงอันตรกิริยา (interaction) ของการแผ่รังสี (radiation) กับสสาร (matter) จากกรณีของการแผ่รังสีของแบล็คบอดีแล้ว ซึ่งในกรณีนี้เราสามารถเข้าใจขบวนการที่เกิดขึ้นโดยอาศัยกฎการแผ่รังสีของพลังค์ (Planck's radiation Law) ในการนี้เราได้อาศัยสมมติฐานที่ว่า อะตอมนิคออสซิลเลเตอร์ปลดปล่อยและรับพลังงานในรูปภาพเป็นช่วงๆ (quantized energy) อย่างไรก็ตามในกรณีของโฟโตอิเล็กตริกเอ็ฟเฟ็ค ก็เป็นการศึกษาอีกตัวอย่างหนึ่งของการปฏิสัมพันธ์ระหว่างการแผ่รังสีและสสาร ซึ่งต้องอาศัยหลักการของพลังงานที่เข้าทำปฏิสัมพันธ์นั้นเป็นช่วงๆ ไม่ต่อเนื่องกัน (quantization of energy)

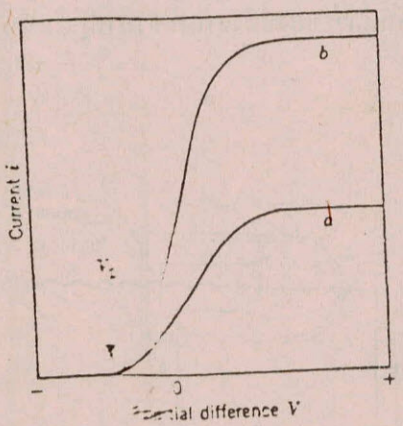


รูปที่ 13.5 แสดงการทดลองเรื่องปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริกโวลต์มิเตอร์ (V) วัดความต่างศักดา V_{ext} ที่จ่ายจากแบตเตอรี่ภายนอก

รูปที่ 13.5 เป็นการแสดงถึงการจัดการทดลองเรื่องโฟโตอิเล็กตริกเอ็ฟเฟ็ค แสงที่มีความถี่ ν จะตกกระทบที่ผิวโลหะ (emitter,E) และถ้า ν มีค่าสูงพอแสงจะไปกระตุ้นอิเล็กตรอนที่ผิวโลหะหลุดออกมา ถ้าเราไปแสดงความต่างศักดา V ระหว่าง E และตัวรวบรวม (Collector, C) แล้วเราสามารถรวบรวมอิเล็กตรอนที่หลุดออกมาจากผิวโลหะ E., เรียกว่าโฟโตอิเล็กตรอน (photoelectrons) ไว้ที่ C และทำให้เกิดกระแส i ที่เรียกว่า กระแสโฟโตอิเล็กตริก (photoelectric current) ขึ้นซึ่งเราสามารถวัดค่า i ด้วย

ความต่างศักดา V ระหว่าง E และ C นั้น ไม่ใช่ค่าเดียวกันกับ V_{ext} ซึ่งเกิดจากการให้ค่าต่างศักดาอันเนื่องมาจากแบตเตอรี่ภายนอก เราจะพบว่ามีแรงเคลื่อนไฟฟ้า (emf) เกิดขึ้นอันเนื่องมาจาก E และ C ทำจากวัตถุต่างชนิดกัน เราพบว่ามี contact potential difference. V_{cpd} และ V_{cpd} นั้นคงที่ตลอดเวลาของการทดลอง ดังนั้น

$$V = V_{ext} + V_{cpd} \qquad 13.7$$



รูปที่ 13.6 ผลการทดลองปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก แสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแส i กับความต่างศักดา V ค่ากระแส i ในกรณี b) จะมากเป็น 2 เท่าของกรณี a) เมื่อความเข้มของแสงเพิ่มเป็นสองเท่าและ Stopping potential V_o มีค่าคงที่

จากรูปที่ 13.6 กรณี a) แสดงให้เห็นว่ากระแส i แปรตามความต่างศักดา V และถ้า $V > 0$ และมากขึ้นถึงจุดหนึ่งที่กระแส i จะเป็นค่าคงที่ (Saturation) อิ่มตัว ซึ่งแสดงว่าโฟโตอิเล็กตรอนทั้งหมดที่ปลดปล่อยจาก E ถูกรวบรวมไว้ที่ C เมื่อเราลดค่า V ลงมาเรื่อยๆ เราพบว่า $i \neq 0$ เมื่อ $V = 0$ ทั้งนี้ก็เพราะโฟโตอิเล็กตรอนที่ออกมาจาก E ด้วยความเร็วไม่เท่ากับศูนย์ และยังสามารถวิ่งเข้าหา C ได้ทั้งๆ ที่ความต่างศักดา $V = 0$ แล้วก็ตาม แต่ถ้าเรากลับค่า (reverse) V ให้เป็นค่าลบ $V < 0$ ให้มาก

พอ (reverse potential) จะพบว่าที่ค่าๆ หนึ่งของ $V = -V_0$ กระแส i จะหยุดไหล ($i = 0$) ค่า V_o เรียกว่า stopping potential ถ้าเราเอาค่า V_o คูณกับประจุ e ซึ่งจะมีค่าเป็น eV_o ค่า eV_o นี้จะมีค่าเท่ากับพลังงานจลน์สูงสุด, K_{max}, ของอิเล็กตรอนของผิวโลหะ E ;

ดังนั้น

$$E_k = eV_o \qquad 13.8$$

จากการทดลองพบว่าค่า stopping potential V_o และ K_{max} ไม่ขึ้นกับค่าความเข้มของแสงที่ใช้กระตุ้นอิเล็กตรอนแต่ประการใดและนอกจากนี้ถ้าหากเราเพิ่มค่าความเข้มของแสงเป็นสองเท่า เราจะได้ผลเป็นในลักษณะของกราฟ b (ดูรูปที่13.6) ซึ่งแสดงอย่างชัดเจนว่า ค่าอิ่มตัวของกระแส (saturation current) i จะเป็นสองเท่าเมื่อเทียบกับกรณีกราฟ a แต่อย่างไรก็ตาม ค่า stopping potential V_o ยังคงมีค่าเท่าเดิม กล่าวคือ ในกรณีกราฟ a และ b ค่า V_o ไม่เปลี่ยนแปลงถึงแม้จะมีการเพิ่มค่าความเข้มของแสงก็ตาม

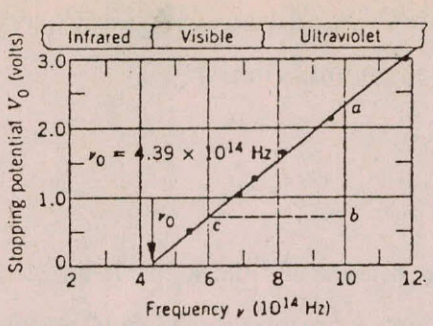
ปรากฏการณ์ของโฟโตอิเล็กตริกเอฟเฟคเป็นของใหม่ซึ่งทฤษฎีคลาสสิคคัลฟิสิกส์ (classical physics) ในทางด้านแสงไม่สามารถอธิบายให้สอดคล้องกับการทดลองได้เลย ปัญหาหลักที่ทฤษฎีคลาสสิคคัลฟิสิกส์ทางแสง (classical wave theory of light) ที่ไม่สามารถอธิบายให้ชัดเจนสอดคล้องกับผลที่ได้จากการทดลอง ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ปัญหาหลักคือ

13.4.1 ปัญหาเกี่ยวกับความเข้มของแสงที่ตกกระทบ

ตามหลักของทฤษฎีคลาสสิคคัลฟิสิกส์ สนามไฟฟ้า $\dot{E}$ ของคลื่นแสงจะมีแอมพลิจูดเพิ่มขึ้นเมื่อความเข้มของแสงเพิ่มขึ้น ดังนั้นจะมีแรง $e\dot{E}$ กระทำต่ออิเล็กตรอนที่ผิวโลหะ ซึ่งจะทำให้พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนเพิ่มขึ้น เมื่อแสงที่ตกกระทบมีค่าความเข้มสูง ซึ่งถ้าเป็นจริงตามทฤษฎีแล้วค่า V_o จะต้องเพิ่มขึ้นด้วย แต่ปรากฏว่าในการทดลองพบว่า K_{max} เท่ากับ eV_o เป็นอิสระไม่ขึ้นกับค่าความเข้มของแสงที่ตกกระทบถึงแม้จะเพิ่มความเข้มให้สูงถึง 10^7 เท่าจากของเดิม

13.4.2 ปัญหาความถี่ของแสงที่ตกกระทบ

ตามทฤษฎีเดิมของคลาสสิคคัลฟิสิกส์จะทำนายว่าการเกิดโฟโตอิเล็กตริกเอฟเฟคนั้น เกิดขึ้นทุกค่าความถี่ ν ของแสง หากแสงที่ตกกระทบนั้นมีความเข้มมากพออย่างไรก็ตามรูปที่ 13.7 จะพบว่าเมื่อความถี่ $\nu < \nu_o$ ปรากฏการณ์ทางโฟโตอิเล็กตริกจะหยุด (ไม่เกิด) ถึงแม้ว่าจะเพิ่มค่าความเข้มของแสงให้มากก็ตาม จากรูปที่ 13.7 แสดงให้เห็นว่าการเกิดโฟโตอิเล็กตริกเอ็ฟเฟ็คไม่เกิดขึ้นทุกๆ ค่าความถี่ ν ของแสงที่ตกกระทบ จากรูปที่ 13.7



รูปที่ 13.7 แสดงถึงค่า Stopping potential เป็นฟังก์ชันของความถี่สำหรับผิวโลหะโซเดียม

13.4.3 ปัญหาเรื่องความล่าช้าทางเวลา (time delay)

จากการคำนวณโดยอาศัยทฤษฎีทางแสงของคลาสสิคคัลฟิสิกส์พบว่าจะมีการล่าช้า (delay) ในการที่อิเล็กตรอนจะหลุดออกมาจากผิวโลหะ E โดยจะใช้เวลาโดยประมาณ 10-20 วินาที ที่อิเล็กตรอนที่ผิวโลหะจะดูดกลืนพลังงานจากแสงและมีพลังงานพอที่ตัวมันจะหลุดออกจากผิวโลหะ แต่จากการทดลองวัดดูการตอบสนองของการเกิดกระแส i อันเกิดจากแสงส่องกระทบ E นั้น พบว่าเกิดกระแส i ทันที ซึ่งอาจจะมีค่าล่าช้าทางเวลาน้อยกว่า 10^{-9} วินาที (ตามขีดความสามารถของเครื่องมือทางอิเล็กทรอนิกส์จะวัดได้) ดังนั้นปรากฏการณ์จึงขัดแย้งกับทฤษฎีทางแสงของคลาสสิคคัลฟิสิกส์

จากการที่พบว่ามีปัญหาหลัก 3 ประการซึ่งทฤษฎีของคลาสสิคคัลฟิสิกส์ไม่สามารถอธิบายได้นั้น ไอน์สไตน์ จึงตั้งทฤษฎีใหม่ขึ้นมาอธิบายปรากฏการณ์นี้ขึ้น

13.5. ทฤษฎีโฟตอนของไอน์สไตน์ (Einstein's Photon Theory)

ในปี ค.ศ.1905 ไอน์สไตน์ได้แถลงทฤษฎีที่สำคัญเกี่ยวกับธรรมชาติของแสงโดยบอกว่าภายใต้สภาวการณ์ที่เหมาะสมพลังงานของแสงจะรวมตัวกันหนาแน่นเป็นกลุ่ม(ไม่แพร่กระจายออกไปกว้างขวางอย่างคลื่น) ซึ่งมีพฤติกรรมคล้ายเป็นอนุภาค (particle) ซึ่งต่อมาอนุภาคแสงนี้เรียกว่าโฟตอน (photon) พลังงานของโฟตอนหนึ่งอนุภาคจะมีค่าเท่ากับ

$$E = h\nu \qquad 13.9$$

เมื่อ ν เป็นความถี่ของแสง

ธรรมชาติของแสงที่มีพฤติกรรมเป็นอนุภาค (particle) นี้จะแตกต่างกับธรรมชาติของแสงที่มีพฤติกรรมเป็นคลื่น (wave) มาก เพราะธรรมชาติของคลื่นแสงจะมีการกระจายของพลังงานออกไป

ไอน์สไตน์ได้ใช้ทฤษฎีของแสงที่มีพฤติกรรมเป็นอนุภาคโฟตอนนี้อธิบายเกี่ยวกับกรณีของโฟโตอิเล็กตริคเอฟเฟคโดยใช้สมการ

$$h\nu = \phi + K_{max} \qquad 13.10$$

เมื่อ $h\nu$ เป็นพลังงานของโฟตอน

ϕ เป็นเวอร์คฟังก์ชันของโลหะที่ปลดปล่อยอิเล็กตรอน (emitter)

จากสมการ (13.10) เราพบว่าเมื่อมีอนุภาคโฟตอนหนึ่งตัวที่มีพลังงาน $h\nu$ ตกกระทบผิวโลหะ (emitter) และถูกดูดกลืนพลังงานบางส่วนของโฟตอนจะถูกส่งไปให้อิเล็กตรอนเพื่อเอาชนะเวอร์คฟังก์ชัน (work function) ϕ * แล้วทำให้อิเล็กตรอนหลุดออกมามีพลังงานจลน์ $K_{max} = h\nu - \phi$ ดังนั้น

ทฤษฎีโฟตอนของไอน์สไตน์ ได้ตอบปัญหาที่ฟิสิกส์ยุคเก่า (classical physics) ไม่สามารถตอบได้ (ที่ได้แสดงไว้ในการตอนต้น) ทุกประเด็นกล่าวคือในกรณีของ ปัญหาเกี่ยวกับความเข้มของแสงที่ตกกระทบ (intensity problem) นั้น ถ้าเราเพิ่มความเข้มของแสงเป็นสองเท่า เราจะได้จำนวนของโฟตอนเพิ่มเป็นสองเท่าเช่นกัน ดังนั้น จำนวนกระแส i ที่วัดได้ก็จะเพิ่มเป็นสองเท่าเช่นกัน ซึ่งสอดคล้องกับผลของการทดลองที่วัดได้

กรณีของปัญหาที่เกี่ยวกับความถี่ของแสงที่ตกกระทบ (frequency problem) ที่ฟิสิกส์ยุคเก่าไม่สามารถอธิบายได้นั้น ทฤษฎีโฟตอนของไอน์สไตน์ได้อธิบายไว้โดยใช้สมการ 13.10 กล่าวคือ ในกรณีที่

$K_{max} = 0$; เราจะได้

$$h\nu_o = \phi$$

---

* เวอร์คฟังก์ชัน คือ พลังงานจำนวนน้อยที่สุดที่ใช้ในการนำอิเล็กตรอนของอะตอมหลุดออกมาจากผิวของโลหะ

ซึ่ง ν_0 เป็นความถี่ขั้นต่ำ (threshold frequency) ที่แสงสามารถจะให้พลังงาน $h\nu_0$ กับอิเล็กตรอนที่ผิวโลหะพอดีที่หลุดออกมาจากผิว โดยมีพลังงานจลน์เป็นศูนย์ ถ้าเราลดค่าความถี่ $\nu - \nu_0$ แล้วไม่ว่าจะเพิ่มความเข้มของแสงให้มากเท่าไรก็ตาม พลังงานแสง $h\nu < h\nu_0$ จะไม่สามารถให้พลังงานแก่อิเล็กตรอนที่ฟิวโลหะได้มากพอที่จะเอาชนะ ϕ กล่าวคือ $h\nu < \phi$ ดังนั้นจะไม่มีอิเล็กตรอนหลุดออกมาจากผิว ดังนั้น กระแส $i = 0$

กรณีเกี่ยวกับเรื่องความล่าช้าทางเวลา (time delay) สำหรับการปลดปล่อยอิเล็กตรอนออกจากผิวของโลหะนั้น ทฤษฎีโฟตอนของไอน์สไตน์ อธิบายได้ดีกว่าเพราะแสงเป็นอนุภาคโฟตอนมีพลังงาน $h\nu$ อยู่ในบริเวณที่แคบ (bundle) ไม่กระจายออกกว้างอย่างกรณีที่เป็นคลื่นแสง ดังนั้น อนุภาคโฟตอนจะวิ่งชนอิเล็กตรอน และถ่ายพลังงานให้อย่างรวดเร็วทำให้อิเล็กตรอนหลุดจากผิวได้ทันทีเมื่อพิจารณาสมการที่ 13.10 เราพบว่า

$$V_0 = (h/e)\,\nu - (\phi/e) \qquad 13.11$$

จากสมการที่ 13.11 เราพบว่า ทฤษฎีโฟตอนของไอน์สไตน์ทำนายความสัมพันธ์ของ V_0 และเป็นไปตามความสัมพันธ์เชิงเส้น (linear relationship) ซึ่งสอดคล้องอย่างดียิ่งกับผลของการทดลอง ดังปรากฏในรูปที่ 7 ซึ่งแสดงถึงความชัน (slope) ของกราฟเป็น h/e

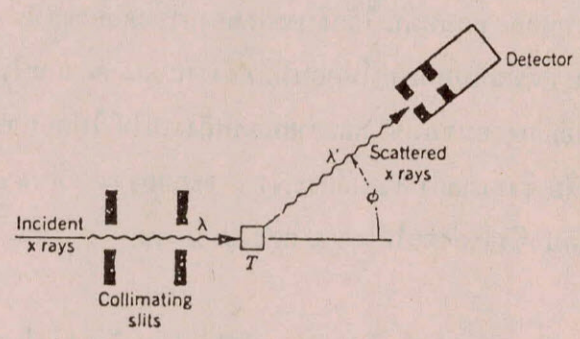
$$slope = h/e = \frac{ab}{bc} = \frac{2.30V - 0.68V}{(10x10^{14} - 6.0x10^{14})Hz} = \\ = 4.1x10^{-15}V.S$$

ดังนั้น
$$h = (4.1x10^{-15}V.S)(1.6x10^{-19}C) \\ = 6.6x10^{-34}J.S \qquad 13.12$$

ค่า h (planck's constant) จากสมการ 13.12 ได้สอดคล้องกับผลของการวัดค่า h ของ Milikan ซึ่งได้กระทำการทดลองในเวลาต่อมา ค.ศ.1916 กล่าวคือ Milikan วัด $h = 6.57 \times 10^{-34}$ J.S ซึ่งมีค่าคลาดเคลื่อนประมาณ 0.5% ซึ่งเป็นผลการทดลองที่สนับสนุนกับผลการทำนาย ค่า h ของทฤษฎีโฟตอนของไอน์สไตน์ได้ดีเป็นอย่างยิ่ง ผลงานของไอน์สไตน์เกี่ยวกับทฤษฎีโฟตอนและการอธิบายโฟโตอิเล็กตริคเอ็ฟเฟ็คนี้ทำให้ไอน์สไตน์ได้รับรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์ ในปี ค.ศ.1921

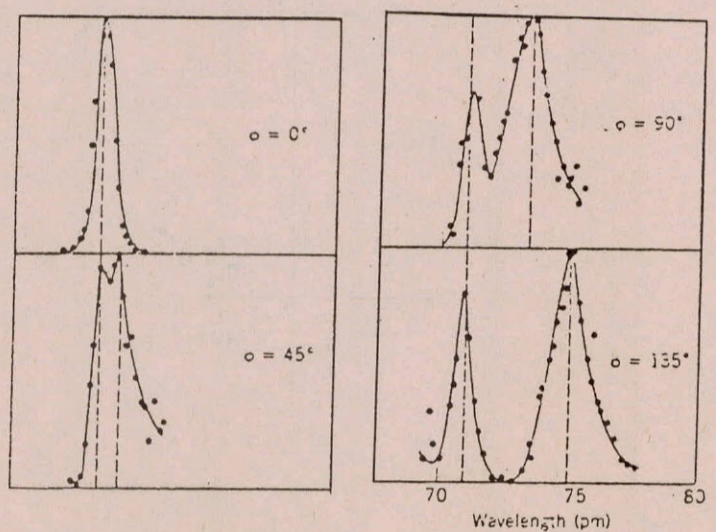
13.6. ปรากฏการณ์คอมป์ตัน (Compton Effect)

ในการทดลองเกี่ยวกับการแผ่รังสีความร้อนและโฟโตอิเล็กตริคเอฟเฟคที่กล่าวมาแล้วนั้น ปรากฏการณ์ดังกล่าวจะเกี่ยวข้องกับความถี่ของแสงโดยผ่านอินฟราเร็ด ผ่านที่ตาเปล่ามองเห็นและผ่านอุลตราไวโอเล็ต ตามลำดับ อย่างไรก็ตามในกรณีที่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างแสงกับวัตถุโดยผ่านรังสีเอ็กซ์ (X - rays) และผ่านรังสีแกมมา (Gamma rays) นั้น ได้มีปรากฏการณ์ที่เรียกว่า **คอมป์ตันเอ็ฟเฟ็ค** (Compton Effect) พบโดย Arthur H. Compton ในปี ค.ศ.1923 ในการทดลองคอมพ์ตัน ได้ใช้รังสีเอกซ์ที่มีช่วงคลื่นเดี่ยว λ วิ่งเข้าชนเป้าที่ทำด้วยกราไฟต์(graphite) ดังแสดงในรูปที่ 13.8



รูปที่ 13.8 แสดงการทดลองของคอมป์ตัน โดยมีเครื่องวัดพลังงานรังสีเอ็กซ์ ที่ตำแหน่งมุม ϕ

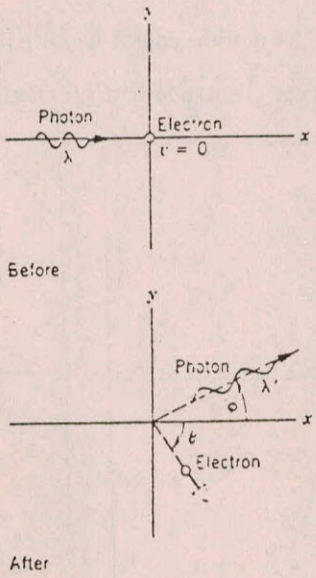
จากการแปรค่ามุมกระเจิง (scattering angle) ϕ ได้มีบันทึกการเปลี่ยนค่าความเข้ม (Intensity) ของรังสีเอกซ์ที่กระเจิงจากเป้า (target) โดยมีช่วงคลื่น (λ') แตกต่างกันออกไป ผลการวัดดังกล่าวได้แสดงไว้ในรูปที่ 13.9



รูปที่13.9 แสดงผลการทดลองของปรากฏการณ์คอมป์ตันที่มุมกระเจิง (scattering) ϕ เท่ากับ 0°, 45°, 90° และ 135° ตามลำดับ

จากรูปที่ 13.9 เราพบว่ารังสีเอกซ์ที่ตกกระทบ (incident X-rays) มีช่วงคลื่นเดี่ยวเท่ากับ λ แต่เมื่อมีการกระเจิงแล้วความเข้มของรังสีเอกซ์ที่กระเจิงจะมีค่าสูงสุดที่ช่วงคลื่นสองค่า คือ λ และ λ' ซึ่ง $\lambda' > \lambda$ ผลต่าง $\lambda' - \lambda = \Delta\lambda$ เรียกว่า **ความยาวคลื่นที่เลื่อนไป** (Compton shift) และ $\Delta\lambda$ นี้แปรเปลี่ยนไปเมื่อค่ามุม ϕ เปลี่ยนไป ปรากฏการณ์ไม่สามารถอธิบายได้โดยใช้ทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่าได้เลย (โดยใช้แนวทางที่ว่าคลื่นรังสีเอ็กซ์เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า) การอธิบายตามทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่านั้น จะอธิบายได้แต่เพียงว่าคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าโดยผ่านรังสีเอ็กซ์ตกกระทบเป้า จะทำให้อิเล็กตรอนในเป้าสั่นสะเทือนด้วยความถี่เดียวกับรังสีตกกระทบและอิเล็กตรอนนี้จะแผ่กระจายรังสีเอ็กซ์ออกมาด้วยความถี่หรือช่วงคลื่นเดียวกัน ดังนั้นช่วงคลื่นของรังสีเอ็กซ์กระเจิงจะมีค่า $\lambda' = \lambda$ ซึ่งผลการทำนายนี้จะขัดแย้งกับผลของการทดลอง คอมพ์ตัน ได้อธิบายผลของการทดลองของเขาโดยใช้สมมติฐานที่ว่า รังสีเอกซ์นั้นไม่ใช่คลื่น แต่จะเป็นอนุภาคโฟตอนที่มีพลังงาน $E = h\nu$ และโฟตอนนี้จะมีพฤติกรรมคล้ายกับลูกบิลเลียดวิ่งชนอิเล็กตรอนของเข้า และถ่ายทอดพลังงานให้ โฟตอนจะกระเจิงออกจากเป้าด้วยพลังงานที่ต่ำกว่าเดิม ซึ่งหมายถึง ความถี่กระเจิง ν' จะลดลง ($\nu' = E'/h$) ดังนั้นจะทำให้ค่า $\lambda' = c/\nu'$ เพิ่มขึ้นมากกว่าเดิม ซึ่งจะส่งผลให้ $\lambda' > \lambda$ และ $\lambda' - \lambda = \Delta\lambda$

จากการพิจารณาการชนกันระหว่างโฟตอนและอิเล็กตรอน ดังแสดงในรูปที่ 13.10



รูปที่ 13.10 แสดงการชนกันระหว่างโฟตอนที่ช่วงคลื่น λ กับอิเล็กตรอนที่หยุดนิ่ง ภายหลังการชนกับแสงโฟตอนกระเจิงที่มุม ϕ ด้วยช่วงคลื่นที่เพิ่มขึ้น λ'และอิเล็กตรอนจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว ϑ ทำมุมθ กับแนวระดับ

เนื่องจากการชนกันนั้นเป็นไปตาม**หลักของการอนุรักษ์พลังงาน** (Conservation of energy) และอิเล็กตรอนวิ่งด้วยความเร็ว V ที่สูงมาก (ใกล้กับความเร็วของแสง, c) ดังนั้นพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนต้องคิดในแนวทางที่ใช้หลักของทฤษฎีสัมพันธภาพ (Special Relativity Theory) ของไอน์สไตน์ด้วย

จากหลักของการอนุรักษ์พลังงาน (ที่ใช้ทฤษฎีสัมพันธภาพ) เราจะได้

$$E_i = E_f$$

หรือ
$$h\nu + mc^2 = h\nu' + mc^2 + k \qquad 13.13$$

ซึ่ง mc^2 เป็นพลังงานของอิเล็กตรอนขณะอยู่นิ่ง (rest mass energy)

k เป็นพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน

เนื่องจาก $c/\lambda = \nu$

และ
$$k = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-(V/c)^2}} - 1\right) \qquad 13.14$$

ใช้สมการ 13.14 ในสมการ 13.13 จะได้

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-(V/c)^2}} - 1\right) \qquad 13.15$$

จากทฤษฎีควอนตัม เราพบว่า โฟตอนที่มีพลังงาน E และเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากับแสง (V = c) จะมีโมเมนตัม P ตามสมการ 13.16

$$P = \frac{E}{C} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \qquad 13.16$$

และในกรณีของอิเล็กตรอนที่ระดับความเร็ว $\vec{v}$ ใกล้ความเร็วของแสงจะมีโมเมนตัม $\vec{P}$

$$\vec{P} = \frac{m\vec{V}}{\sqrt{1-(V/c)^2}} \qquad 13.17$$

ดังนั้น <u>หลักอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น</u>ในแนวแกน X และแกน Y (รูปที่ 13.14)

$$\frac{h}{\lambda}=\frac{h}{\lambda'}\cos\phi+\frac{mV}{\sqrt{1-(V/c)^2}}\cos\theta \qquad 13.18$$

และ

$$o=\frac{h}{x'}\sin\phi-\frac{mV}{\sqrt{1-(V/c)^2}}\sin\theta \qquad 13.19$$

เราต้องการหาค่า $\Delta\lambda=(\lambda'-\lambda)$ จากสมการ 13.15, 13.18, 13.19 เพื่อมาเปรียบเทียบกับผลของการทดลอง เราพบว่า

$$\Delta\lambda=(\lambda'-\lambda)=\frac{h}{mc}(1-\cos\phi) \qquad 13.20$$

จากสมการ 13.20 ความยาวคลื่นที่เลื่อนไป (Compton shift) $\Delta\lambda$ จะขึ้นอยู่กับมุมกระเจิงϕ แต่ไม่ขึ้นกับ λ ของโฟตอนที่วิ่งมาชน สมการ 13.20 แสดงผลการทำนายเชิงทฤษฎีของ $\Delta\lambda$ เมื่อเทียบกับผลการทดลอง (รูปที่ 13.10) ได้ผลตรงกันเป็นอย่างดี เป็นที่น่าสังเกตว่า $\Delta\lambda$ จะมีค่าตั้งแต่ $0\longrightarrow 2h/mC$ กล่าวคือ $\Delta\lambda = 0$ เมื่อ $\phi=0$ หรือเทียบได้กับค่ากรณีของชนแบบเฉียด (grazing) และ $\phi=180°$ เมื่อ โฟตอนวิ่งชนแบบ "head on" แล้ววิ่งย้อนกลับเส้นทางเดิมนอกจากนี้ $\Delta\lambda$ เป็นผลโดยตรงของปรากฏการณ์ควอนตัม (Quantum effect) ซึ่งไม่สามารถอธิบายได้ในเชิงของฟิสิกส์ยุคเก่า (Classical physics) และในกรณีที่ $\Delta\lambda\to 0$ $h\to 0$ ด้วย (สมการ 20) ซึ่งก็เป็นไปตามที่คาดไว้ว่าในกรณีที่ $h\to 0$ ปรากฏการณ์ทางฟิสิกส์ควอนตัมจะไม่มี

จากรูปที่ 13.9 นั้นเราพบว่ามีส่วนสูงสุดของกราฟ (peak) ปรากฏที่ ช่วงคลื่นที่แน่นอนซึ่งยอดสูงสุดของกราฟนี้เกิดจากการชนกันของโฟตอนกับอิเล็กตรอนส่วนที่อยู่ใกล้ชิดกับนิวเคลียส (tightly bound electons) ซึ่งมีแรงดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนเหล่านั้นกับนิวเคลียสมาก ดังนั้นอิเล็กตรอนเหล่านั้นจะขยับเขยื้อนภายหลังการชนกันได้น้อยมาก และการขยับเขยื้อนนี้จะเกี่ยวกับแกนไอออน (ionic core) ซึ่งรวมถึงนิวเคลียสด้วย ดังนั้น มวล m ในสมการ 13.15 จะต้องแทนค่าด้วยมวลของนิวเคลียส M ซึ่งมากกว่ามวล m อยู่ประมาณ 1840 A เท่า (A เป็นเลขอะตอม) ดังนั้นความยาวคลื่นที่เลื่อนไป $\Delta\lambda$ (Compton shift) อันเกิดจากการชนกันของโฟตอนและอิเล็กตรอนในแกนไอออน (ionic cove) จะน้อยมากจนวัดไม่ได้ทำให้เกิดส่วนสูงสุดของกราฟ (peak) ในรูปที่ 13.9

ตัวอย่าง 13.3 รังสีเอ็กซ์ที่ช่วงคลื่น $\lambda = 100$ พิคโคเมตรถูกกระเจิงโดยอะตอมของคาร์บอนที่มุม $\phi = 90°$ จงคำนวณหา

ก) ความยาวคลื่นที่เลื่อนไป $\Delta\lambda$

ข) พลังงานจลน์ของอิเล็คตรอนที่ถูกกระเจิง

วิธีทำ จากสมการ 13.20 กำหนดให้ $\phi = 90°$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\phi)$$

$$= \frac{6.63x10^{-34}\,J.S}{(9.11x31^{-31}Kg)(3.00x10^{8}m/s)}(1-\cos 90°)$$

$$= 2.43x10^{-12}m = 2.43 \quad pm$$

ข) ใช้ $\nu = c/\lambda$ จากสมการ 13.13 เราจะได้

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + K$$

แทนค่า $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ และหาค่า K., เราจะได้

$$K = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda(\lambda+\Delta\lambda)}$$

$$= \frac{(6.63x10^{-34}J.S)\ (3.00x10^{8}\ m/s)\ (2.43x10^{-12}m)}{(100x10^{-12}\ m)\ (100\ pm + 2.43\ pm)\ (10^{-12}m/pm)}$$

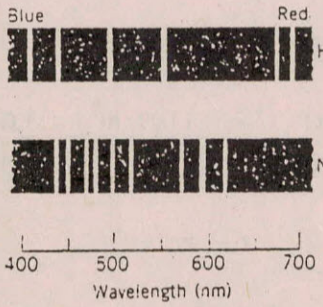
$$= 4.72x10^{-17}\ J = 295\ ev$$

จากการคำนวณสำหรับกรณีนี้พลังงานของโฟตอนตอนเริ่มต้นจะมี $E = h\nu = hc/\lambda = 12.4\,Kev$ ดังนั้นในการชนกับอิเล็กตรอนโฟตอนจะสูญเสียพลังงานไปเพียง 2.4% ของพลังงานเดิมและถ้าโฟตอนมีพลังงานเริ่มต้นมากเป็น 10 เท่า (124 Kev) เพียงประมาณ 20% ของพลังงานเดิม นั่นก็เป็นการแสดงให้เห็นว่า $\Delta\lambda$ ไม่ได้ ขึ้นอยู่กับพลังงานเดิมก่อนชน (หรือช่วงคลื่นของโฟตอนก่อนชน) เลย ดังนั้น $\Delta\lambda$ จะขึ้นอยู่กับ ϕ ตามสมการ 13.20

13.7 ไลน์สเปคตรา (Line Spectra)

จากปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก ทฤษฎีโฟตอนของไอน์สไตน์ตลอดจนกฎการแผ่รังสีของพลังค์ ได้ชี้บ่งชัดว่าโฟตอน (photon) มีพฤติกรรมเหมือนอนุภาค ซึ่งต่อมาได้เรียกว่า อนุภาคแสง (Light particle) ที่มีพลังงานประจำติดตัวเป็น $E = h\nu$ เมื่อ h เป็นค่าคงที่ของพลังค์ (Planck's Constant) และ ν เป็นค่าความถี่ของโฟตอน และค่าพลังงานของโฟตอนนั้นไม่ต่อเนื่องหากแต่มีค่าระดับเฉพาะไม่ต่อเนื่อง (discrete) หากโฟตอนถูกปลดปล่อยออกมาจากอะตอมหรือระบบที่ถูกแยกออก (Isolated system) อาทิเช่น ออสซิลเลเตอร์ และขบวนการดูดกลืนและปลดปล่อยโฟตอนจากอะตอมหรือโมเลกุล

ในการปลดปล่อยหรือดูดกลืนพลังงาน $E = nh\nu$ ของอะตอมและโมเลกุลที่ถูกแยกออก (isolated atom/molecule) นั้น เราจะพบว่า ค่าระดับพลังงาน E นั้น ไม่ต่อเนื่อง หากแต่แบ่งออกเป็นช่วงๆ (discrete) ค่าระดับพลังงานและพฤติกรรมในการปลดปล่อยและดูดกลืนพลังงาน E นี้ ได้ถูกสังเกตมาก่อนสมัย Max Planck และ Einstein แล้ว แต่ยังกำหนดคำตอบที่อธิบายให้ชัดเจนได้ สำหรับกรณีที่แสงมองด้วยตาเปล่าได้นั้น ถ้าใช้สเปคโตรสโคป (Spectroscope) ก็สามารถแยกสเปคตรัม (Spectrum) ออกมาเป็นเส้น (line) ได้ สเปคตรัมเหล่านั้นเรียกว่าสเปคตรัมเส้น (line spectra) และแต่ละเส้นเรียกว่าสเปคตรัลไลน์ (Spectral line)



รูปที่ 13.11 ตัวอย่างของสเปคตรัมที่มองด้วยตาเปล่าเห็น ปลดปล่อยจากโซเดียมแกส (Na) และไอปรอท (Hg)

สเปคตรัมเส้น (Line Spetre) นี้ เป็นผลที่เกิดจากการปลดปล่อยหรือถูกกลืนโฟตอนจากอะตอมและโมเลกุล, นิวเคลียส หรืออนุภาคที่เป็นองค์ประกอบนิวเคลียส (subnuclear particle) เป็นต้น

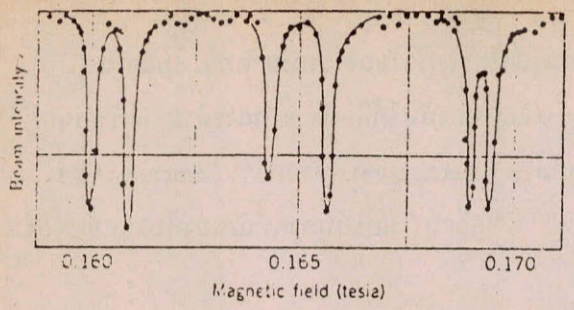
จากการศึกษาสเปคตรัมเส้น นี้ เราจะได้เรียนรู้ถึงโครงสร้างของระบบอะตอม, โมเลกุล, นิวเคลียส และสภาวะระดับพลังงานต่างๆ (energy state) ของมันได้ลึกซึ้ง จากการคำนวณเชิงทฤษฎี และเทียบกับผลของการทดลองนั้น จะทำให้เรารู้ถึงกลไก (,mechanism) โครงสร้าง (structure) และแรง (force) ที่กระทำในระบบอะตอม, โมเลกุล, นิวเคลียส และอนุภาคที่เป็นองค์ประกอบของนิวเคลียส (subnuclear particles)

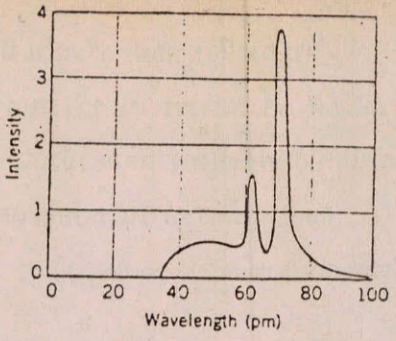
รูปที่ 13.12 และตารางประกอบตัวอย่างแสดงถึงสเปคตรัมเส้นของอะตอมโมเลกุล นิวเคลียส ทำให้การศึกษาเกี่ยวกับโครงสร้างของมันได้ดีขึ้น

TABLE *I* SOME SELECTED LINE SPECTRA

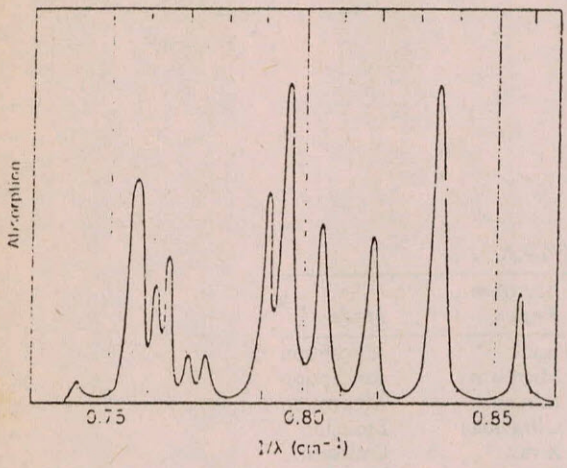
Figure	*Entity*	*Wavelength Region* (m)	*Spectrum Region*	*Mode*
12 *a*	H_2 molecule	40	Radio	Absorption
12 *b*	NH_3 molecule	1×10^{-2}	Microwave	Absorption
12 *c*	HCl molecule	3×10^{-6}	Infrared	Absorption
12 *d*	Fe atom	3×10^{-7}	Ultraviolet	Emission
12 *e*	Mo atom	6×10^{-11}	X ray	Emission
12 *f*	^{198}Hg nucleus	3×10^{-12}	Gamma ray	Emission
12 *g*	Proton	4×10^{-15}	Gamma ray	Absorption

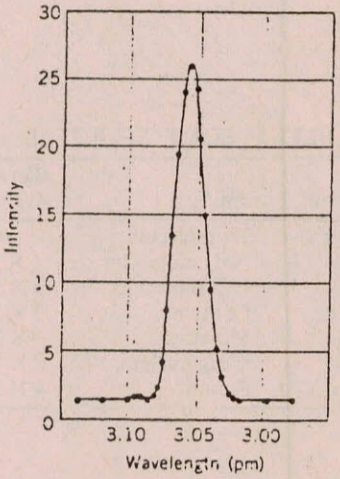
ตารางที่ 13.1 สเปคตรัมเส้นของอะตอม, โมเลกุล, นิวเคลียสบางชนิด



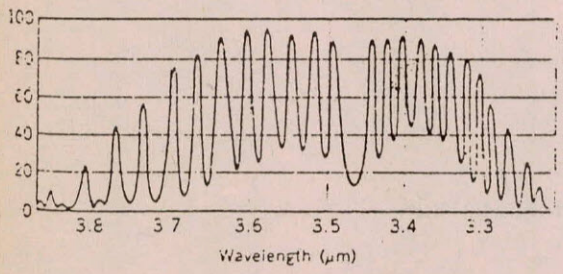


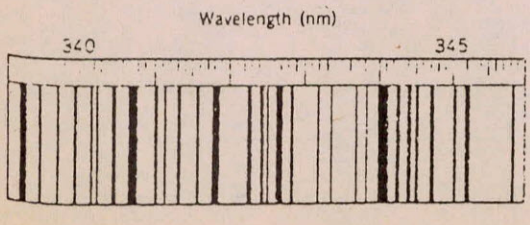
(e)

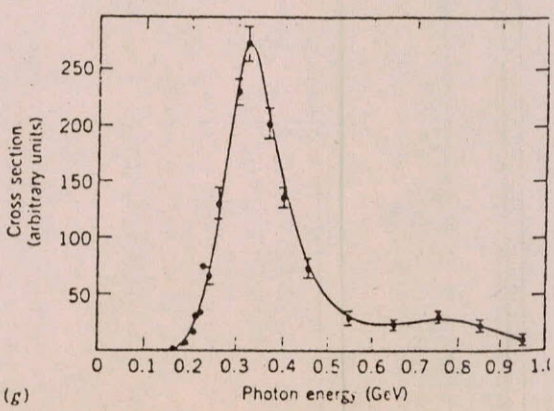




(f)







(g)

รูปที่ 13.12 แสดงถึงเสปคตรัมเส้นที่เกี่ยวข้องกับตาราง 13.1

แบบฝึกหัดบทที่ 13

เรื่องการแผ่รังสีความร้อน (Themal Radiation)

1. จงคำนวณหากำลังความร้อนที่แผ่ออกจากกองไฟ สมมติให้ emissivity $\varepsilon = 0.90$ และพื้นที่แผ่กระจายความร้อนเท่ากับ 0.50 m^2 อุณหภูมิของกองไฟ $T = 500^\circ C$

   (ตอบ $P = 9.1$ KW.)

2. ตัวแผ่กระจายความร้อนมีสเปคตรัมเรเดียนซี ที่ช่วงคลื่น $\lambda = 25.0 \mu m$ อุณหภูมิของตัวแผ่กระจายเพิ่มขึ้นจนกระทั่งความเข้มของการแผ่รังสี I(T) เพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า

   จงหา (ก) อุณหภูมินั้นมีค่าเท่าใด

   (ข) ที่ช่วงคลื่นใดที่เสปคตรัมเรเดียนซีจะมีค่าสูงสุด (ตามอุณหภูมิใหม่) ?

   (ตอบ $T = 1.38^\circ K; \lambda_{max} = 21.0 \mu m$)

3. เตาอบที่มีอุณหภูมิภายในเท่ากับ $T_0 = 215^\circ C$ ตั้งอยู่ในห้องที่มีอุณหภูมิ $T_r = 26.2^\circ C$ ที่เตาอบมีช่องเปิดออกมามีพื้นที่ $A = 5.20\ cm^2$ จงคำนวณหาว่าปริมาณสุทธิของกำลังงานความร้อนที่ถูกส่งออกมาจากเตาอบ สมมุติให้ เตาอบและห้องต่างก็มี e = 1.0)

   (ตอบ $P_{net} = 1.44$ W)

เรื่องกฎการแผ่รังสีของพลังค์

4. จงแสดงให้เห็นว่า λ_{max} ที่ได้จาก Planck's Radiation Law สมการ 13.5 มีค่าสูงสุดตามสมการ 13.3

   $$\lambda_{max} T = (2898 \mu m.K) / T$$

   (ข้อแนะนำให้ $\frac{dR}{d\lambda} = 0$)

5. (ก) ตัวแผ่รังสีในอุดมคติมีสเปคตรัมเรเดียนซี ที่ 400 nm เป็น 3.50 เท่าของสเปคตรัมเรเดียนซีที่ 200 nm. จงหาอุณหภูมิของผิวตัวแผ่รังสีนี้ ($T = 7650^\circ K$)

   (ข) จงหาอุณหภูมิของตัวแผ่รังสีนี้ ถ้าสเปคตรัมเรเดียนซีที่ 200 nm เป็น 3.50 เท่าของ สเปคตรัมเรเดียนซีที่ 400 nm ($T = 17{,}200^\circ K$)

ทฤษฎีโฟตอนของไอน์สไตน์

6. อะตอมตัวหนึ่งดูดกลืนโฟตอนที่มีช่วงคลื่น 375 nm และก็ปลดปล่อยโฟตอนอีกตัวหนึ่งทันทีที่ช่วงคลื่น 580 nm จงคำนวณหาพลังงานที่เหลือค้างในอะตอมจากขบวนการนี้ (E_{net} = 1.17 eV)

7. จงคำนวณหาพลังงานจลน์สูงสุดของโฟตอนอิเล็กตรอน ถ้า work function ของวัสดุนั้นมีค่าเป็น 2.33 eV และความถี่ของโฟตอนเป็น 3.19×10^{15} Hz ($K.E_{max}$ = 10.9 eV)

8. (ก) ถ้า work function ของโลหะชนิดหนึ่งเท่ากับ 1.85 eV จงคำนวณหา Stopping potential V_o ถ้าโฟตอนที่ตกกระทบมีช่วงคลื่นยาว 410 nm (V_o = 1.17 V)

   (ข) จงคำนวณหาความเร็วสูงสุดของโฟตอนอิเล็กตรอนที่หลุดออกจากผิวโลหะนั้น (V_{max} = 641 Km/s)

คอมพ์ตัมเอ็ฟเฟ็ค

9. จงคำนวณหา (ก) ความถี่ (ข) ช่วงคลื่น และ (ค) โมเมนตัม ของโฟตอนที่มีพลังงานเท่ากับพลังงานที่เท่ากับมวล (rest energy) ของอิเล็กตรอน

   ($\nu = 1.23 \times 10^{20}\ s^{-1}$, $\lambda = 2.43$ pm; $p = 511\ KeV/c$)

10. จงคำนวณหาว่าความเร็วของอะตอมโซเดียมจะช้าลงไปเท่าใด เมื่อมันดูดกลืนโฟตอนที่ช่วงคลื่น 589 nm เมื่อโฟตอนวิ่งชนอะตอมโซเดียมแบบ head on)

    ($\Delta v = 2.95\ cm/s$)

บทที่ 14

ธรรมชาติเชิงคลื่นของสสาร

(The wave Nature of Matter)

ในบทที่แล้วมาเราได้ศึกษาถึงความมีคุณสมบัติเป็นอนุภาคของแสงและรังสีอื่นๆ และได้เรียกอนุภาคแสงว่าโฟตอน (photon) ตามปกติแล้วฟิสิกส์ยุคเก่า (Classical Physics) จะถือว่าแสงเป็นคลื่น (wave) และเป็นไปตามสมการคลื่นของแมกซ์เวล (Maxwell's Equations) แต่อย่างไรก็ตาม จากการพิสูจน์เชิงทฤษฎีและการทดลอง Max Planck และ Einstein ได้แสดงให้เห็นว่า คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีพฤติกรรมเป็น **"อนุภาค"** หรือวัตถุที่มีพลังงาน $E = h\nu$ ในกรณีนี้เป็นการพิสูจน์ให้เห็นว่า **"คลื่น" (wave)** ในบางสภาวะที่เหมาะสมทางฟิสิกส์จะมีคุณสมบัติเป็น **"อนุภาค" (particle)** อย่างไรก็ตามนักฟิสิกส์ก็ตั้งคำถามต่อไปว่า จะเป็นไปได้หรือไม่ และในสภาวะที่เหมาะสมอย่างไร ที่จะมีโอกาสพบว่า สสาร (matter) หรือ อนุภาค (particle) ที่แสดงคุณสมบัติเป็น**คลื่น (wave)** อย่างชัดแจ้งออกมา

ในการศึกษาบทนี้เราจะได้เรียนถึงสมมติฐานและทฤษฎีที่อธิบายถึงการที่อนุภาคจะแสดงพฤติกรรมเป็นคลื่นและจะเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาฟิสิกส์แขนงใหม่ที่เรียกว่า **กลศาสตร์ควอนตัม (Quantum Mechanics)** ซึ่งจะเป็นวิชาการที่จะให้คำอธิบายเกี่ยวกับคุณสมบัติและพฤติกรรมของอะตอม โมเลกุล ตลอดจนนิวเคลียส ของสสารได้เป็นอย่างดี และเป็นการวางรากฐานต่อไปในการศึกษาวิชาฟิสิกส์นิวเคลียร์ (Nuclear physics) และวิชาอื่นๆ ที่เกี่ยวกับวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีชั้นสูงต่อไป

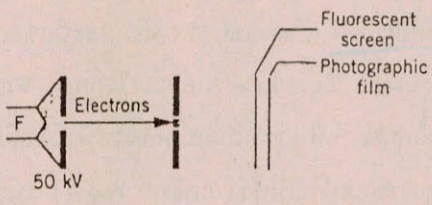
สาระสำคัญในบทเรียนนี้พอสรุปได้โดยย่อ ดังต่อไปนี้

- พฤติกรรมเชิงคลื่นของอนุภาค
- คลื่น เดอ บรอย (The De Broglie Wavelength)
- การทดลองสมมติฐานของเดอ บรอย
- คลื่น (Wave) กลุ่มคลื่น (Wave packet) และอนุภาค (particle)
- หลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์ก (Heisenberg's Uncertainty Principles)
- ฟังก์ชันคลื่น (Wave Function) และโอกาสที่น่าจะเป็นไปได้
- สมการเชรินดิงเจอร์ (Schrondinger's Equation) และการประยุกต์

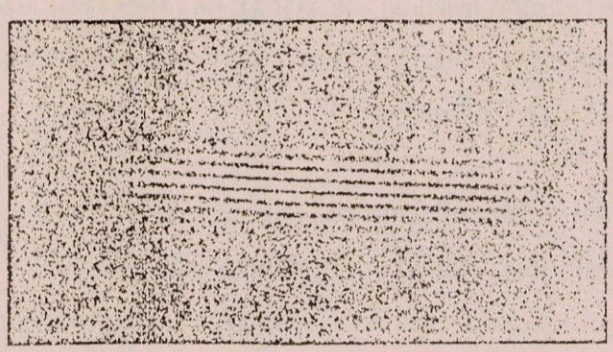
14.1 พฤติกรรมเชิงคลื่นของอนุภาค

ตามที่ได้ศึกษามาแล้วในเรื่องของแสง (Light) เราพบว่า แสงมีพฤติกรรมเชิงคลื่น (Wave behavior) ซึ่งเป็นคุณสมบัติของแสง กล่าวคือ คลื่นแสงจะแสดงพฤติกรรมในด้านการสอดแทรก (interference) การเลี้ยวเบน (diffraction) อย่างไรก็ตามถ้าเรากำลังจะศึกษาพฤติกรรมเชิงคลื่นของอนุภาค เราจะต้องศึกษาว่า อนุภาค

นั้นมีพฤติกรรมเชิงคลื่น โดยมีคุณสมบัติแสดงออกถึงการสอดแทรกของอนุภาคคลื่นๆ หรือการเลี้ยวเบนของอนุภาคนั้นๆ ถ้าเราสามารถทดลองหรืออธิบายเชิงทฤษฎีได้ในคุณสมบัติของคลื่นดังกล่าวที่อนุภาคนั้นๆ แสดงออก เราก็จะพิสูจน์ได้ว่าอนุภาคมีพฤติกรรมเชิงคลื่น



(ก)

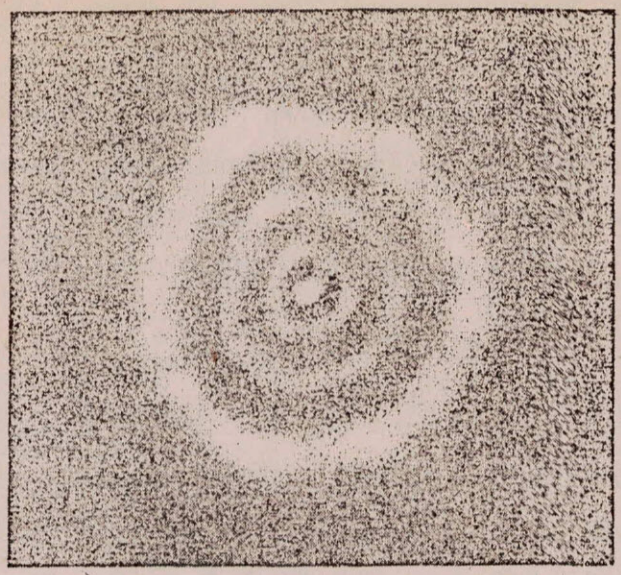


(ข)

รูปที่ 14.1 ก แสดงถึงการทดลองที่อิเล็คตรอนวิ่งผ่านช่องเล็กยาวคู่ (double slit) รูปที่ 14.1 ข แสดงการสอดแทรกของอิเล็คตรอนอันเกิดจากการวิ่งฝ่ายช่องเล็กยาวคู่ ลักษณะของ แถบการสอดแทรก เปรียบเสมือนการสอดแทรกของคลื่น

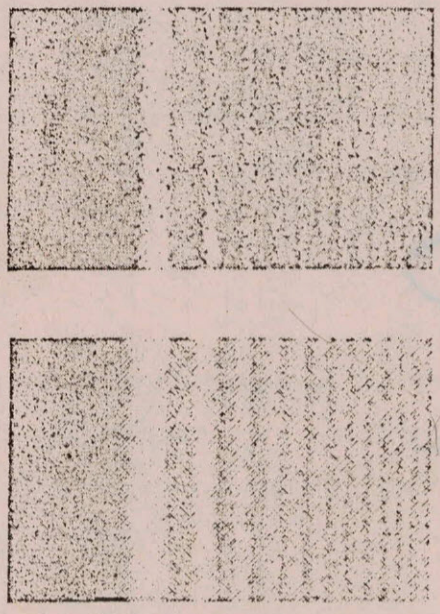
รูปที่ 14.1 ค แสดงถึงการที่ลำอนุภาคอิเล็กตรอนวิ่งกระทบช่องเล็กยาวคู่ โดยที่ลำอนุภาคอิเล็กตรอนที่พลังงาน ev และหลังจากผ่านช่องเล็กยาวคู่ แล้วจะวิ่งกระทบฉาก ผลปรากฏว่าที่ฉากนั้นจะมีรอยของการสอดแทรกดูเหมือนว่ากับการสอดแทรกของแสงกลุ่มคืออนุภาคอิเล็กตรอนแสดงพฤติกรรมเหมือนกับการที่คลื่นแสงแสดงพฤติกรรมการสอดแทรก เมื่อผ่านช่องเล็กยาวคู่ทุกประการ

รูปที่ 14.2 แสดงถึงผลการที่ลำอนุภาคอิเล็คตรอนวิ่งฝ่ายรูแคบๆ (circular aperture) ผลที่ได้นั้นเป็นแถบวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน (concentric circles) ซ้อนๆ กันอยู่ โดยมีการสลับกันระหว่างแถบมืดและแถบสว่าง



รูปที่ 14.2 แสดงถึงการเลี้ยวเบนของลำอนุภาคอิเล็คตรอนที่มีพลังงาน 100 Kev. ผ่านรูกลมเล็กๆ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 30 μm พบว่ามีลักษณะของการเลี้ยวเบนเหมือนกับคลื่นแสง

รูปที่ 14.3 เป็นการเปรียบเทียบของผลของการเลี้ยวเบนของลำอนุภาคอิเล็คตรอนกับคลื่นแสงที่ลำกระทบของวัตถุที่เรียบตรง (straight rdge) พบว่ามีลักษณะเหมือนกันทุกประการ



รูปที่ 14.3 ก แสดงการเลี้ยวเบนผ่านวัตถุขอบตรงของ ก) ลำอนุภาคอิเล็คตรอน
ข) คลื่นแสง

14.2 คลื่นเดอบรอย (The De Broglie Wavelength)

การทดลองดังที่ได้กล่าวมาแล้ว แสดงให้เห็นถึงพฤติกรรมช่วงคลื่นของอนุภาค หากแต่ว่าการทดลองเหล่านั้นกระทำขึ้นภายหลังปี ค.ศ. 1930 ซึ่งเมื่อก่อนหน้านี้ นักฟิสิกส์ยังไม่มีเครื่องมือทดลองและเครื่องมือตรวจวัดอย่างละเอียดเหมือนในปัจจุบัน อย่างไรก็ตาม ถึงแม้การทดลองดังกล่าวเหล่านั้นยังไม่เกิดขึ้นเพื่อแสดงว่าอนุภาคมีพฤติกรรมเชิงคลื่นอย่างเด่นชัดก็ตาม ในสมัยทศวรรษ 1920 ได้มีการตั้งสมมติฐานและข้อสังเกตที่แสดงถึงพฤติกรรมเชิงคลื่นของอนุภาค

ในปี ค.ศ. 1924 **หลุย เดอ บรอย (Louis de Broglie)** ได้ตั้งข้อสังเกตและทำวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาเอกของเขา โดยตั้งข้อสมมติฐานถึงลักษณะ**คลื่น - อนุภาค (Wave-particle)** ของรังสี (radiation) ที่แผ่ออกมาจากวัตถุ ซึ่งเป็นการศึกษาของ Max Planck และ Einstein ทั้งนี้เขาได้ตั้งข้อสังเกตว่า วัตถุ (อนุภาค) และการแผ่รังสีนั้น **มีลักษณะที่ร่วมกันคือ** ทั้งสองจัดอยู่ในรูปของพลังงาน (forms of energy) และถูกบังคับให้มีความเป็นไปในเชิงสมมาตร (symmetry) ของสถานที่ - เวลา (space-time) โดยทฤษฎีสัมพันธภาพ (Relativity theory) ของไอน์สไตน์ และโดยเฉพาะในสมการ (16) ในบทที่แล้ว ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนตัมและช่วงคลื่น โดยมีค่าคงที่ของพลังค์ h ร่วมอยู่ $\left(P = E/c = h/\lambda\right)$

เดอ บรอย ได้ให้ความเห็นว่า ความสัมพันธ์ระหว่างอนุภาคและคลื่นเป็นไปตาม ความสัมพันธ์ โดยตั้งสมมติฐานว่า $P = h/\lambda$

ในกรณีของ**อนุภาคอิสระ (free particle)** ที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วซึ่งทำให้มีโมเมนตัมเชิงเส้นเท่ากับ P อนุภาคนั้นจะมีคลื่นประจำตัว (associate wavelength) λ ที่มีค่า

$$\lambda = h/P \qquad (14.1)$$

ซึ่ง λ ในสมการ (1) เรียกว่า **คลื่นเดอ บรอย (de Broglie wavelength)** เป็นที่น่าสังเกตว่า ค่าคงที่ของพลังค์ h เป็นตัวเชื่อมระหว่างธรรมชาติของคลื่นและอนุภาค อย่างไรก็ตาม เราคงจะสังเกตคลื่นประจำตัวของอนุภาคทั่วๆ ไปได้ยากมาก เพราะค่า h $\simeq 10^{-33}$ J.S. เป็นค่าที่น้อยกว่ามาก ดังนั้นวัตถุทั่วไปจะให้ λ สั้นๆ มากและน้อยกว่าขนาดของนิวเคลียสเสียอีก

ตัวอย่าง จงคำนวณหาคลื่นเดอ บรอยของ

ก. ไวรัส (อนุภาค) ที่มีมวล 1.0×10^{-15} ก.ก. เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 2.0 mm/s

ข. อนุภาคอิเล็คตรอนที่มีพลังงาน 120 ev

วิธีทำ

ก) $$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \times 10^{-34}\ J.S.}{(1.0 \times 10^{-15}\ Kg)(2.0 \times 10^{-3}\ m/s)}$$

$$= 3.3 \times 10^{-16}\ m. \qquad \text{(น้อยกว่ารัศมีของนิวเคลียส } r = 1.0 \times 10^{-15}\ m)$$

ข) $$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$$

$$= \frac{6.6 \times 10^{-34}\ J.S.}{\sqrt{2(9.11 \times 10^{-31}\ Kg)(120ev)(1.6 \times 10^{-19}\ J/ev)}} = 11 \times 10^{-10}\ m$$

ข้อสังเกตถึงแม้ไวรัสซึ่งเป็นอนุภาคขนาดเล็กและเคลื่อนที่ช้าๆ คลื่นเดอบรอย ของมันยังน้อยกว่ารัศมีของนิวเคลียสทั่วๆ ไป ดังนั้นวัตถุใหญ่ๆ คลื่นเดอบรอยของมันจะไม่สามารถวัดค่าได้เลย อย่างไรก็ตาม อนุภาคขนาดเล็กประมาณอิเล็คตรอน อะตอม หรือโมเลกุลที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูง จะแสดงคลื่นเดอบรอยของมันออกอยู่ในค่าที่เราสามารถตรวจวัดได้

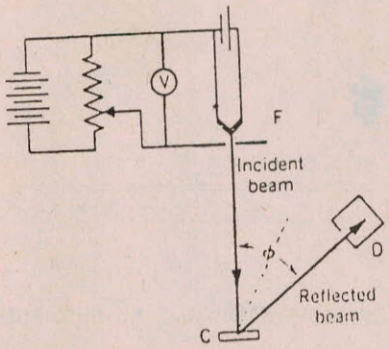
การทดสอบสมมติฐานของเดอบรอย

ในการทดสอบสมมติฐานที่เดอบรอยได้ตั้งไว้เกี่ยวกับคลื่น - อนุภาค (wave - pacicle) นั้น จะต้องจัดทำอย่างรัดกุมเพราะการที่จะใช้ช่องเล็กยาวคู่ (double slit) นั้น คงจะทำได้โดยใช้ช่องแคบๆ มาก ทั้งนี้ก็เพราะคลื่นเดอบรอยของอนุภาคเล็กๆ เช่นอิเล็คตรอนนั้นจะมีค่า λ น้อยมาก ($\simeq 10^{-10}$ m) ดังนั้น ในการวัดและแสดงผลของการเลี้ยวเบน (diffraction) หรือการสอดแทรก (interference) ของคลื่น $\lambda \simeq 10^{-10}$ m นั้น ช่องเล็กยาว (slit) จะต้องมีขนาดเล็กกว่า λ จึงจะสามารถทำให้เกิดผลของการสอดแทรกหรือการเลี้ยวเบนได้ชัดเจน

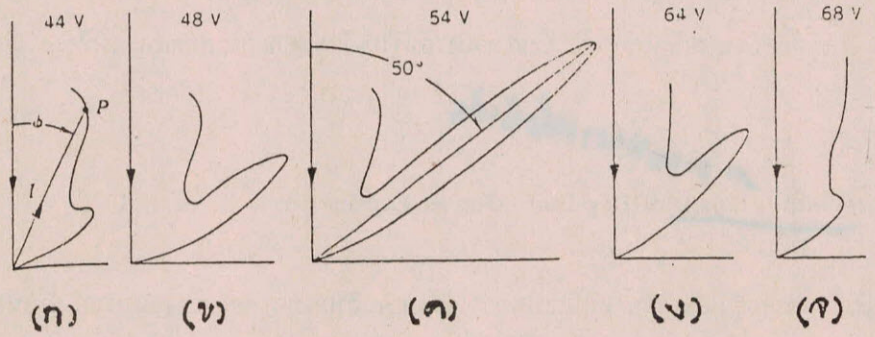
การทดลองของเดวิดสัน - เจอร์เมอร์ (Davidson - Germer Expeiment)

เดวิดสัน และเจอร์เมอร์ ได้ตระหนักเป็นอย่างดีถึงความสั้นมากๆ ของคลื่นเดอบรอย อันเนื่องจากอนุภาคขนาดเล็ก ดังนั้นแทนที่เขาจะใช้ช่องเล็กแคบคู่ ซึ่งมีขนาดประมาณ 10^{-10} m (ซึ่งทำแบบปกติธรรมดาได้ยากมาก) เขาใช้อะตอมของผลึกนิเกิล (Nikel) ทำหน้าที่แทนช่องแคบเล็กยาวคู่

เครื่องมือทดลองของเดวิดสัน - เจอร์เมอร์ ได้แสดงไว้ในรูปที่ 14.4 และผลของการทดลองได้แสดงไว้ในรูปที่ 5

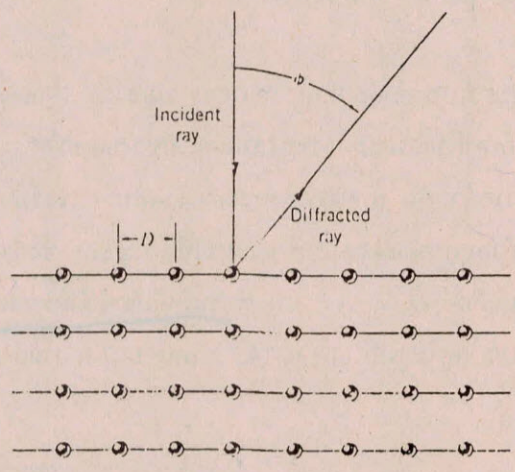


รูปที่ 14.4 เครื่องมือการทดลองของเดวินสัน - เจอร์เมอร์ อิเล็คตรอนซึ่งออกจากไส้ (filament) F และถูกเร่งผ่านความต่างศักย์ U ที่ปรับค่าได้ วิ่งชนกระทบเป็นนิกเกิล (Nickel) และเข้าเครื่องตรวจวัด (detector) D ซึ่งสามารถเปลี่ยนตำแหน่งได้ โดยการเปลี่ยนค่ามุม ϕ



รูปที่ 14.5 แสดงผลของการเลี้ยวเบน (diffraction) ของอนุภาคอิเล็คตรอนจากผลึกนิกเกิล ที่ค่ามุม ϕ ต่าง ๆ กันผลของการเลี้ยวเบนที่เห็นได้ชัดเจน (สูงสุด) เกิดที่ลำอนุภาคอิเล็คตรอนพลังงาน 54 ev และ $\phi = 50°$

จากการทดลองของเดวิดสันและเจอร์เมอร์ จะเห็นได้ว่าการเลี้ยวเบนของลำอนุภาคอิเล็คตรอนภายหลังกระทบผลึกนิกเกิล แล้วจะแสดงผลอย่างเด่นชัดเมื่ออิเล็คตรอนมีพลังงาน 54 ev และมุม $\phi = 50°$ นอกเหนือจากนั้นแล้ว ผลของการเลี้ยวเบนจะไม่ปรากฏชัดเจน การอธิบายเชิงทฤษฎีของการเลี้ยวเบนของลำอนุภาคอิเล็คตรอนนั้นทำได้โดยใช้หลักการของเกรตติง((Grating) ดังในรูปที่ 14.6



รูปที่ 14.6 แสดงอะตอมในบริเวณตื้นๆ ของผิวหน้านิกเกิลจะทำหน้าที่เป็นเกรตติง (grating) ส่งผลให้อิเล็คตรอนเลี้ยวเบนออกไป พฤติกรรมการเลี้ยวเบนของลำอนุภาคอิเล็คตรอนนี้ เปรียบเหมือนการเลี้ยวเบนของคลื่น

จากรูปที่ 14.6 ผลของการเกิดแถบสว่าง (maximum) ของการเลี้ยวเบนจะได้จากการคำนวณตามสมการ

$$m\lambda = D\sin\phi \qquad (14.2)$$

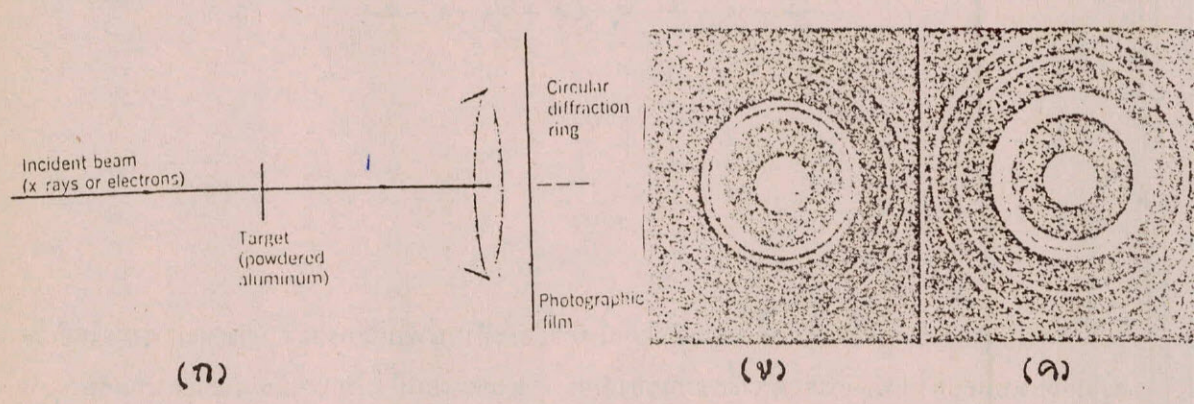
ซึ่งกรณีของนิกเกิล D=215 pm และสำหรับ m = 1 ซึ่งแสดงถึงการเกิดลำดับที่หนึ่ง (first order) ของการเลี้ยวเบน เราจะคำนวณ λ จากสมการ (2) ได้

$$\lambda = D \sin \phi = (215 \text{ pm})(\sin 50°) = 165 \text{ pm}$$

จากการคำนวณเชิงทฤษฎี โดยใช้สมการ (1) $\lambda = h/p$ ของคลื่นเดอบรอยของอิเล็คตรอนเราพบว่าอนุภาคอิเล็คตรอนที่มีพลังงาน 54 ev จะมี λ=165 pm ซึ่งเป็นการสอดคล้องเป็นอย่างยิ่งกับผลของการทดลอง ดังนั้นเป็นการแสดงถึงความถูกต้องในสมมติฐานของเดอบรอย จากการทดลองของ เดวิดสัน - เจอร์เมอร์นี้ เป็นผลให้เดวิดสันและเจอร์เมอร์ ได้รับรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์ในปี ค.ศ. 1937

การทดลองของทอมสัน (G.P. Thomson's Expeiment)

ในปี ค.ศ. 1927 George P Thomson ที่มหาวิทยาลัยอาร์เบอร์ดีน (University of Aberdeen)ในสก๊อตแลนด์ ได้ทำการทดลองและแสดงถึงความถูกต้องของสมมติฐานของเดอบรอย การทดลองนี้เป็นการทดลองอิสระ (independence) ในเวลาใกล้ๆ กัน กับการทดลองของเดวิดสัน - เจอร์มัน (ในสหรัฐอเมริกา) ในการทดลองของเขา ทอมสันได้ใช้ลำอนุภาคอิเล็คตรอนซึ่งกระทบเป้า (target) ซึ่งทำด้วยแผ่นโลหะบางๆ (metal foil) และในกรณีของการใช้รังสีเอ็กซ์ (X - rays) นั้น เขาให้รังสีเอ็กซ์ซึ่งกระทบเป้าที่เป็นผงโลหะ อลูมิเนียม (alumineim poweler) ดังปรากฏในรูปที่ 14.7 ก, 14.7 ข และ 14.7 ค ตามลำดับ



รูปที่ 14.7 ก) แสดงการทดลองโดยใช้ลำอนุภาคอิเล็คตรอนหรือรังสีเอ็กซ์วิ่งกระทบเป้า

14.7 ข) แสดงปรากฏการณ์เลี้ยวเบนอันเกิดจากรังสีเอ็กซ์บนแผ่นฟิล์ม

14.7 ค) แสดงปรากฏการณ์เลี้ยวเบนของลำอนุภาคอิเล็คตรอนวิ่งชนเป้าเดียวกันกับที่ใช้ทดลองกับรังสีเอ็กซ์

ทั้งนี้อิเล็กตรอนได้ถูกพลังงานที่พอเหมาะที่จะทำให้มีคลื่นเดอบรอยเท่ากับคลื่นของรังสีเอ็กซ์ที่ใช้ในกรณี 14.7 ข

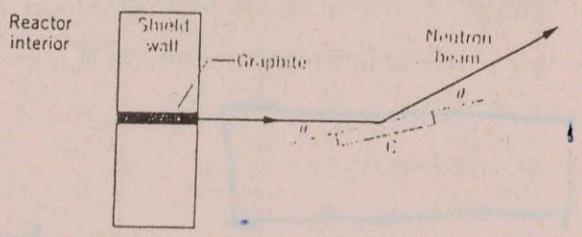
จากผลการทดลองของทอมสันนั้น แสดงให้เห็นว่าผลการทดลองเป็นไปตามสมมติฐานของเดอบรอยทุกประการ ซึ่งเป็นผลให้ จี พี ทอมสัน (G.P. Thomson) ได้รับรางวัลโนเบิลร่วมกัน เดวินสันและเจอร์เมอร์ในปี ค.ศ. 1937

เป็นที่น่าสังเกตว่า J.J. Thomson ผู้เป็นบิดาของ G. P. Thomson ได้รับรางวัลโนเบิลสาขาฟิสิกส์ ในปี ค.ศ. 1906 ด้วยผลงานที่แสดงให้เห็นว่า อิเล็คตรอนเป็น**อนุภาค (particle)** มีมวล m และประจุ e โดยสามารถวัดอัตราส่วน e/m ได้ ต่อมาในปี ค.ศ. 1937 G.P. Thomson ผู้เป็นบุตรได้ศึกษาคุณสมบัติของอิเล็คตรอนและแสดงให้เห็นว่าอิเล็คตรอนมีคุณสมบัติเป็น**คลื่น (wave)** โดยมีช่วงคลื่นตามสมมติฐานของเดอบรอย

ตัวอย่าง นิวตรอน (neutron) ที่เกิดจากเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู (Nuclear Reactor) วิ่งผ่านแท่งถ่ายกร๊าฟไฟต์ (Graphite) มีความเร็วลดลง กลายเป็น Thernal neutron ที่อุณหภูมิห้อง (293 °K) จงคำนวณหา

ก. คลื่นเดอบรอยที่เป็นได้มาก (Most probable) ของ themal neutron

ข. จงหามุมกระเจิงแบรก (Bragg's scattering angle) เมื่อ themal neutron กระเจิงจากเป้า C ซึ่งมีระยะระหว่างระนาบแบรก (Bragg plane) d = 0.304 nm.



วิธีทำ ก) จากสมการคลื่นเดอบรอยที่เป็นไปได้มาก (The most probable de Brogile wavelenght)

$$\lambda_p = \frac{h}{\sqrt{5mkT}}$$

$$\lambda_p = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{J.S.}}{\sqrt{5(1.67 \times 10^{-27}\ \text{Kg})(1.38 \times 10^{-23}\ \text{J/K})(293\ \text{K})}}$$

$$= 1.14 \times 10^{-10}\ \text{m.} \quad = 0.114\ \text{nm.}$$

ข) สูตรของแบรก (Bragg formula) สำหรับการเลี้ยวเบนของรังสีเอ็กซ์จากผิวโลหะ คือ

$$2\,d\sin\theta = m\lambda \qquad (m=1,2,3,.....)$$

สำหรับ m = 1, และใช้ λ_p ในข้อ ก. เราจะได้

$$\theta = \sin^{-1}\left[\frac{m\lambda_p}{2d}\right] = \sin\left[\frac{1\times(0.114\text{ nm})}{2\times(10.304\text{ nm})}\right] = 10.8^{\circ}$$

14.4 คลื่น กลุ่มคลื่น และอนุภาค (Wave, Wave Packet and Particle)

ทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่า (classical physics) ได้ให้นิยามของคลื่น (Wave) และอนุภาค (particle) ไว้อย่างชัดเจนตามที่ได้ศึกษามาแล้ว อย่างไรก็ตามเมื่อมีปรากฏการณ์เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบที่มีขนาดเล็ก เราพบว่าทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่าไม่สามารถอธิบายได้เลย จึงทำให้เกิดแนวความคิดใหม่ทางฟิสิกส์ที่ใช้หลักการของ คลื่น - อนุภาค (wave - particle) และนำพลังงานของระบบจะไม่ต่อเนื่องกัน (discrete) เหมือนกับที่ใช้ในทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่า Max planck, Einstein, de Broglie และต่อมา Heisenberg, Sehronding และ Max Born ซึ่งต่อมาได้ศึกษาและร่วมกันในแง่มุมต่างๆ ทำให้เกิดแขนงวิชาฟิสิกส์ใหม่ที่เรียกว่า **กลศาสตร์ควอนตัม (Quantum Meechanics)** ทั้งนี้ ได้อาศัยหลักการที่ใช้ฟังก์ชันคลื่น (wave function ψ (อ่านว่า ซาย -psi) ทั้งนี้เนื่องจากอนุภาคแสดงคุณสมบัติรของคลื่น เราจึงใช้ ψ แทนอนุภาค โดยปกติทั่วไป $\psi(X,t)$ เป็นฟังก์ชันของเวลา (time) และตำแหน่ง (coordinater) ψ สามารถศึกษาเป็นฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ได้ เช่น

$$\psi(x,t) = A\cos(kx-\omega t) \qquad (14.3)$$

เมื่อ $k = k = \frac{2\pi}{\lambda}$ เป็นเลขคลื่น (wave number)

$w = 2\pi\nu$ เป็นความถี่เชิงมุม

A = แอมพลิทูด (amplitude) ของคลื่น

$V_p = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{k}$

$= \frac{2\pi f}{\frac{2\pi}{\lambda}}$

คลื่นจากสมการ (3) จะเคลื่อนที่ไปด้วยความเร็วเพส (phase velocity) V_p

$$V_p = \omega/k = \lambda\nu \qquad (14.4)$$

$V_p = \frac{\omega}{k} = \lambda\nu$

อย่างไรก็ตาม คลื่น ψ (x,t) จากสมการ (3) ยังไม่สามารถใช้แทนอนุภาคได้อย่างแท้จริง ทั้งนี้เพราะถ้าเราใช้สมการ

$E = h\nu$ และ $p = h/\lambda$

เราจะได้ $V_p = \lambda\nu = E/P$ จากทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ (Special Relativity Theory) ของไอน์สไตน์ ที่ว่า $E = mc^2$ และ $p = mv$ เราจะได้

$$V_p = \left[E/p\right] = \frac{mc^2}{mv} = c^2/V \qquad (14.5)$$

ดังนั้น ในกรณีของอนุภาคโฟตอนที่มีความเร็ว V =C เราได้ V_p ของโฟตอน =C (ความเร็วของแสง)แต่ถ้าสำหรับกรณีอนุภาคอื่น ซึ่งมี V < C เราจะได้ $V_p > C$ เสมอ ซึ่งเป็นการขัดต่อทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษของไอน์สไตน์ที่กำหนดว่า ความเร็วสูงสุด (ที่สามารถให้ความหมายทางกายภาพ) ของสสารนั้น คือ ความเร็วของแสง, C

ดังนั้น เราต้องกำหนด ฟังก์ชันคลื่น ψ ที่ใช้แทนอนุภาคเสียใหม่ โดยให้ $\psi(x,t)$ เป็นกลุ่มคลื่น (wave Packet) ที่เกิดจากผลรวมของฟังก์ชันคลื่นย่อยๆ ที่มีความยาวของคลื่นต่างกัน รวมกัน

$$\psi(x,t) = \sum_{k_i=k}^{k+\Delta k} A(k_i)\cos(k_i x - \omega_i t) \qquad (14.6)$$

กลุ่มคลื่น (Wave Packet) $\psi(x,t)$ จากสมการ (14.6) จึงเป็น "คลื่น" ที่ใช้แทนอนุภาคได้อย่างแท้จริง โดยจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วกลุ่ม (group velocity) V_g เท่ากับความเร็วของอนุภาค

พิจารณากลุ่มคลื่น ที่เกิดจากคลื่น ψ_1 และ ψ_2 ซึ่งมีแอมพลิทูด A เท่ากัน

$$\Psi_1(x,t) = A\cos(kx - \omega t) \qquad (14.7)$$

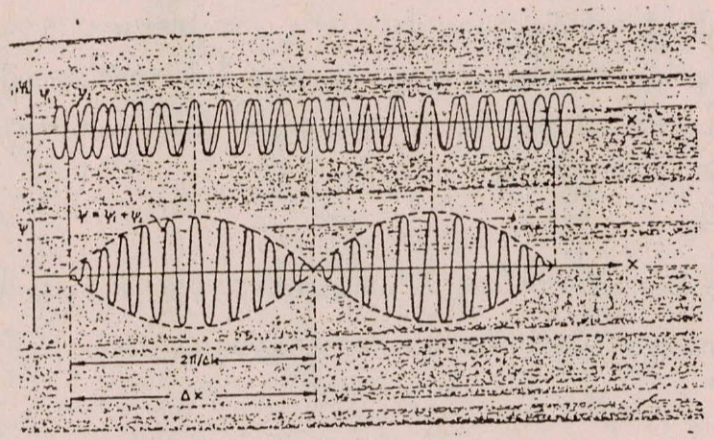
$$\Psi_2(x,t) = A\cos\left[(k+\Delta k)x - (\omega + \Delta\omega)t\right] \qquad (14.8)$$

ผลรวมจะให้กลุ่มคลื่น $\psi(x,t)$

$$\omega(x,t) = \omega_1(x,t) + \omega_2(x,t)$$
$$= A_m\cos(kx - \omega t) \qquad (14.9)$$

เมื่อ $$A_m = 2A\cos\left(\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right) \qquad (14.10)$$

จะเห็นว่าผลรวมของคลื่น ψ_1 และ ψ_2 ในสมการ (9) จะได้กลุ่มคลื่นที่มีแอมพลิทูด Am และความถี่เชิงมุม ω เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาดังแสดงในรูปที่ 9 คลื่น ψ_1 ψ_2



รูปที่ 14.9 ก คลื่น ψ_1 ψ_2 มีความถี่และช่วงคลื่นต่างกันเล็กน้อย

14.9 ข เมื่อรวม $\psi_1 + \psi_2$ แล้วได้กลุ่มคลื่นเคลื่อนไปทาง x

ด้านความเร็วเพส $V_p = \omega/K$ โดยมีแอมพลิทูดเคลื่อนที่ไปด้วยความเร็วกลุ่ม V_g

$$V_g = \Delta\omega/\Delta k$$

$$V_g = \lim_{\Delta k \to o} \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{d\omega}{dk} \qquad (14.11)$$

แทนค่า $E = h\nu = \hbar\omega$ เมื่อ $\hbar = h/2\pi$

$$P = h/\lambda = \hbar k$$

สมการ (14.11) จะกลายเป็น

$$V_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp} \qquad (14.12)$$

จากทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษของไอน์สไตน์

$$E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2} \; ; \; E = mc^2 \; ; \; p = mv$$

แทนค่าในสมการ (14.12) เราจะได้

$$V_g = \frac{1}{2(m_0^2c^4 + p^2c^2)^{1/2}} \cdot 2pc^2 = \frac{mc^2v}{E} = V \qquad (14.13)$$

ดังนั้น จากสมการ (14.13) $V_g = V$ ซึ่งเป็นความเร็วของอนุภาค แสดงว่ากลุ่มคลื่น (wave packet) $\Psi(x,t)$ มีความเร็วเท่ากับความเร็วของอนุภาค ดังนั้นจึงใช้เป็นฟังก์ชันคลื่นแทนอนุภาคได้

ถ้ากำหนดให้ $\Delta x = x_2 - x_1$ คือผลต่างของตำแหน่งคลื่นที่ x_2 และที่ x_1 จากสมการ (14.8) ผลต่างของเพส (phase) ที่ตำแหน่ง x_2 และ x_1 โดยที่ให้เวลา t คงที่

$$\frac{\Delta k}{2}x_2 - \frac{\Delta k}{2}x_1 = \pi$$

ดังนั้น

$$\Delta x \; \alpha \; \frac{1}{\Delta k} \qquad (14.14)$$

ทำนองเดียวกันถ้าให้ตำแหน่ง x คงที่แล้ว ดูการเปลี่ยนของ Ψ_1 Ψ_2 ต่อเวลา เราจะได้ในทำนองเดียวกันดังสมการ (14.14) กล่าวคือ

$$\Delta t . \Delta\omega = 2\pi$$

$$\Delta t \; \alpha \; \frac{1}{\Delta\omega} \qquad (14.15)$$

จากสมการ (14.14) และ (14.15) เราจะเห็นว่ากลุ่มคลื่นที่เกิดจากการรวมกันของคลื่น 2 คลื่น (หรืออาจจะมากกว่า) จะมีความแตกต่างทางตำแหน่ง Δx เสมอ

5. หลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์ก (Heisenberg's Uncertanity Pniciple)

จากสมการที่ (14.14) เราพบว่า

$$\Delta x \propto \frac{1}{\Delta k} \qquad (14.16)$$

ถ้าเราใช้ฟังก์ชันคลื่นย่อยๆ Ψ_2 คำนวณมากขึ้น โดยที่กลุ่มคลื่น $\Psi(x,t)$ เป็นไปตามสมการ (14.16) ถ้าเราต้องการให้ $\Delta x \to o$ เราจะต้องใช้ฟังก์ชันคลื่นที่มีค่า k แตกต่างกันให้มาก กล่าวคือ $\Delta x \to \infty$ ดังนั้นสมการ (18) จะกลายเป็น

$$(\Delta x)(\Delta k) \simeq 1 \qquad (14.17)$$

เมื่อแทนค่า $P = h/\lambda = hk$; $\Delta p = h(\Delta k)$

ดังนั้นสมการ (14.17) จะกลายเป็น

$$(\Delta p).(\Delta x) \sim h$$

จากความสัมพันธ์ดังกล่าวนี้ ทำให้มีข้อจำกัดในความรู้เกี่ยวกับตำแหน่งและโมเมนตัมของอนุภาค โดยมีผลคูณของความไม่แน่นอนในการวัดปริมาณทั้งสอง อย่างน้อยเท่ากับค่าคงที่ h ดังนั้น

$$(\Delta p).(\Delta x) \geq h \qquad (14.18)$$

โดยการคำนวณอย่างละเอียดแล้วจะพบว่า $\Delta p.\Delta x \geq h/2$ ความหมายของสมการ (14.18) ก็คือ ผลคูณของความไม่แน่นอนในการวัดตำแหน่งและโมเมนตัมของอนุภาค ขณะใดๆ จะมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ h การกำหนดตำแหน่งของอนุภาคอย่างแน่นอน ($\Delta x = o$) จะทำให้ไม่สามารถทราบค่าโมเมนตัมของอนุภาคนั้นเลย ($\Delta p = \infty$) ในทำนองเดียวกันถ้าเราทราบโมเมนตัมของอนุภาคอย่างแน่นอน ($\Delta p = o$) เราจะไม่ทราบตำแหน่งของอนุภาคได้อย่างแม่นยำ ($\Delta x = \infty$) ในขณะเดียวกัน สมการที่ (14.18) นั้นก็คือ **หลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์ก (Heisenberg's Uncetainty Principle)** ซึ่งไฮเซนเบิร์กตั้งขึ้นเมื่อ ค.ศ. 1926

เมื่อพิจารณาใน 3 มิติ โดยให้ P_x P_y และ P_z เป็นโมเมนตัมเชิงเส้นในการแทน x, y และ z ตามลำดับ สมการ (14.18) จะเขียนได้เป็น

$$\Delta P_x . \Delta x \geq h$$

$$\Delta P_y . \Delta y \geq h \qquad (14.19)$$

$$\Delta P_z . \Delta z \geq h$$

นอกจากความไม่แน่นอนในการวัดตำแหน่งและโมเมนตัมแล้ว พลังงานและเวลาก็เป็นตัวแปรอีกชุดหนึ่งที่เราไม่สามารถบอกความแน่นอนในการวัดได้พร้อมกัน เมื่อพิจารณาสมการ (14.17) เราอาจจะประมาณค่าได้

$$\Delta t . \Delta \omega \simeq 1$$

และโดยที่ $E = h\nu = \hbar\omega$ หรือ $\Delta E = h\Delta\omega$

เราจะได้ $\Delta E . \Delta t \cong h$

หรือ $\Delta E . \Delta t \geq h \qquad (14.20)$

สมการ (14.20) ก็คือหลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์ก (Heinsenberg's Uncertainty Principle) อีกด้วย

ตัวอย่าง ค่าความไม่แน่นอนในตำแหน่งของโมเลกุลของไฮโดรเจน ซึ่งมีมวล 2×10^{-27} กก. มีค่าประมาณขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของอะตอม ($\sim 1 \times 10^{-10}$ เมตร) จงหาความไม่แน่นอนของโมเมนตัมคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ กำหนดให้ที่อุณหภูมิห้องโมเลกุลมีความเร็ว 2,000 เมตร/วินาที

วิธีทำ จาก $\Delta P_x . \Delta x \geq h$

$$\Delta P_x \geq \frac{(1.0545 \times 10^{-34}\ \text{J.S.})}{10^{-10}\ \text{m}}$$

$$\Delta P_x \geq 1.0545 \times 10^{-24}\ \text{Kg.}\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}$$

$$P_x\ (\text{อุณหภูมิห้อง}) = (2 \times 10^{-27}\ \text{Kg})\ (2000\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}})$$

$$= 4 \times 10^{-24}\ \text{Kg}\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}$$

ดังนั้น $\dfrac{\Delta P_x}{P_x} = \dfrac{1.0545 \times 10^{-24}}{4 \times 10^{-24}} = 0.263$

นั่นคือ ในการวัดโมเมนตัมจะมีความผิดพลาด $\geq 26.3\%$ ของค่าที่ต้องการวัด

ตัวอย่าง ลูกปืนมวล 0.050 กก. วิ่งด้วยความเร็ว 1000 เมตร/วินาที ความไม่แน่นอนในการวัด ตำแหน่งเป็น 1 มม. จงหาความไม่แน่นอนในการวัดโมเมนตัม

วิธีทำ

$$\Delta P_x \geq \frac{(1.0545 \times 10^{-34} \text{ J.S.})}{1 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

$$\Delta P_x \geq 1.0545 \times 10^{-31} \text{ Kg.} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

โมเมนตัม $P_x = (0.050 \text{ Kg})\ (1000 \frac{\text{m}}{\text{s}}) = 50 \text{ Kg.} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\frac{\Delta P_x}{P_x} \geq 0.021 \times 10^{-31}$$

ความไม่แน่นอนในการวัดโมเมนตัม $\geq 2.1 \times 10^{-31}$ % ซึ่งจะเห็นได้ว่ามีค่าน้อยมากจนไม่สามารถวัดได้ด้วยเครื่องมือชนิดใด

จากตัวอย่างข้างบนนี้จะเห็นว่า ความไม่แน่นอนต่อการวัดระบบจุลภาค (microscopic) จะเห็นได้ชัดกว่าในระบบมหภาค (macroscopic)

ตัวอย่าง อะตอมซึ่งอยู่ในสถานะถูกกระตุ้น (excited state) ปล่อยพลังงานออกมาในรูปโฟตอนและกลับคืนสู่สภาพปกติในเวลา 10^{-8} วินาที จงหาความไม่แน่นอนในกระบวนการวัดพลังงานของสถานะถูกกระตุ้น

วิธีทำ

การที่อิเล็คตรอนไม่กลับมาสู่สถานะปกติในทันที แสดงว่ามีความไม่แน่นอนของเวลา $\Delta t = 10^{-8}$ วินาที

จาก $\Delta E . \Delta t \cong h$

$$\Delta E \geq \frac{1.0545 \times 10^{-34} \text{ J.S.}}{10^{-8} \text{ m}}$$

$$\geq 1.0545 \times 10^{-26} \text{ J.}$$

จาก $E = h\nu$ หรือ $\Delta E = h\Delta\nu$

ดังนั้น

$$\Delta\nu \geq \frac{1}{2\pi.\Delta t}$$

$$\Delta\nu \geq \frac{1}{2\pi \times 10^{-8}} = 1.6 \times 10^{7} \ S^{-1}$$

นั่นคือ สเปคตรัมของแสงที่ออกมาจากอะตอมจะมีความไม่แน่นอนในความถี่เป็นช่วง $\Delta\nu \geq 1.6 \times 10^{7} \ S^{-1}$

14.6 ฟังก์ชันคลื่นและความน่าจะเป็น (Wave Function and Probability)

ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันคลื่น Ψ (x,t) และตำแหน่งของอนุภาคนั้น เราสามารถเปรียบเทียบฟังก์ชันคลื่น Ψ (x,t) กับสนามไฟฟ้า E(x,t) ของแสงสีเดี่ยว (monochromatic light) ตกกระทบบนฉาก ความเข้มของแสง I บนฉาก ซึ่งมีค่าเท่ากับพลังงานที่ตกกระทบต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่และต่อหนึ่งหน่วยเวลา จะแปรเป็นปฏิภาคตรงกับกำลังสองของสนามไฟฟ้า

$$I \propto E^{2}(x,t) \qquad (14.21)$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าประกอบด้วยโฟตอนมีพลังงาน $E = h\nu$

ดังนั้น $$I = Nh\nu \qquad (14.22)$$

เมื่อ N เป็นจำนวนโฟตอนที่ตกกระทบฉากต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ ต่อหนึ่งหน่วยเวลา

จากสมการ (14.21) และ (14.22) เราจะได้

$$Nh\nu \propto E^{2}(x,t)$$

หรือ $$N \propto E^{2}(x,t) \qquad (14.23)$$

จากสมการ (14.23) เราจะเห็นว่าทางด้านซ้ายของสมการ (14.23) เป็นผลสมบัติอนุภาคของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ส่วนทางด้านขวาเป็นผลสมบัติทางคลื่นของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า การกระจายของโฟตอนซึ่งอาจมีพลังงานไม่ต่อเนื่องจำนวนมาก และตกกระทบฉากอย่างไม่เป็นระเบียบจะให้ความเข้มบนฉาก แต่การพิจารณา $E^{2}(x,t)$ โดยที่เป็นกรณีที่มีโฟตอนจำนวนน้อยตกลงบนฉาก เราก็สามารถทำนายค่าเฉลี่ยของจำนวนโฟตอนต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ ต่อหนึ่งหน่วยเวลาได้ ข้อสรุปเช่นนี้คล้ายกับ**กลศาสตร์เชิงสถิติ** (Statistical Mechanics) ของทฤษฎีจลน์ของกาซ ซึ่งเราไม่สามารถทำนายพฤติกรรมของอนุภาคแต่ละตัวของกาซได้ แต่เราสามารถ

คำนวณผลลัพธ์เฉลี่ยได้ ในกรณีนี้ก็เช่นกัน เราจะใช้แนวความคิดของโอกาสน่าจะเป็น (probability) อธิบายว่าพลักซ์ของโฟตอน หมายถึงโอกาสที่จะพบโฟตอนบนฉาก

$$E^2(x,t) \quad \alpha \quad \text{โอกาสที่จะพบโฟตอน}$$

นั่นก็คือ กำลังสองของสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่ง x ใดๆ บนเวลา t ใดๆ จะเป็นปฏิภาคตรงกับโอกาสที่จะพบโฟตอนที่ตำแหน่งและขณะเวลานั้นๆ

สิ่งที่แตกต่างระหว่างฟังก์ชั่นคลื่นหรือสนามสสาร (matter field) $\Psi(x,t)$ อย่างเดียวจะไม่มีความหมายของทางฟิสิกส์ แต่ $E(x,t)$ จะมีความหมายถึงสนามไฟฟ้าขณะเวลา t ที่ตำแหน่ง x ส่วน $E^2(x,t)$ จะมีความหมายเป็นความเข้มของสนามไฟฟ้า หรือโอกาสที่จะพบโฟตอน ในทำนองเดียวกัน $\Psi^*(x,t)\,\Psi(x,t)\,dx$ จะมีความหมายเป็นโอกาสที่น่าจะเป็นไปได้ในการอนุภาคในช่วง dx เมื่อ $\Psi(x,t)$ เป็นฟังก์ชันคอนจูเกตเชิงซ้อน (Complix conjugate function) ของฟังก์ชันคลื่น $\Psi(x,t)$ ซึ่งก็เป็นฟังก์ชันเชิงซ้อน (complex function) กรณีที่ระบบไม่ขึ้นกับเวลา หรือที่เรียกว่าสถานะคงตัว (Stationary state) โอกาสที่จะพบอนุภาคในช่วง dx จะเป็น $\Psi^*(x)\,\Psi(x)\,dx = |\Psi(x)|^2 dx$ กรณีทั่วไปใน 3 มิติ โอกาสที่น่าจะเป็นไปได้ในการพบอนุภาคในปริมาตร $dv = dx\,dy\,dz$ จะเป็น

$$|\Psi(x,y,z)|^2\,dv = \Psi^*(x,y,z)\Psi(x,y,z)\,dxdydz \qquad (14.24)$$

$|\Psi(x,y,z)|^2$ มีความหมายคือโอกาสที่น่าจะเป็นไปได้ ที่จะได้พบอนุภาคต่อ 1 หน่วยปริมาตร (probability density)

เนื่องจากถ้ามีอนุภาคอยู่ ณ ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งที่แน่นอน เราจะมีเงื่อนไขที่ว่า

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x,y,z)|^2\,dxdydz = 1 \qquad (14.25)$$

สมการ (14.25) เรียกว่าเงื่อนไขปกติ (normalization condition) สมการ (14.25) จะเขียนให้ง่ายโดยเขียนในรูปแบบ

$$\int |\Psi^2|\,dv = 1 \qquad (14.26)$$

14.7 สมการชเรอดิงเงอร์ (Schrondinger Equation) และการประยุกต์

เพื่อที่จะได้อธิบายทวิภาพคือ สถานะของสสารเป็นได้ทั้งคลื่นและอนุภาค (Wave and particle dualism) เราต้องการสมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างคลื่นและอนุภาคตามแนวความคิดของเดอ บรอย และตามแนวความคิดทางควอนตัมของพลังค์ เชรินดิงเจอร์ (Erwin Schrondinger) นักฟิสิกส์ชาวออสเตรีย ได้ประสพผลสำเร็จในปี ค.ศ. 1926 คิดสมการการเคลื่อนที่ของคลื่นสสาร (Wave matter) โดยอาศัยฟังก์ชันคลื่น $\Psi(x,t)$ ในการอธิบายปริมาณต่างๆ ทางกายภาพที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของอนุภาค เช่น พลังงาน ตำแหน่ง โมเมนตัม เป็นต้น ความสำเร็จของเชรินดิงเจอร์ นำไปสู่การวิวัฒนาการของสาขาวิชาฟิสิกส์ที่เรียกว่า **กลศาสตร์คลื่น (Wave Mechanics)** นอกจากนี้ **ไฮเซนเบิร์ก (Heisenberg)** ได้คิดสมการการเคลื่อนที่ของคลื่นสสารสำเร็จ ในเวลาไล่ๆ กัน โดยอาศัยเมตริกซ์ (matrix) ในการอธิบายปริมาณต่างๆ ทางกายภาพ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของอนุภาค ซึ่งปรากฏว่าได้ผลเช่นเดียวกันกับกลศาสตร์คลื่น วิธีการของไฮเซนเบิร์กนี้ ทำให้เกิดแขนงวิชาทางฟิสิกส์ที่เรียกว่า **กลศาสตร์เมตริกซ์ (Matrix Mechanics)** เช่นกัน อย่างไรก็ตาม เพื่อเป็นการง่ายต่อการเข้าใจ เราจะศึกษาในขั้นแรกเกี่ยวกับสมการชเรอดิงเงอร์ และการประยุกต์ในปัญหาง่ายๆ ก่อน

จากสมการ (3) ฟังชั่นคลื่น

$$\Psi(x,t) = A\cos(kx-\omega t)$$

หรือ $$\Psi(x,t) = A\exp\{i(kx-\omega t)\}$$

เมื่อแทนค่า $\omega = 2\pi\nu$ และ $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ จะได้

$$\psi(x,t) = A\exp\{2\pi i(x/\lambda - +\nu t\} \qquad (14.27)$$

เพื่อให้สอดคล้องกับความสัมพันธ์ระหว่างคลื่นและอนุภาคตามแนวคิดของพลังค์ แทนค่า $E=h\nu$ และ $\lambda = h/p$ สมการ (14.27) จะกลายเป็น

$$\psi(x,t) = A\exp\left\{2\pi\, t/h(px - Et)\right\} \qquad (14.28)$$

สมการ (14.28) เป็นฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ของคลื่นแทนคลื่นอนุภาคที่มีพลังงาน E และโมเมนตัม P เคลื่อนที่ไปทาง +X จากสมการ (14.28) เราจะพบว่า

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi(x,t) = \frac{4\pi^2p^2}{h^2}\Psi(x,t) \qquad (14.29)$$

และ $$\frac{\partial \Psi}{\partial t}(x,t) = \frac{-2\pi i}{h}\Psi(x,t) \qquad (14.30)$$

ในขอบข่ายของการเคลื่อนที่ที่มีความเร็วต่ำกว่าความเร็วของแสงมาก (V<<C) สมการการเคลื่อนที่นี้จะสอดคล้องกับความสัมพันธ์

พลังงานทั้งหมด = พลังงานจลน์ + พลังงานศักย์

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + V(x,y,z,t) \qquad (14.31)$$

เราเขียนสมการ (14.31) ใน 1 มิติ และในเทอมของ P ได้

$$E = \frac{p^2}{2m} + V(x,t) \qquad (14.32)$$

และ $$E\psi(x,t) = \left\{\frac{p^2}{2m} + V(x,t)\right\}\Psi(x,t) \qquad (14.33)$$

จากสมการ (14.29) และ (14.30) เราพบว่า

$$E\Psi(x,t) = \frac{-h}{2\pi i}\frac{\partial \Psi}{\partial t} \qquad (14.34)$$

และ $$p^2\Psi(x,t) = \frac{-h^2}{4\pi^2}\cdot\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} \qquad (14.35)$$

แทนค่าสมการ (14.37) และ $h \equiv h/2\pi$ ลงในสมการ (14.35) เราจะได้

$$-\frac{h^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}(x,t) + V\Psi(x,t) = E\Psi(x,t) \qquad (14.36)$$

เราเรียกสมการ (14.36) ซึ่งเป็นสมการดิฟเฟอเรนเชียลลำดับที่สองว่า **สมการชเรอดิงเงอร์ (Schrondinger's Equation)** ซึ่งใน 3 มิติจะเขียนได้เป็น

$$-\frac{h^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Psi(x,y,z,t) + V\Psi(x,y,z,t) = E\Psi(x,y,z,t) \qquad (14.37)$$

ให้ $$\nabla^2 \equiv \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$$

สมการ (37) จะกลายเป็น

$$-\frac{h^2}{2m}\nabla^2\Psi(x,y,z,t)+V(x,y,z,t)\Psi(x,y,z,t)=E\Psi(x,y,z,t) \qquad (14.38)$$

หรือ $$H(x,y,z,t)\Psi(x,y,z,t)=E\Psi(x,y,z,t) \qquad (14.39)$$

โดยที่ $$H(x,y,z,t)=\nabla^2+V(x,y,z,t) \qquad (14.40)$$

ซึ่งเรียก H ว่า **ตัวดำเนินการแฮมิลโทเนียน (Hamiltonian operator)** ในกรณีที่ V ไม่ใช่ฟังก์ชันของเวลา สมการชเรอดิงเงอร์ จะมีรูปแบบเป็น

$$-\frac{h^2}{2m}\nabla^2\Psi(x,y,z)+V(x,y,z)\Psi(x,y,z)=E\Psi(x,y,z) \qquad (14.41)$$

ในกรณีที่การเคลื่อนที่เป็น 1 มิติ สมการ (41) จะลดรูปลงหรือเป็น

$$\frac{-h^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(x)+V(x)\psi(x)=E\psi(x) \qquad (14.42)$$

การประยุกต์สมการชเรอดิงเงอร์

กรณีอนุภาคอิสระ (Free Particle) ในกรณีนี้พลังงานศักย์ (ของอนุภาค) V(x) = O ดังนั้นสมการ (14.42) จะเป็น

$$\frac{d^2}{dx^2}\Psi(x)+\frac{2mE}{h^2}\Psi(x)=0 \qquad (14.43)$$

กรณีอนุภาคอิสระ $E=p^2/2m$ และ $P = hk$ ดังนั้น $E=\frac{h^2k^2}{2m}$ สมการ (43) จะเป็น

$$\frac{d^2}{dx^2}\psi(x)+k^2\psi(x) \qquad (14.44)$$

สมการ(14.44) เป็นสมการที่อยู่ในรูปแบบของ Simple Harmonic Oscillation มีคำตอบเป็นคลื่นนิ่ง (Standing Wave) มีความยาวคลื่น $\lambda=2\pi/k=h/p$ คำตอบของสมการ (14.44) คือ

$\psi(x) = \exp(ikx)$; สำหรับการเคลื่อนที่ในทิศทาง x+

$\psi(x) = \exp(-ikx)$; สำหรับการเคลื่อนที่ในทิศทาง x- (14.45)

เราจะเห็นได้ว่า

$$|\psi(x)|^2 = \psi^*(x)\,\psi(x) = \exp(-ikx)\exp(ikx) = 1 \text{ เสมอ}$$

$|\psi(x)|^2 = 1$ หมายถึง โอกาสที่จะพบอนุภาคที่ตำแหน่ง x ใดๆ มีค่าเท่ากัน นั่นคือ ฟังก์ชันคลื่น $\psi(x) = \exp(\pm ikx)$ มีทั่วทุกค่า x

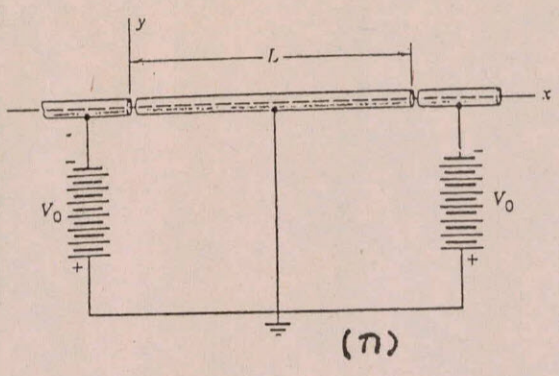
โดยที่ค่าโมเมนตัมของมันแน่นอน $P=hk$ ($\Delta p=0$) ดังนั้น ตามหลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์กเราจะได้ $\Delta x \rightarrow \infty$ ซึ่งก็ตรงกับความเป็นจริงที่ว่า $\psi(X) = \exp(\pm ikx)$ จะกวัดแกว่ง (Osillate) ตั้งแต่ $-\infty \le x \le +\infty$ หรือ $\Delta x \rightarrow \infty$ นั่นเอง

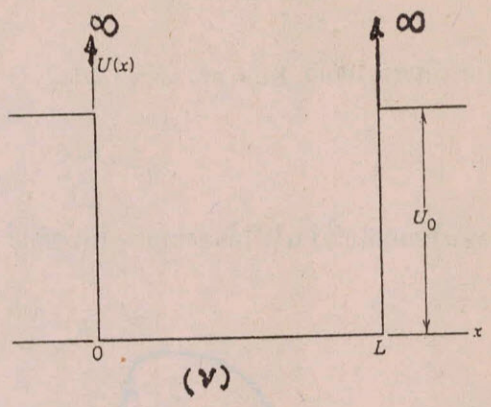
กรณีอนุภาคในบ่อศักย์สูงอนันต์ 1 มิติ (A Particle in One Dimensional Infinite Potential Well)

ในกรณีนี้ อนุภาคมวล m เคลื่อนที่ภายในบริเวณที่มีพลังงานศักย์

$$V(x) = 0 ; \quad O < x < L$$
$$= \infty, \quad x = O;\ x = L \qquad (14.46)$$

กรณีเช่นนี้จะเป็นสถานการในห้องปฏิบัติการเมื่ออิเล็คตรอนถูกกักให้เคลื่อนในแนวทาง X ระหว่าง $O \le X \le L$ ในบริเวณที่ V(x) เป็นไปตามสมการ (14.46)





รูปที่ 14.10 ก) แสดงถึงการจัดให้อิเล็กตอนสิ่งในบริเวณความยาว $O \leq X \leq L$ และบริเวณนี้มีพลังงานศักย์ V(x) ตามสมการ (46)

ข) แสดงถึงพลังงานศักย์ของอิเล็กตรอนในบริเวณ $U_0 \rightarrow \infty$ เมื่อ

จากรูปที่ 14.10 ข) อากาศจะถูกจำกัดในบริเวณ $O \leq X \leq L$ และจะเป็นอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นอิสระ $V(x)=O$; $O < x < L$ ดังนั้นสมการเซรินดิงเจอร์ของอนุภาคจะเป็น

$$\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) + k^2(x)\psi(x) = 0$$

เนื่องจากอนุภาคเคลื่อนไปมาในทาง X+ และ X- ดังนั้นฟังก์ชันคลื่น $\psi(x)$ จะเป็น

$$\psi(x) = A\exp(ikx) + B\exp(-ikx) \qquad (14.47)$$

เราจะพบว่า เงื่อนไขที่ขอบเขต (Boundery Condition) ของกรณีนี้คือ

ที่ $X = O$; $\psi(O) = O$, ดังนั้น $A + B = O$; หรือ $A = -B$

ที่ $X = L$; $\psi(L) = O$; ดังนั้น

$$O = A[\exp ikL - \exp(-ikL)]$$

หรือ $O = 2iA \sin kL$

ให้ค่าคงที่ $B = 2iA$; ดังนั้น

$$B\sin KL = O$$

ซึ่งจะเป็นจริงได้เมื่อ $KL = n\pi$; $n = 1,2,3.....$

$$k = n\pi/L$$

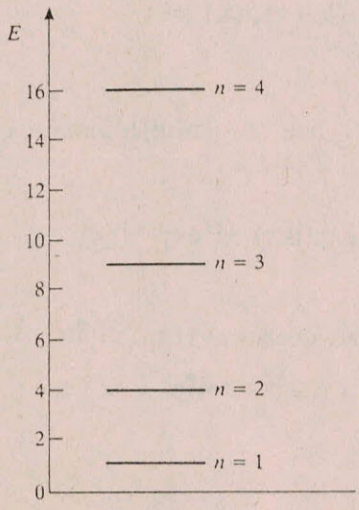
ดังนั้นโมเมนตัมที่เป็นไปได้ของอนุภาคในบ่อศักย์

$$P = \hbar k = \frac{n\pi\hbar}{L}$$

พลังงานของอนุภาค; $E = \frac{P^2}{2m}$

$$E = (\frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2})n^2 \quad ; n = 1,2,3.... \qquad (14.48)$$

สมการ (14.48) แสดงว่าค่าพลังงาน $E \propto n^2$ และพลังงาน E มีค่าไม่ต่อเนื่อง (discrete) ถ้าให้ $E_1 = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$ เราจะได้ $E_2 = 4E_1$, $E_3 = 9E_1$, $E_4 = 16E_1$ ตามลำดับ ในกรณีนี้ n เรียกว่า เลขควอนตัม (Quantum Number) ดังในรูปที่ 14.

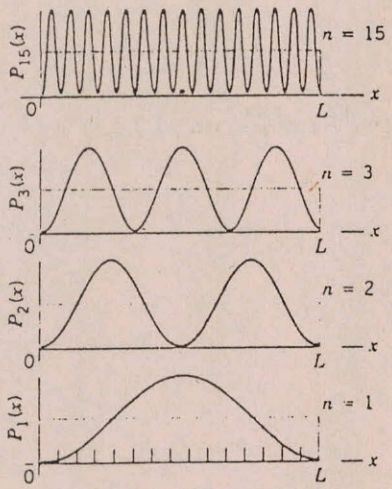


รูปที่ 14. แสดงถึงค่าระดับพลังงานของอนุภาคในบ่อศักย์อนันต์ 1 มิติ $E_1 = (h^2/8mL^2) = (\frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2})$

ความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Proability density) ที่จะหาอนุภาคคือ

$$P_n(x) = |\Psi_n(x)|^2 = |B^2| \sin^2 \frac{n\pi x}{L} \quad ; \quad (n = 1,2,3....) \tag{14.49}$$

ค่า Pn(x) ได้ถูกแสดงไว้ในรูปที่ 14.



รูปที่ 14. แสดงค่า Pn(x) โดยการคำนวณจากสมการ (14.49) สำหรับค่า n=,1,2,3 และ 15 ตามลำดับ เส้นประในแนวระดับแสดงถึงค่า P(x) ตามทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่า

ดังนั้น ค่าฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคสำหรับค่า n ทั่วๆ ไปก็คือ

$$\Psi_n(x) = B \sin \frac{n\pi x}{L} \quad ; \quad (n = 1,2,3....)$$

ค่าคงที่ A' จะหาได้จากเงื่อนไขปกติ (nomalized condition) คือ

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi^2(x)| dx = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_n^*(x) \Psi_n(x) dx = 1$$

หรือ

$$\int_0^L (B)^2 \sin^2 (\frac{n\pi L}{x}) dx = 1 \tag{14.50}$$

กำหนดให้

$$\theta = \frac{n\pi x}{L}$$

ดังนั้น $d\theta = (\frac{n\pi}{L}) dx$ สมการ (14.50) จะเปลี่ยนเป็น

$$\frac{B^2 L}{n\pi} \int_0^{n\pi} \sin^2\theta d\theta = \frac{B^2 L}{n\pi} (\frac{1}{2}\theta - \frac{1}{4}\sin 2\theta) \Big|_0^{n\pi} = 1 \tag{14.51}$$

หาค่า B จากสมการ (14.51) ได้

$$B = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

ดังนั้น ฟังชันคลื่น $\psi(x)$ จะเป็น

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\frac{n\pi x}{L} \quad ;(n = 1,2,3\ldots) \tag{14.52}$$

แบบฝึกหัดบทที่ 14

ความยาวคลื่นเดอบรอย

1) ถ้าให้ช่วงคลื่นเดอบรอยของโปรตอนเป็น 0.113 pm.

ก) จงหาความเร็วของโปรตอน

ข) จะต้องศักดาไฟฟ้า V เท่าใดก็จะเร่งให้อนุภาคโปรตอนจากอยู่นิ่งจนมีความเร็วตามข้อ ก.

(v=3510 km/s ; V=64.4 kv)

2) เครื่องเร่งอนุภาคอิเล็กตรอนเชิงเส้น (Electron Linear Accelerator) ที่มหาวิทยาลัยแสตนฟอร์ดสามารถเร่งอิเล็กตรอนให้มีพลังงาน 32 Gev จงหาความยาวของช่วงคลื่นของอนุภาคอิเล็กตรอน และเปรียบเทียบกับรัศมีเฉลี่ยของนิวเคลียสขนาดกลาง (r_n=5.0 fm.) ในกรณีนี้ อนุภาคอิเล็กตรอนมีความเร็วสูง ดังนั้นเราสามารถใช้ทฤษฎีสัมพันธ์แบบพิเศษของ ไอร์สไตน์ที่ว่า P=E/C เมื่อ P เป็นโมเมนตัมเชิงเส้น; และ E เป็นพลังงานของอนุภาค) (λ=0.39 fm)

การทดลองสมมติฐานของเดอบรอย

3) จากการทดลองของเดวิดสันและเจอร์เมอร์ จงหาค่าของมุมกระเจิง ϕ ของการเกิดการเลี้ยวเบนมากที่สุด การเลี้ยวเบนลำดับที่ 2 (m=2) จะเป็นไปได้ไหม? เพราะเหตุใด?

$\phi=\sin^{-1}(0.76))=50.08^{\circ}$

4) ลำอนุภาคนิวตรอนพลังงานต่ำ (thermal neutron) ออกจากเครื่องปฏิบัติปรมาณูและถูกเลี้ยวเบนโดยผลึก พลังงานจลน์ของนิวตรอนมีการกระจาย (specad) ΔK จงแสดงว่าการกระจายของมุมเลี้ยวเบน $\Delta\theta$ จะเป็นไปตาม

$$\Delta\theta = (\frac{90}{\pi})(\tan\theta)\frac{\Delta K}{K}$$

เมื่อเป็นมุมเลี้ยวเบน (diffraction angle) ที่พลังงานจลน์ K

หลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์ก

5) นิวเคลียสในสภาวะถูกกระตุ้น (Excited state) กลับคืนมาสู่สภาวะพลังงานต่ำสุด (ground state) ได้ปลดปล่อยรังสีแกมม่า ถ้านิวเคลียสมีชีวิตเฉลี่ย (mean life) เท่ากับ 8.7 ps ที่ค่าระดับพลังงาน 1.3 : Mev จงหาค่าความไม่แน่นอนของพลังงาน ΔE (ΔE=76 μ ev)

6) อนุภาคอิเล็กตรอนอยู่ในบ่อศักย์อนันต์ 1 มิติ ที่มีความยาว L=253 pm และอยู่ในระดับพลังงาน E_1 (n=1) จะคำนวณหาพลังงานที่อิเล็กตรอนจะต้องใช้ในการยกระดับพลังงานขึ้นสู่สภาวะถูกกระตุ้นที่ 3 (Third excitedstate, n=4) (E=88.3ev)

7) ในการพิจารณาเกี่ยวกับ Conduction electron ในผลึกลูกบาศก์ของโลหะ อิเล็กตรอนนี้จะมีอิสระในการเคลื่อนที่ 3 มิติ (ปริมาตร) แต่ไม่สามารถวิ่งหลุดออกจากผิวโลหะได้ ในกรณีนี้เปรียบเสมือนอนุภาคอิเล็กตรอนที่อยู่ ในบ่อศักย์อนันต์ 3 มิติ ซึ่งพลังงาน E จะเป็นไปตามสูตร

$$E = \frac{h^2}{8mL^2}(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)$$

เมื่อ n_1, n_2, n_3 เป็นเลขควอนตัมที่เกี่ยวกับแถบ x,y และ z ตามลำดับ และมีค่าเป็นเลขจำนวนเต็ม (1,2,3...) จงคำนวณหาค่าระดับพลังงาน 5 ค่าที่ต่ำที่สุดตามลำดับ กำหนดให้ผลึกลูกบาศก์นั้นมีความยาวของแต่ละด้านเป็น L=250 nm (18.1 ev, 36.2 ev, 54.3 ev, 66.3 ev, 72.4 ev)

8) อนุภาคที่มีมวล m เคลื่อนที่ในบ่อศักย์อนันต์ 1 มิติ ที่มีความยาว L

ก) จงแสดงว่าความหนาแน่นของความเป็นไปได้ P(x) ในบริเวณที่

$$x = L/3 \quad ; P = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{\sin(2\pi n/3)}{2\pi n/3}\right)$$

ข) จงหาค่า P_n เมื่อ n=1,n=2 และ n=3 (p_1=0.196, P_2=0.43, P_3=1/3)

ค) จงคำนวณหาค่า P_n เมื่อ $n \rightarrow \infty$ ($P_n \rightarrow \infty$ Pclasical=1/3)

บทที่ 15

โครงสร้างของไฮโดรเจนอะตอม

(THE STRUCTURE OF ATOMIC HYDROGEN)

ความคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบของสสาร (matter) ได้มีมากกว่า 2500 ปี โดยเฉพาะแนวความคิดที่สสารประกอบด้วยหน่วยที่เล็กที่สุดที่แบ่งแยกต่อไปไม่ได้อีกแล้ว ที่เรียกว่า "ปรมาณู" หรือแนวความคิดที่สสารประกอบด้วยสิ่งที่ "เที่ยงแท้" ไม่แปรเปลี่ยนต่อไปอีกที่เรียกว่า "อาตมัน" ซึ่งแนวความคิดนี้ได้รับความนิยมอย่างสูงที่มหาวิทยาลัยตักศิลา และได้มีอิทธิพลเหนือบรรดาศิษย์ชาวกรีกที่มาศึกษาในสมัยนั้น จนกระทั่งได้นำความคิดเกี่ยวกับ "อาตมัน" ไปใช้ในภาษากรีกที่เรียกว่า "ATOMOS" และคำว่า "ATOMOS" นี้ได้เป็นรากฐานในเวลาต่อมาของคำว่า "ATOM" ในปัจจุบันวงการวิทยาศาสตร์ของประเทศตะวันตกในสมัยก่อนได้รับอิทธิพลแนวความคิดของกรีก และบางช่วงเวลาจากพวกอาหรับ นักวิทยาศาสตร์ยอมรับแนวความคิดที่ว่าสสารประกอบด้วยอะตอม ดังนั้นจึงมีความพยายามค้นคิดทฤษฎี (Theory) และได้มีการทดลอง (expirement) มาประกอบและสนับสนุนแนวความคิดนั้น กล่าวคือจะต้องตอบคำถามให้ได้ว่า "อะตอม คืออะไร? องค์ประกอบของมันมีอะไรบ้าง? คุณสมบัติต่าง ๆ และการที่อะตอมต่าง ๆ มาประกอบเข้าเป็น ธาตุ (element)ใหม่ และสารประกอบ (compound) ใหม่ เกิดขึ้นได้อย่างไร?" เป็นต้น

ในบทนี้ เราจะศึกษาไฮโดรเจนอะตอมในเรื่องโครงสร้างและคุณสมบัติต่าง ๆ ทั้งนี้เพราะไฮโดรเจนอะตอมเป็นอะตอมหลักเป็นอะตอมของธาตุที่เบาที่สุด มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนและมีอยู่ทั่วไปในเอกภพ (universe) เราจะพบอะตอมของไฮโดรเจนอยู่อย่างหลวม ๆ ระหว่างดวงดาวในกาแลกซี และแม้แต่ในโลกของเราซึ่งธาตุไฮโดรเจนอยู่เป็นกาซ และเป็นสารประกอบต่าง ๆ และโดยเฉพาะสสารประกอบของไฮโดรเจนที่เป็นน้ำ (water) ซึ่งมีมากที่สุด จากความรู้ทางทฤษฎี โดยการใช้กลศาสตร์คลื่น (Wave mechanics) ซึ่งเป็นแขนงวิชาเกี่ยวกับโครงสร้างของไฮโดรเจนอะตอม จากความรู้เหล่านี้ทำให้เราเข้าใจและสามารถทำนายเกี่ยวกับโครงสร้างและพฤติกรรมของอะตอมใหญ่ ๆ (Complex atoms) และสารประกอบอื่น ๆ ได้เป็นอย่างดี ซึ่งในเวลาต่อมาก็เป็นรากฐานในการเกิดแขนงวิชาทางฟิสิกส์ของแข็ง (Solid state physics) วิชาวัสดุศาสตร์ (material science/technology) สสารกึ่งตัวนำ (semiconductor), เคมีควอนตัม (quantum chemistry) หรือแม้แต่ฟิสิกส์/เทคโนโลยีเลเซอร์ (Laser physics / technology) เป็นต้น

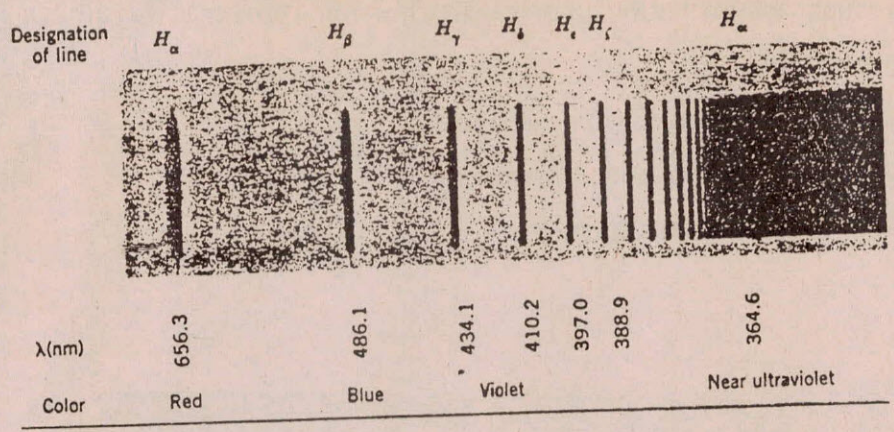
สาระสำคัญในบทเรียนนี้ พอสรุปได้ดังนี้ คือ

- ทฤษฎีของบอร์ (The Bohr Theory)
- ไฮโดรเจนอะตอม และสมการเชรินดิงเจอร์ (The Hydrogen Atom and Schrondinger's Equation)
- โมเมนตัมเชิงมุม (Angular Momentum)
- การทดลองของเสทิน-เกอร์ลาจ (The Stern-Gerlach Experiment)
- อิเล็กตรอนสปิน (The Sprinning Electron)
- การนับสภาวะของไฮโดรเจนอะตอม (Counting the Hydrogen Atom States)
- สภาวะพื้นฐานของไฮโดรเจน (The Ground State of Hydrogen)

15.1 ทฤษฎีของบอร์ (The Bohr Theory)

การศึกษาของสเปคตรัมของธาตุต่าง ๆ ได้เริ่มต้นราวประมาณ ค.ศ.1880 ซึ่งสมัยนั้นได้มีการตื่นตัวทางฟิสิกส์ในการที่จะศึกษาหาความรู้เกี่ยวกับอะตอม แนวทางหนึ่งของการศึกษาโครงสร้างอะตอมก็คือ ศึกษาสเปกตรัมที่อะตอมปลดปล่อย (emission) และดูดกลืน (absorption) รังสีหรือพลังงานออกจากหรือเข้าสู่ตัวมัน ตามลำดับ ได้มีการศึกษาสเปคตรัมของธาตุต่าง ๆ อย่างกว้างขวางแต่ก็ยังไม่เป็นที่เข้าใจกันอย่างดี โดยอาศัยทฤษฎีของฟิสิกส์ยุคเก่า (Classical physics) มาอธิบายได้มีการสร้างสูตร เอมพิริคัล (empirical formula) ขึ้นเพื่ออธิบายปรากฏการณ์และการเกิดสเปคตรัมของธาตุต่าง ๆ แต่ก็ยังไม่สามารถอธิบายได้ในเชิงทฤษฎีตลอดจนถึงกลไก (mechanism) ของมัน ต้องใช้เวลาถึงประมาณอีก 30 ปี ต่อมา นักฟิสิกส์จึงสามารถพัฒนาทฤษฎีขึ้นมาอธิบาย ซึ่งในปี ค.ศ.1913 Neil Bohr นักฟิสิกส์ชาวเดนมาร์กได้สร้างทฤษฎีขึ้นเรียกว่า The Bohr theory มาอธิบายเกี่ยวกับโครงสร้างของไฮโดรเจนอะตอมและสามารถอธิบายถึงสเปคตรัมของธาตุที่สงสัยกันมานานได้สำเร็จ

ได้มีการศึกษาสเปคตรัมของไฮโดรเจนอะตอมดังในรูปที่ 15.1 และพบว่ามีช่องว่างระหว่างเส้นลดลงตามลำดับเมื่อช่วงคลื่นของสเปคตรัม λ สั้นลงและเข้าสู่ย่านอุลตราไวโอเล็ต



รูปที่ 15.1 ภาพถ่ายของสเปคตรัมที่เรียกว่า อนุกรมบาลเมอร์ (Balmer series) ของไฮโดรเจน

เส้นสเปคตรัมจะถี่มากขึ้นและเข้าสู่ลิมิต (Series limit) ในปี ค.ศ.1885 **Johanner Balmer** ครูมัธยมชาวสวิส ได้พัฒนาสูตรเอมพิริคัล เพื่ออธิบายสเปคตรัมในรูปที่ 15.1 และได้พบสูตรที่บอกถึงความยาวคลื่น (λ) ของสเปคตรัม ตามสมการ 15.1

Johanner Balmer

$$\lambda = 364.6 \frac{n^2}{n^2-4}; \quad n = 3, 4, 5..... \qquad (15.1)$$

อนุกรมของสเปคตรัม ตามสมการ 15.1 นี้ เรียกว่า อนุกรมบาลเมอร์ (Balmer series) ต่อมาในปี ค.ศ.1890 **J.J. Rydberg** ได้ดัดแปลงสูตรของบาลเมอร์, สมการ 15.1 ใหม่ โดยเขียนเป็น

Rydberg

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{n^2}\right); \quad n = 3, 4, 5..... \qquad (15.2)$$

เรียกค่า **R** ว่า ค่าคงที่ ริดเบอร์ก **(Rydberg Constant)** ซึ่ง R = 1.097 x $10^7 m^{-1}$ และต่อมาได้มีการดัดแปลง สมการ 15.2 ให้สอดคล้องเพื่อที่จะอธิบายอนุกรมสเปคตรัม (Spectrum series) อื่น ๆ ของไฮโดรเจน สมการ 15.2 ถึงถูกดัดแปลงเป็น

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right); \qquad (15.3)$$

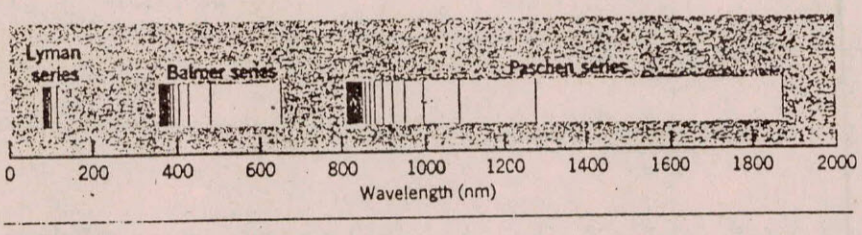
เมื่อ n = m + 1, m + 2, m + 3 .....

ซึ่งค่า m = 2, สมการ 15.3 เรียกว่า **สูตรบาลเมอร์-ริดเบอร์ก (Balmer-Rydberg formula)** สมการ 15.3 นี้ สามารถอธิบายอนุกรมสเปคตรัมของไฮโดรเจนได้ทั้งหมดตามที่แสดงไว้ในรูปที่ 15.2 กล่าวคือ ถ้ากำหนดให้

m = 1; จะอธิบายอนุกรมลีมาน (Lyman series)

m = 2; จะอธิบายอนุกรมบาลเมอร์ (Balmer series)

m = 3; จะอธิบายอนุกรมปาสเชน (Paschen series)



รูปที่ 15. 2 แสดงอนุกรมของลีมาน (Lyman) บาลเมอร์ (Balmer) และปาสเซน (Paschen) ของไฮโดรเจนอะตอม อนุกรมลิมิต (Series limit) ของแต่ละชนิดคือ λ ที่อยู่ทางด้านซ้ายขวาของแต่ละอนุกรมนั้น

ภายหลังจากเรียนจบปริญญาเอก (Ph.D) **Neil Bohr** ได้ไปทำวิจัยกับ **J.J. Thomson** (ผู้ค้นพบอนุภาคอิเล็กตรอน) และต่อมาได้ทำวิจัยกับ **Ernest Rutherford** (ผู้บุกเบิกเกี่ยวกับโครงสร้างของอะตอมและได้สร้างแนวทางที่ถูกต้องในการวิจัยทางฟิสิกส์อะตอม (atomic physics) **Bohr** ได้ตระหนักเป็นอย่างดีว่าในกรณีของปัญหาทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้องกับระดับจุลภาค (microscopic scale) แล้ว ทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่า (Classical physics) ได้มาถึงทางตัน! (dead end) Bohr ได้เสนอตั้ง "ข้อสมมติฐาน (Postulate) ขึ้นใหม่แหวกแนวไปจากทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่า เขาได้ตั้งข้อสมมติฐานไว้ 2 ข้อ ดังนี้ คือ

15.1.1 ข้อสมมติฐานของสภาวะคงตัว (The postulate of stationary states)

Bohr ได้ตั้งข้อสมมติฐานนี้ว่า ไฮโดรเจนอะตอม จะอยู่ในสภาวะคงตัว (stationary state) ใดคงตัวหนึ่งที่มีระดับพลังงานที่แน่นอน (well define energy) ได้เป็นเวลานานพอสมควร โดยไม่จำเป็นต้องปลดปล่อยพลังงานออกมา ข้อสมมติฐานนี้จะขัดแย้ง (contradict) อย่างแรงกับทฤษฎีของ

ฟิสิกส์ยุคเก่าที่ว่า อิเล็กตรอนในอะตอมอยู่ในสภาวะมีความเร่งภายใต้แรงดึงดูดของคูลอมบ์ ดังนั้น จะต้องปลดปล่อยพลังงานออกมาตลอดเวลา ซึ่งก็ไม่ตรงกับความเป็นจริงที่พบว่าอะตอมจะปลดปล่อยพลังงานออกมาไม่ตลอดเวลาและปลดปล่อยพลังงานออกมาเป็นบางเวลาเท่านั้น

15.1.2 ข้อสมมติฐานทางความถี่ (The frequency postulate)

Bohr ได้ให้ข้อสมมติฐานเกี่ยวกับการปลดปล่อย/ดูดกลืน พลังงานของอะตอมโดยกล่าวว่า อะตอมจะดูดกลืน (absorb)/ ปลดปล่อย (emit) พลังงานเฉพาะในกรณีที่อะตอมเปลี่ยนสภาวะจากสภาวะคงตัวหนึ่งไปสู่สภาวะคงตัวอีกสภาวะหนึ่งเท่านั้น ไม่ปลดปล่อยพลังงานตลอดเวลาเหมือนอย่างที่ทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่าทำนายไว้ นอกจากนี้พลังงานที่ปลดปล่อย/ดูดกลืน นั้น จะอยู่ในรูปของโฟตอน (photon-อนุภาคแสง) จำนวนพลังงานที่ปลดปล่อย/ดูดกลืน นั้น จะมีค่าเท่ากับผลต่างของระดับพลังงาน (ΔE) ของสภาวะคงตัวเริ่มต้น และสภาวะสุดท้ายถ้าให้ E_n และ E_m เป็นค่าพลังงานของสภาวะคงตัวเริ่มต้น (initial state) และสภาวะคงตัวสุดท้าย (final state) ตามลำดับพลังงานที่ปลดปล่อย/ดูดกลืน ในรูปของโฟตอน จะคำนวนได้ตามสมการ 15.4

$$\Delta E = E_n - E_m = h\nu_{nm} \qquad 15.4$$

สมการ15.4 เรียกว่า **ข้อสมมติฐานทางความถี่ (Bohr's frequency postulate)**

สมการ 15.4 นี้ ได้ผูกเกี่ยวโยงกับความคิดใหม่ 2 ความคิด คือ ข้อสมมติฐานของโฟตอน (โดย Einstein) และข้อความคิดของค่าระดับพลังงานเป็นช่วง ๆ (energy quastization โดย Max Planck) และข้อกำหนดของการอนุรักษ์พลังงาน (conservation of energy)

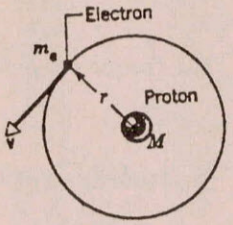
จากสมการ 15.3 โดยการใช้ข้อสมมติฐานทางความถี่ของบอร์ และให้ $\nu_{nm} = c/\lambda$

$$h\nu_{nm} = (-\frac{hcR}{n^2}) - (-\frac{hcR}{m^2})$$

โดยการเปรียบเทียบเทอมต่อเทอมกับสมการ 15.4 เราจะได้

$$E_n = -\frac{hcR}{n^2}; \quad n = 1,2,3..... \qquad 15.5$$

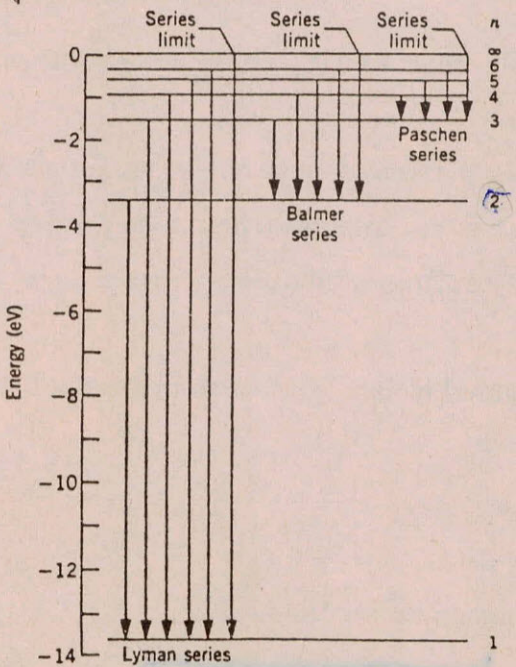
สำหรับค่าพลังงาน E_n ของสภาวะคงตัวของไฮโดรเจนอะตอม ค่า E_n เป็นลบ (negative) เพราะอิเล็กตรอนในอะตอมอยู่ในสภาวะถูกจับยึด (bound state) เป็นที่น่าสังเกตว่า แต่สภาวะคงตัวจะมีระดับพลังงาน E_n กำกับโดยเลขควอนตัม (Quantum number) n. โครงสร้างคร่าว ๆ ของไฮโดรเจนอะตอมตามแนวความคิดของบอร์ แสดงไว้ในรูปที่ 15.3



รูปที่ 15.3 แสดงถึงรูปแบบของไฮโดรเจนอะตอมตามทฤษฎีของบอร์ โดยอิเล็กตรอนวิ่งในวงโคจรเป็นวงกลมรอบแกนนิวเคลียสซึ่งมีโปตอน (proton) อยู่

อย่างไรก็ตามค่าคงที่ริดเบอร์ก R จากสมการ 15.5 จะต้องหาโดยทางทฤษฎีต่อไปเพราะในขณะนั้นค่า R วัดได้จากการทดลองเท่านั้น จึงมีความจำเป็นต้องหาค่า R โดยทางทฤษฎีของบอร์ต่อไป

ตัวอย่างที่ 15. 1 จงคำนวนหาพลังงานยึดเหนี่ยว (binding energy) ของไอโดรเจนอะตอม นั่นก็คือจะต้องใช้พลังงานเท่าใดจึงจะทำให้อิเล็กตรอนที่อยู่ในสภาวะคงตัวต่ำสุด (ground state) หลุดออกจากไฮโดรเจนอะตอม



รูปที่ 15. 4 ค่าระดับพลังงาน E_n และการเปลี่ยนสภาวะ (transition) ในสเปคตรัมของไฮโดรเจนอะตอมเมื่อเปรียบเทียบกับสเปคตรัมในรูปที่ 15.2

วิธีทำ ค่าระดับพลังงานของไฮโดรเจนอะตอมเมื่อนำอิเล็กตรอนในสภาวะคงตัวต่ำสุดออกไป ก็คือระดับค่า E_n ที่ $n \to \infty$ (ดูในรูปที่15.4) ดังนั้น พลังงานเหนี่ยวนำ E_b (binding energy) จะมีค่าเท่ากับระดับพลังงานของสภาวะคงตัวต่ำสุด (E_1) นั่นเอง

$$E_b = E_\infty - E_1: \quad (\text{ซึ่ง } E_\infty \to 0)$$

$$-E_1 = hcR \quad (n = 1, \text{ ในสมการ } 15.5)$$

$$= (6.63 \times 10^{-34}\ \text{J.S})\ (3.00 \times 10^{8}\ \text{m/s})\ (1.097 \times 10^{7}\ \text{m}^{-1})$$

$$= 2.18 \times 10^{-18}\ \text{J} = \underline{13.6\ \text{ev}}$$

ตัวอย่างที่ 15.2 ก) จะคำนวณหาความยาวของช่วงคลื่น (λ) ของโฟตอนที่มีพลังงานต่ำสุดในอนุกรมบาลเมอร์

ข) จะคำนวณหาความยาวช่วงคลื่นที่อนุกรมลิมิต (series limit) ของอนุกรมบาลเมอร์

วิธีทำ (ก) จากรูปที่15.4 ให้ m = 2 ในสมการ 15.3 จากความสัมพันธ์ $E = h\nu$ เราพบว่า พลังงานโฟตอนน้อยที่สุดมากจากความถี่ ν น้อยที่สุดซึ่งจะทำให้ λ มากที่สุด ($\lambda = c/\nu$) ดังนั้นในสมการที่ 15.3 ให้ค่า n = 3

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$= (1.097 \times 10^{7}\ \text{m}^{-1})\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = 1.524 \times 10^{6}\ \text{m}^{-1}$$

$$\lambda = 6.563 \times 10^{-7}\ \text{m} = 656.3\ \text{nm}$$

(ข) ให้ m = 2 ในสมการ 15.3 ของค่าอนุกรมลิมิตจากรูปที่ 15.4 ให้ $n \to \infty$ เราจะได้

$$\frac{1}{\lambda} = (1.097 \times 10^{7}\ \text{m}^{-1})\left(\frac{1}{2^2} - 0\right) = 2.743 \times 10^{-6}\ \text{m}^{-1}$$

$$\lambda = 3.646 \times 10^{-7}\ \text{m} = 364.7\ \text{nm}$$

ทฤษฎีของบอร์ (The Bohr Theory)

Neil Bohr ได้อาศัยกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน (Newton's second law of Motion) และผนวกข้อสมมติฐาน 2 ข้อ ของเขาในการหาทฤษฎีใหม่ที่จะใช้อธิบายเกี่ยวกับไฮโดรเจนอะตอม จากรูปที่ เราสมมติให้ประจุของนิวเคลียสทั่วไปเป็น Ze ซึ่ง Z ก็คือเลขอะตอม (atomic number) กรณีหาไฮโดรเจนอะตอม Z = 1 และสมมติว่า มวลของนิวเคลียส M >> m_e (มวลของอิเล็คตรอน) จากกฎของคูลอมบ์ และกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน เราจะได้

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{(Ze)(e)}{r^2} = m_e\frac{v^2}{r}$$

ซึ่ง v เป็นความเร็วเชิงเส้นของอิเล็กตรอนในวงโคจรหาความเร็ว v จากสมการ 15.5 จะได้

$$v(r) = \sqrt{\frac{Ze^e}{4\pi\varepsilon_o m_e r}} \qquad 15.6$$

ดังนั้นความถี่ของการโคจรของอิเล็กตรอน

$$\nu(r) = \frac{v(r)}{2\pi r} = \sqrt{\frac{Ze^2}{16\pi^3\varepsilon_o m_e r^3}} \qquad 15.7$$

ดังนั้นพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน

$$K(r) = \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{Ze^2}{8\pi\varepsilon_o r} \qquad 15.8$$

และพลังงานศักย์ของอิเล็กตรอน

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r} \qquad 15.9$$

ดังนั้นพลังงานรวม E (r) จะได้เป็น

$$E(r) = K(r) + U(r) = -\frac{Ze^2}{8\pi\varepsilon_o r} \qquad 15.10$$

จากสมการ 15.6 เราหาโมเมนตัมเชิงเส้นได้

$$L(r) = m_e vr = \sqrt{\frac{Ze^2 m_e r}{4\pi^3 \varepsilon_o}} \qquad 15.11$$

อย่างไรก็ตามจากสมการ 15.1 ถึง 15.11 ยังเป็นการคำนวณโดยใช้ทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่า (classical physics) อยู่อย่างไรก็ตามหากเรารู้ว่าปริมาณใดปริมาณหนึ่งในสมการ 15.7, 15.8, 15.9, 15.10, 15.11 เป็นปริมาณที่มีระดับค่าเป็นช่วงๆ (quantized quautity) ปริมาณอื่นๆ ก็จะมีระดับค่าเป็นช่วงๆ ด้วย จากสมการ 15.7 และ 15.10 เราจะได้ค่าความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ V_{cm} (cm หมายถึง clasncal physics) และพลังงานรวมของระบบ

$$\nu_{cm} = \left(\frac{-32\varepsilon_o^2 E^3}{Z^2 m_e e^4}\right)^{1/2} \qquad 15.12$$

แทนค่า E จากสมการ 15.5 ลงในสมการ 15.12 จะได้

$$\nu_{cm} = \left(\frac{32\varepsilon_o^2 h^3 c^3 R^3}{Z^2 m_e e^4}\right)^{1/2} \frac{1}{n^3} \qquad 15.13$$

ในกรณีของฟิสิกส์ยุคเก่าความถี่ของการโคจร ก็คือความถี่ของพลังงานที่อิเล็กตรอนปล่อยออกมา

เมื่อเราหันมาพิจารณาดูในแง่ของฟิสิกส์ควอนตัม ความถี่ ν_{qm} ที่ได้จากการพิจารณาในแง่ของฟิสิกส์ควอนตัมจะสอดคล้องกับ ν_{cm} เมื่อเราหาค่า จากการเปลี่ยนระดับค่าพลังงาน E_n ของอิเล็กตรอนจากสภาวะคงตัวที่ n มาสู่สภาวะคงตัวที่ (n - 1) ดังนั้นให้ m = n - 1 ในสมการ 15.3 เราจะได้

$$\nu_{qm} = \frac{c}{\lambda} = cR\left(\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{cR(2n-1)}{n^2(n-1)^2} \qquad 15.14$$

สมการ 15.14 จะสอดคล้องกับผลของการคำนวนโดยใช้ทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่า ก็ต่อเมื่อ n มีค่ามาก ๆ ดังนั้นเมื่อกำหนดให้ n >> 1 สมการ 15.14 จะเขียนได้เป็น

$$\nu_{qm} \simeq \frac{2cR}{n^3} \quad \text{สำหรับ} \quad n >> 1 \qquad 15.15$$

ตารางที่ 15.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า ν_{cm} (สมการที่ 15.13) และ ν_{qm} (สมการที่ 15.15) เราจะพบ $\nu_{qm} \rightarrow \nu_{cm}$ เมื่อค่า n มีค่ามาก ๆ

ตารางที่ 15.1 แสดงการสอดคล้องในการคำนวนค่า ν_{cm} และ ν_{qm} ของไฮโดรเจนอะตอมเป็นไปตาม The Correspondence Principle

TABLE I THE CORRESPONDENCE PRINCIPLE AND THE HYDROGEN ATOM

Quantum Number n	*Frequency of Revolution in Orbit* ν_{cm} (Hz)	*Frequency of Transition to Next Lowest State* ν_{qm} (Hz)	*Difference* (%)
2	8.22×10^{14}	24.7×10^{14}	67
5	5.26×10^{13}	7.40×10^{13}	29
10	6.58×10^{12}	7.72×10^{12}	15
50	5.26×10^{10}	5.43×10^{10}	3.1
100	6.580×10^{9}	6.680×10^{9}	1.5
1,000	6.5797×10^{6}	6.5896×10^{6}	0.15
10,000	6.5797×10^{3}	6.5807×10^{3}	0.015
25,000	4.2110×10^{2}	4.2113×10^{2}	0.007
100,000	6.5798	6.5799	0.0007

เมื่อเราเทียบสมการ 15.13 และ 15.15 เมื่อหาค่า R เราจะได้

$$R = \frac{m_e Z^2 e^4}{8\varepsilon_o^2 h^3 c} \qquad 15.16$$

ค่า R จากสมการ 15.16 เป็นที่ค่าที่ทำนายค่า R ในเชิงทฤษฎี (theorectical prediction value) ซึ่งขึ้นอยู่กับค่าคงตัวและพารามิเตอร์ (parameter) ของระบบซึ่งก็คือมวล m_e และประจุ e และ Planck constant, h. และความเร็วของแสง C Neil Bohr ได้ใช้ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ เหล่านี้ หาค่า R (เชิงทฤษฎี) พบว่าสอดคล้องกับค่า R ที่หาได้จากการทดลอง ดังนั้นใช้ค่า R จากสมการ 15.16 แทนลงในสมการ 15.5 เราจะได้

$$E_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}; \quad n = 1, 2, 3..... \qquad 15.17$$

สมการ 15.17 เป็นค่าพลังงาน E_n ของสภาวะคงตัวต่าง ๆ ของไฮโดรเจนอะตอม E_n นี้ หามาได้จากแนวความคิดเชิง Quantum Physics ล้วน ๆ และพบว่า E_n นี้สอดคล้องเป็นอย่างดีกับผลของการทดลอง นับว่าเป็นการประสบผลสำเร็จดีอย่างยิ่งของ Neil Bohr ซึ่งทำให้เขาได้รับรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์ในเวลาต่อมา

เมื่อเราใช้สมการ 15.10 และสมการ 15.17 โดยการกำจัด (eliminating) ค่า E และหาค่า r_n เราจะได้

$$R_n = r_n = \left(\frac{\varepsilon_o h^2}{Ze^2\pi m_e}\right)n^2 = a_o n^2; \quad n = 1,2,3..... \qquad 15.18$$

ปริมาณ a_o นั้น เรียกว่า รัศมีบอร์ (Bohr raduis) ซึ่งมีค่า

$$a_o = \frac{\varepsilon_o h^2}{Ze^2\pi m_e} = 5.292 \times 10^{-11}\,\text{m} = 52.92\ \text{pm}.$$

เราจะพบว่าในกรณีที่ให้ n = 1, เราจะได้ r = a_o ซึ่งก็คือรัศมีของวงโคจรของสภาวะคงตัวต่ำสุด (ground state) ของอิเล็กตรอนนั้นเอง อย่างไรก็ตาม ทฤษฎีของบอร์ยังไม่ได้อาศัยพื้นฐานของฟิสิกส์ควอนตัมแท้ ทฤษฎีของเขานั้นยังอาศัยทฤษฎีของฟิสิกส์ยุคเก่าอยู่ ดังนั้นจึงเป็นแบบ semiclassicaltheory ทั้งนี้วงโคจรของอิเล็กตรอนยังเป็นแบบคล้ายวงโคจรของระบบสุริยจักรวาล (planetary orbit) ซึ่งในทฤษฎีควอนตัมสมัยใหม่นั้นไม่ยอมรับวงโคจรดังกล่าว แต่อย่างไรก็ตามค่าเฉลี่ยของวงโคจรที่ทำนายโดยทฤษฎีของบอร์ก็สอดคล้องเป็นอย่างดีกับผลของการทดลอง

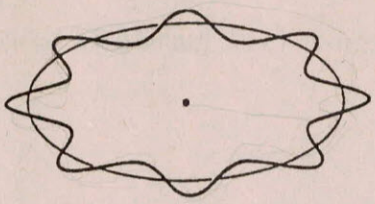
จากการพิจารณาค่าระดับพลังงาน E_n (สมการ 15.15)และรัศมี r_n (สมการ 15.18) เราพบว่าปริมาณ ทั้งสองเป็นปริมาณที่ไม่ต่อเนื่อง แต่หากมีค่าเป็นช่วง ๆ (quantized) ดังนั้น เราพบว่าปริมาณโมเมนตัมเชิงมุม $\vec{L}$ ของอิเล็กตรอนก็จะมีค่าเป็นช่วง ๆ (quantized) เช่นกัน

$$L = n\,(h/2\pi) = n\hbar \ ; \quad n = 1, 2, 3..... \qquad 15.19$$

เมื่อ $\hbar \equiv h/2\pi$ (อ่านว่า "เอช-บาร์" "h - bar")

ภายหลังที่ Neil Bohr ได้เสนอทฤษฎีของเขาไปแล้วถึง 11 ปี ในปี ค.ศ.1924 de Broglic ได้ให้คำอธิบายและข้อสนับสนุนอย่างดี ซึ่งสอดคล้องกับคลื่นเดอบรอย และเป็นการชี้บ่งชัดว่าโมเมนตัมเชิงมุม L เป็นปริมาณที่เป็นไปตามหลัก quantization คือ L มีค่าเป็นช่วง ๆ ไม่ต่อเนื่องเหมือนอย่างกรณีของฟิสิกส์ยุคเก่า

เดอบรอย ได้ดัดแปลงและอธิบายถึงวงโคจรของอิเล็กตรอนตามทฤษฎีของบอร์ ที่กำหนดให้ $L = n\hbar$ ไว้ดังในรูปที่ 15.5



รูปที่ 15.5 แสดงวงโคจรของอิเล็กตรอน (Bohr orbit) ในแนวทางของคลื่นเดอบรอย

จากการที่อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ในวงโคจรที่คงตัว (stationary orbit) เราจะได้คลื่นเดอบรอยวิ่งครบวงโคจร

$$n\lambda = 2\pi r \; ; \; n = 1, \; 2, \; 3.....$$

แทนค่า $\lambda = h / p$ (คลื่นเดอบรอย) เราจะได้

$n \, h/p = 2\pi r$ หรือ

$Pr = L = n\hbar$; (ซึ่งก็คือสมการ 20 นั่นเอง)

15.2. ไฮโดรเจนอะตอมและสมการชเรอดิงเงอร์ (The Hydrogen Atom and Schrondinger's Equation)

เนื่องจากทฤษฎีของบอร์ยังไม่สามารถได้คำอธิบายทางฟิสิกส์และทำนายการปลดปล่อย/ดูดกลืนพลังงานของอะตอมได้ ทฤษฎีของบอร์เป็นเพียงการเริ่มต้นในแนวคิดทางควอนตัมเท่านั้น แต่ก็ประสบผลสำเร็จในด้านการบอกค่า E_n และการทำนายถึงตำแหน่งการเกิดเส้นสเปกตรัม (Spectrum line) ของอนุกรมสเปคตรัล (Spectral series) ต่าง ๆ ของไฮโดรเจนอะตอมได้เป็นอย่างดี

ภายหลังจากการตั้งทฤษฎีของบอร์ถึง 13 ปี ในปี ค.ศ.1926 **Erwin Schrondinger** นักฟิสิกส์ชาวออสเตรเลียได้คิดค้นสมการที่อธิบายและทำนายปรากฏการณ์ต่าง ๆ ทางฟิสิกส์ควอนตัมได้สำเร็จ และเรียกสมการนี้ว่า สมการชเรอดิงเงอร์ (Schrondinger's Equation) ดังได้แสดง

ไว้ในหัวข้อที่ 7 บทที่ 2 สมการ (38)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(x, y, z,t)+V(x, y, z, t)=\psi(x, y, z,t)=E\psi(x, y, z, t) \qquad 15.20$$

โดยที่ $\psi(x, y, z, t)$ เป็นคลื่นฟังก์ชัน (Wave function) ของระบบ จากความรู้ที่ทราบ $\psi(x, y, z, t)$ อยู่ในรูปแบบที่แน่นอน เราสามารถใช้สมการชเรอดิงเงอร์ หาค่าระดับพลังงาน E_n โมเมนตัม $\vec{p}$ ตำแหน่ง $\vec{r}$ ของอนุภาคที่กล่าวถึงได้ ในกรณีของไฮโดรเจนอะตอมอิเล็กตรอนในอะตอมจะมีการโคจรภายใต้แรงคูลอมบ์ และมีพลังงานศักย์ (potential energy) U(r) เป็น

$$U(r)=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{e^2}{r} \qquad 15.21$$

สมการที่ 15.21 ใน spherical conordinater จะมีรูปแบบเป็น

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(r,\theta,\phi)+V(r,\theta,\varphi)\Psi(r,\theta,\phi)=E\Psi(r,\theta,\phi) \qquad 15.22$$

ในการแก้สมการอนุพันธ์ลำดับ 2 สมการ 15.22 นั้น โดยให้ค่า $V(r,\theta,\phi)=V(r)=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{c^2}{r}$ ค่อนข้างจะซับซ้อนและเกินระดับความรู้ของนักศึกษาในขณะนี้ อย่างไรก็ตามผลของการแก้สมการชเรอดิงเงอร์ สมการ (23) นั้น จะมีเลขควอนตัม (quarntum numbers) 3 ตัวมาเกี่ยวข้องคือ

เลขควอนตัม n เกี่ยวข้องกับค่าระดับพลังงาน E_n

เลขควอนตัม l และ m_l เกี่ยวข้องกับค่าโมเมนตัมเชิงมุม L

เลขควอนตัม n, l และ m_l นี้ (ยังไม่นับเลขควอนตัมทาง spin, s เพราะสมการเซรินดิงเจอร์ อยู่ใน nonrelativistic domain) เป็นเลขจำนวนเต็มและเกี่ยวข้องกับการที่มีค่าระดับพลังงานและโมเมนตัมเชิงมุมเป็นช่วงๆ (quantizetion of evergy, cinqular momentum) ดังที่ได้แสดงไว้ในตารางที่ 15.2

จากการแก้สมการ 15.22 เราได้ค่าพลังงานของไฮโรเจนอะตอม

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\cdot\frac{1}{h^2}; \qquad n=1,2,3..... \qquad 15.23$$

ซึ่งตรงกับผลที่ได้จากทฤษฎีของแอร์ หากแต่ว่าวิธีการของกลศาสตร์คลื่น (Ware Mechanics) ของเซรินดิงเจอร์นั้นจะอธิบายโครงสร้างและกลไก (mechanism) ต่างๆ ในการปลอดปล่อย/ดูดกลืน โฟตอนของอะตอมตลอดจนหาค่าความน่าจะเป็น (proobility) ของปริมาณทางฟิสิกส์ต่างๆ ที่เกี่ยวกับอะตอมได้ดีและชัดเจนกว่า ซึ่งในรายละเอียดนั้นจะต้องศึกษาต่อไปอย่างละเอียดในแขนงวิชาฟิสิกส์ที่ชื่อกลศาสตร์ควอนตัม (Quantum Mechanics) ในการเรียนขั้นสูงต่อไป

15.3 โมเมนตัมเชิงมุม (Angular Momentum)

จากการศึกษาตามที่ได้กล่าวมาในหัวข้อที่แล้วมาเราพบว่าค่าระดับพลังงาน E_n ของไฮโดรเจนอะตอมเป็นปริมาณสเกลลา (Scalar) และเกี่ยวข้องกับเลขควอนตัม (gramtum number) n ค่าเดี่ยว (ตามตารางที่15.2) ในการศึกษาโมเมนตัมเชิงมุมของไฮโดรเจนอะตอมนั้นเราพบว่า โมเมนตัมเชิงมุม $\bar{L}$ เป็นปริมาณเวคเตอร์และค่าของ $\bar{L}$ เกี่ยวข้องกับเลขควอนตัม 2 ตัว คือ ℓ และ m ดังนั้นเราอาจเรียกได้ว่า โมเมนตัมเชิงมุมนั้นเป็นปริมาณที่เกี่ยวกับ **doubly quantized ในเชิงปริมาณและในเชิงทิศทาง**

15.3.1 ปริมาณของโมเมนตัมเชิงมุม (The Magnitude of L)

ในการแก้สมการชเรอดิงเงอร์ สมการ (23) นั้นเราพบว่า โมเมนตัมเชิงมุมมีค่าเป็นช่วงๆ (quantized) และค่าเหล่านั้น (magnitude) เป็นไปตามสมการ (24)

$$\boxed{L = \sqrt{\ell(\ell+1)}.\hbar} \qquad L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\cdot\hbar \qquad 15.24$$

ซึ่ง ℓ คือ orbital quantum number โดยที่ค่าของ ℓ นั้นขึ้นอยู่กับค่า principal quantum number, n

$$\ell = 0,\ 1,\ 2,.....(n-1) \qquad 15.25$$

ยกตัวอย่าง เช่น ถ้า n = 1, ℓ จะมีค่าเป็น 0 ดังนั้น

L = 0, ถ้า n = 2, l จะมีค่าเป็น 0, 1 และ L จะมีค่า = 0 , $\sqrt{2}\hbar$

15.3.2 ทิศทางของโมเมนตัมเชิงมุม (The Direction of L)

ในการพิจารณาทิศทางของ $\vec{L}$ นั้น เราพิจารณาแกมอ้างอิง (reference axis) อยู่ในแนวแกน z และใช้แกน z เป็นหลักในการอ้างอิงทิศทางของ $\vec{L}$ จากสมการ 15.24 เราพบว่า $\vec{L}$ ไม่สามารถจะชี้ไปทุกทิศทุกทางได้อย่างกรณีของการใช้ทฤษฎียุคเก่าอธิบาย $\vec{L}$ จะมีทิศทางชี้เฉพาะ และจะมีค่า $\vec{L}$ ในแนวแกน z (z - component) เป็นไปตามสมการ 15.26

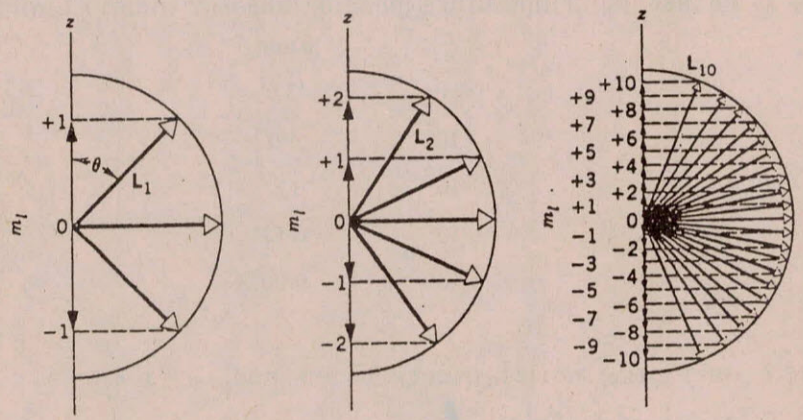
$$L_z = m_\ell \hbar \qquad 15.26$$

เมื่อ m_ℓ คือ magnetic guantum number มีค่า

$$m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots\ldots \pm \ell \qquad 15.27$$

การจำกัด (restriction) ของทิศทางของ $\vec{L}$ ให้มีทิศทางเฉพาะนั้น เราเรียกว่า **Space quantization of $\vec{L}$**

จากสมการ 15.24-15.27 เราจะพบว่าสภาวะ (state) ของไฮโดรเจนอะตอมที่มีค่า $l = 2$ นั้น ขนาดของ $\vec{L}$ จะมีค่า $\sqrt{2(2+1)}\hbar = 2.45\hbar$ และ L_z จะมีค่า $0, \pm 1\hbar$ และ $\pm 2\hbar$ ซึ่ง L_z จะมีค่าได้ถึง 5 ค่าเท่านั้น จะไม่มีการเอียงทำมุมต่างๆ ของ $\vec{L}$ กับแกน z นอกเหนือจากการให้ค่า L_z 5 ค่าดังกล่าวอีกเลย เราจะพบว่า $L_z)_{max} = 2\hbar$ ในขณะที่ $\vec{L}$ มีค่า $2.45\hbar$ ดังนั้นขนาด (maguitude) ของ $|\vec{L}| > L_z$ และ $\vec{L}$ จะ **ไม่มีทางวางตัวขนานกับ z Axis** (เพราะถ้า $\vec{L} \parallel$ กับ z axis จะให้ $L_z = 2.45\hbar$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้ !) ดังแสดงในรูปที่ 15.6



รูปที่ 15.6 แสดงถึงค่า L_z สำหรับ $l = 1, 2$ และ 10 ตัวเลขในแกน z คือค่า m_e (แต่ละรูปใช้สเกลต่างกัน)

จากรูปที่ 15.6 เราจะพบว่าในกรณีที่ค่า l มากขึ้น เช่น l = 10 space quantization ของ $\bar{L}$ จะเริ่มคลายความสำคัญลงและ $\bar{L}$ จะมีแนวโน้มที่จะมีการวางตัวในแนวต่างๆ ได้มากขึ้น และในที่สุดก็จะเป็นไปตามทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่าที่ $\bar{L}$ จะชี้ในทิศทางที่ต่อเนื่องกัน (กรณีที่ $\ell \to \infty$)

กรณีที่เป็น quantization ของ L_z นั้นเราหมายถึงมุม θ ระหว่าง $\bar{L}$ และ z axis (ดูในรูปที่ 15.6) จะมีค่าเฉพาะ (quamtized) และค่าของมันจะเป็นไปตามสมการ 15.28

$$\theta = \cos^{-1}\frac{L_z}{L} = \cos^{-1}\frac{m_\ell}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \qquad 15.28$$

θ เล็กที่สุดจะเกิดขึ้นเมื่อค่า m_ℓ มากที่สุด ในกรณี l = 2 ค่า θ_{min} จะได้

$$\theta_{min} = \cos^{-1}\left[2/\sqrt{2(2+1)}\right] = \cos^{-1} 0.817 = 35.3^\circ$$

ตัวอย่างที่ 15.3 จะหาค่า θ_{min} สำหรับค่า l = 1, 10^2, 10^3, 10^4 และ 10^9

วิธีทำ ค่าต่ำสุดของมุม $\bar{L}$ และ z axis, θ_{min} คือ

$$\theta_{min} = \cos^{-1}\frac{\ell}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} = \cos^{-1}\left[1+\frac{1}{\ell}\right]^{\frac{1}{2}}$$

เราจะพบว่า ถ้า $\ell \to \infty$ $\theta \to \cos^{-1} 1 = 0$ ซึ่งเป็นไปตามหลักของ correspondence principle ที่เมื่อ $\ell \to \infty$ ผลลัพธ์จะได้เหมือนกับที่ทำนายโดยทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่า แทนค่า l ในสมการ 15.28 เราจะได้

ℓ	θ min
1	45.0°
10^2	5.0°
10^3	1.8°
10^4	0.57°
10^9	0.0018°

ตัวอย่างที่ 15.4 สภาวะ (state) ของไฮโดรเจนอะตอมมีเลขควอนตัม n = 4 จงหา

(ก) จงหาค่ามากที่สุดของ ℓ

(ข) ขนาดของ L ที่สัมพันธ์กับ n = 4

(ค) ค่า L_z ที่สัมพันธ์กับค่าโมเมนตัมเชิงมุม $\bar{L}$ ในข้อ (ข)

วิธีทำ (ก) จากสมการที่ 15.25 ค่ามากที่สุดของ l คือ (n - 1) ดังนั้น l = 4 - 1 = 3

(ข) จากสมการ 15.24 เราจะได้

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar \quad ; \quad \hbar = h/2\pi$$

$$= \sqrt{3(3+1)}(6.63\times10^{-34}\ \text{J.S.})/(2\pi)$$

$$= \underline{\underline{3.66\times10^{-34}\ \text{J.S.}}}$$

ปกติโดยทั่วไป เรามักจะไม่คิดค่า L ในระบบ SI unit เรามักจะตอบค่า L ในเทอมของ $\hbar$ ในกรณีนี้ค่า $L = \sqrt{12}\hbar = \underline{\underline{3.46\hbar}}$

(ค) จำนวน Component ของ $\bar{L}$ ในแนวแกน z คือ L_z จะมีค่าตามจำนวน m_e จากสมการ 15.27

$m_e = 0, \pm1, \pm2, \pm3 \ldots\ldots \pm\ell$ ดังนั้น ค่า m_e จะมีค่า (2l+1) ค่า = [(2 x 3) + 1] = 7 ค่า

(ง) ค่ามากที่สุดของ L_z จะหาได้จากกำหนดค่า m_e มากที่สุด ซึ่งในกรณีนี้ n = 3 (เพราะค่า l= 3) ดังนั้น $L_z = m_e\hbar = \underline{\underline{3\hbar}}$

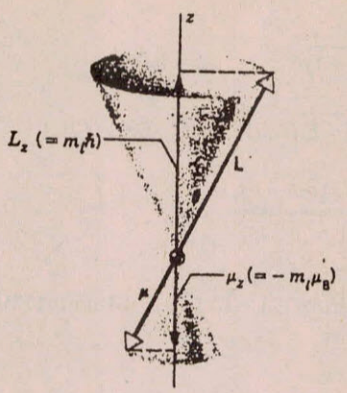
(จ) จากสมการ 15.28

$$\theta_{min} = \cos^{-1}\left[\ell/\sqrt{\ell(\ell+1)}\right]$$

$$= \cos^{-1}\left[3/\sqrt{3(3+1)}\right] = \cos^{-1}0.866 = \underline{\underline{30^\circ}}$$

15.3.3 โมเมนตัมเชิงมุมและแม่เหล็ก (Orbital Angular Momentum and magnetism)

จากทฤษฎีของบอร์ ซึ่งให้แนวทางเกี่ยวกับโครงสร้างของอะตอมโดยให้อิเล็คตรอนวิ่งรอบนิวเคลียส เนื่องจากอิเล็คตรอนที่ประจุ -e อยู่ เมื่อวิ่งโคจรในวงโคจรจะทำให้เกิดกระแสไฟเป็นวงจร (current loop) เมื่อมีกระแสไฟเกิดขึ้นเป็น curreut loop เราจะได้ แมกเนติคไดโพล (magnetic dipole) ที่เกี่ยวข้องกับกระแสไฟนั้น โดยที่ $\bar{L}$ และ $\bar{\mu}$ เป็นเวกเตอร์ มีแกนร่วมกัน (share a common axis) และทั้ง $\bar{L}$ และ $\bar{\mu}$ หมุนควง (precess) รอบแกน z หากแต่อยู่ตรงกันข้ามเพราะ $\bar{\mu}$ เกิดจากประจุลบ -e ของอิเล็คตรอน ดังแสดงในรูปที่ 15.7



รูปที่ 15.7 แสดงเวคเตอร์ $\vec{L}$, $\vec{\mu}$ รอบแกน z

จากการคำนวณเราพบว่า ความสัมพันธ์ระหว่าง $\vec{L}$ และ $\vec{\mu}$ เป็นไปตามสมการ 15.29

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e}\vec{L} \qquad 15.29$$

เครื่องหมายลบ (-) แสดงว่า $\vec{L}$ และ $\vec{\mu}$ มีทิศทางตรงกันข้าม ในกรณีที่ให้ขนาดของค่า μ จากสมการ 15.29จะเป็น

$$\mu_z = \frac{eh}{4\pi m_e} \qquad 15.30$$

ค่า μ_z ในสมการ 15.30 เรียกว่า Bohrmagneton μ_B ซึ่ง

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m_e} = 9.274\times10^{-24}\ {}^{J}\!/_{T} = 5.788\times10^{-5}\ {}^{eV}\!/_{T} \qquad 15.31$$

Bohr magneton , μ_B เป็นหน่วยวัดที่เหมาะสมในการวัด เมกเนติคโมเมนต์ ของอะตอม (atomic magnetic) เนื่องจาก L_z เป็นปริมาณที่ quantized ดังนั้น μ_z ก็เป็นปริมาณที่ quantized ด้วย จากสมการ 15.29 เราจะได้

$$\mu_z = -\frac{e}{2m} L_z = -\frac{e}{2m}(m_\ell \hbar)$$

$$= -m_\ell \left(\frac{eh}{4\pi m_\ell}\right)$$

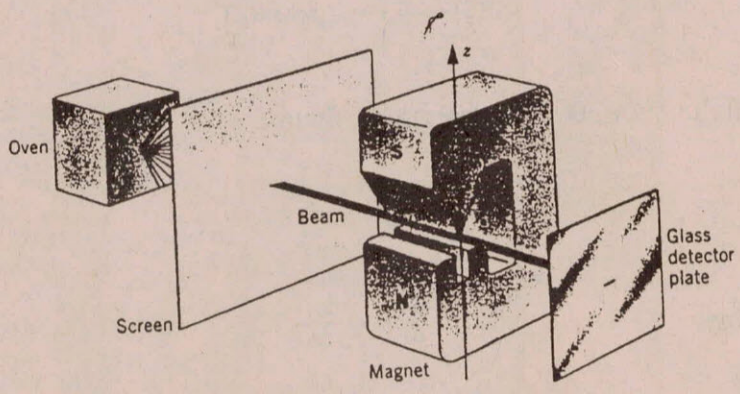
$$\mu_z = -m_\ell \mu_B$$

นั่นก็คือ แมกเนติคไดโพลของอะตอมวัดเป็นหน่วยของ Bohr magneton เราจะพบว่าอะตอมจะมีคุณสมบัติแสดงออกเป็นแมกเนติกไดโพลโมเมนต์ $\vec{\mu}$ ดังนั้นกรณีที่อะตอมอยู่ภายใต้สนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ อะตอมจะวางตัวขนาน (parallel) กับสนามแม่เหล็กและตรงข้าม (antiporallel) กับสนามแม่เหล็ก ซึ่งเราจะได้ศึกษาในตอนต่อไป

15.4 การทดลองของเสทิน - เกอร์ลาจ (The stern - Gerlach Experiment)

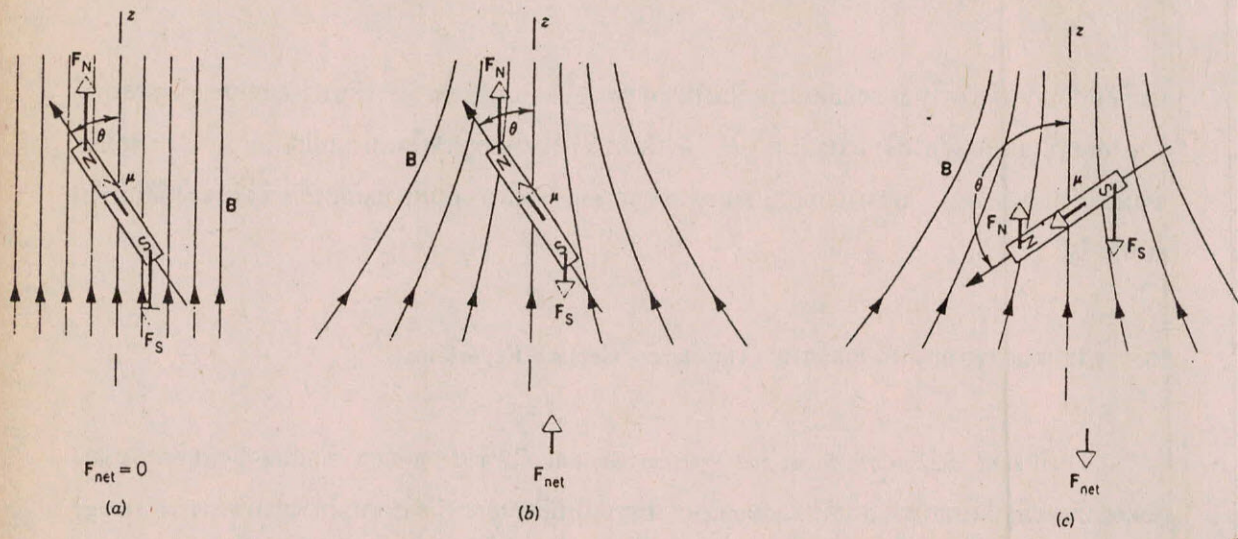
ในปี ค.ศ. 1922 Offo Stern and Waether Gerlach ได้ทำการทดลอง เพื่อแสดงถึงพฤติกรรมของอะตอมนั้นจะมีรูปแบบเป็นควอนตัม (quauntum) ในรูปแบบอื่นนอกเหนือไปจากมีทางด้านพลังงาน (enegy quantization) การทดลองของ Stern - Gerlach ได้ประสพผลสำเร็จเป็นอย่างดีที่แสดงให้เห็นว่า โมเมนตัมเชิงมุม $\vec{L}$ หรืออะตอมมิกไดโพลโมเมนต์ $\vec{\mu}$ มีพฤติกรรมทาง Space geantization ค่าของ $\vec{\mu}$ หรือ $\vec{L}$ จะมีจำนวนหนึ่งซึ่งเป็นช่วงๆ ไม่ต่อเนื่องอย่างในทฤษฎีของฟิสิกส์ยุคเก่า ต่อมาในปี ค.ศ. 1924 Wolfgang Panli สามารถสร้างทฤษฎีเกี่ยวกับพฤติกรรมทาง space quantization ได้สำเร็จและสนับสนุนการทดลองของ Stern - Gerlach โดยทฤษฎีของ Pauli ได้กำหนดให้มีเลขควอนตัมใหม่เพิ่มขึ้น คือ เลขควอนตัมสปิน (Spinquantum Number)

การทดลองของ stern - Gerlach ได้แสดงไว้ในรูปที่ 15.8



รูปที่ 15.8 แสดงเครื่องมือของการทดลองของเสทิน - เกอลาจ

อะตอมของธาตุเงิน (silver) ที่เป็นไอออกจาก "เตา" วิ่งผ่านช่องแคบ (seit) ผ่านบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ ซึ่งไม่คงที่ (nonuniform) อะตอมของธาตุเงินจะมี $\vec{\mu}$ ซึ่งวางตัวต่างกัน เมื่อผ่านสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ ที่ไม่คงที่จะเกิดแรงลัพธ์กระทำต่อ $\vec{\mu}$ ไป 2 ลักษณะดังในรูปที่ 15.9



รูปที่ 15.9 แสดงเมกเนติกไดโพล $\vec{\mu}$ โดยเปรียบเสมือนแท่งแม่เหล็กเล็กๆ มีขั้ว N และ S (a) เมื่อวางตัวในสนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอ $F_{net} = 0$, (b) และ (c) เมื่อ $\vec{\mu}$ วางตัวในสนามแม่เหล็กที่ไม่สม่ำเสมอ $\vec{F}_{net} \neq 0$ แต่จะมีทิศทาง ↑ และ ↓ ดังในรูป

$\vec{\mu}$ วางตัวในสนาม $\vec{B}$ เราจะได้พลังงานศักย์ $\upsilon(\theta)$

$$\upsilon(\theta) = -\vec{\mu}.\vec{B} = -(\mu \cos\theta)B$$

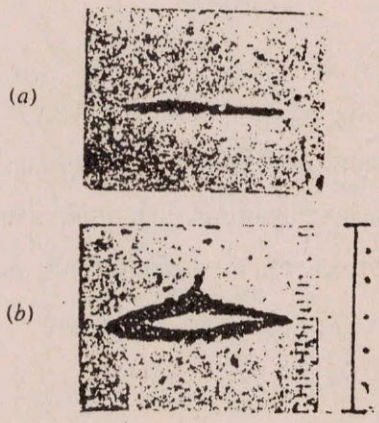
ให้ $\vec{B}$ วางตัวในแกน z ; θ เป็นมุมระหว่าง $\vec{\mu}$ กับแกน z

ดังนั้น $$\upsilon(\theta) = -\mu_z B_z \qquad 15.33$$

ดังนั้น แรงลัพธ์ $$F_{net} = -\frac{du}{dz} = \mu_z \frac{db_z}{dz} \qquad 15.34$$

จะพบว่ามี $\vec{F}_{net} \neq 0$

ในกรณีที่ $\bar{\mu}$ ไม่มี space quantization เราจะได้ $\bar{\mu}$ มีค่าต่อเนื่องตลอด ดังนั้น เมื่อ $\bar{F}_{net} \neq 0$ จะทำให้ลำอะตอม (atomic beam) กระจายไปทั่วแผ่น แล้วที่อยู่หลังแม่เหล็ก แต่จากการทดลองพบว่า ในกรณีของอะตอมธาตุเงินนั้น แบ่งแยกออกเป็น 2 ลำอย่างชัดเจน ปรากกของแผ่นแก้วที่รองรับ แสดงให้เห็นว่า $\bar{\mu}$ ของอะตอมมี space quantization เพราะมีค่า $\bar{\mu}$ เป็นช่วงๆ ไม่ต่อเนื่องดังนั้น $\bar{F}_{net} \neq 0$ ก็จะมีค่าสอดคล้องกับค่า μ_z ในสมการ 15.34 จึงทำให้เกิดลำอะตอมแยกออกอย่างเด่นชัดภายหลังผ่านสนามแม่เหล็กที่มีค่าไม่คงที่ $(^{dB_z}/_{dz} \neq 0)$



รูปที่ 15.10 แสดงผลการทดลองของ Stern - Gerlach (a) ลำอะตอมของธาตุเงินวิ่งกระทบแผ่นกระจกโดยพบที่ $\bar{B} = 0$ พบว่าไม่มีการเบี่ยงเบนหรือหักเหแต่ประการใด (b) เมื่อกรณีที่เปิดสนามแม่เหล็ก $\bar{B} \neq 0$ พบว่าลำอะตอมวิ่งผ่านสนามแม่เหล็กแยกออกเป็น 2 แนว แสดงถึง space quantization ของ $\bar{\mu}$ (หรือ $\bar{L}$)

การทดลองของ stern - Gerlench นี้ ทฤษฎีฟิสิกส์ยุคเก่าไม่สามารถอธิบายผลการทดลองได้เลย เพราะไม่สามารถจะยอมให้ $\bar{L}$ หรือ $\bar{\mu}$ มีค่าเป็นช่วงๆ (space quantization) ได้เลย ดังนั้น การทดลองนี้เป็นการตอกย้ำและเน้นว่าค่า $\bar{L}$ และ $\bar{\mu}$ มีพฤติกรรมเป็น (quantization) เมหือนกับค่าระดับพลังงาน E_n ซึ่ง Max Planck, Einstein และ Bohr ได้แสดงให้เห็นอย่างชัดในบทที่แล้วมา

15.5 อิเล็กตรอนสปิน (The Spining Electron)

จากการทดลองของ Stern - Grelach ได้เป็นให้เห็นว่า $\bar{L}$ หรือ $\bar{\mu}$ มี space guantization แต่อย่างไรก็ตามการทดลองในปี ค.ศ. 1922 นั้น ยังไม่มีทฤษฎีใดอธิบายให้ได้ชัดเจน ทั้งนี้ หากเราจะพิจารณาดูตารางที่ 15.2 พบว่า ค่า l จะมีค่าเป็นเลขคี่ (oid number) เพราะกำหนดให้มี $\bar{L}$ ค่าของมันจะมีได้เป็น (2l+1) ค่า ในกรณีของการทดลองของ Stern - Grelach เราพบว่าลำอะตอมของธาตุเงินแยกออกเป็น 2 ส่วน หลังจากผ่านสนามแม่เหล็กแล้ว ดังนั้น $\bar{L}$ หรือ $\bar{\mu}$ จะมีได้ 2 ค่า ดังนั้น l จะต้อง = $\frac{1}{2}$ เพราะ $(2l+1) = 2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 2$ แต่ก็เป็นไปไม่ได้ที่ $\ell = \frac{1}{2}$ เพราะจากทฤษฎีของ Bohr นั้น ค่า l เป็นเลขจำนวนเต็ม คือ

$l = 0, 1, 2, \ldots\ldots\ldots\ldots(n - 1)$

ต่อมาในปี ค.ศ. 1924 Wolfgamg Pauli นักฟิสิกส์ชาวสวิส ได้ตั้งทฤษฎีเกี่ยวกับ สปิน (spin) ของอิเล็กตรอนขึ้น ได้กำหนดให้มีเลขควอนตัมตัวที่สี่ (forth quantum number) S. ขึ้น โดยที่ S มีค่า $s = \pm\frac{1}{2}\hbar$ สปิน (spin) $\bar{s}$ เป็นปริมาณเวกเตอร์มีคุณสมบัติเป็นโมเมนตัมเชิงมุม (angular namentum) อีกชนิดหนึ่ง โดยที่ $\bar{s}$ เกิดขึ้นจากการเสมือนการหมุนรอบแกนของตัวอนุภาคนั้น (อิเล็กตรอน) และ $\bar{s}$ มีขนาดเป็น

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar \quad ; \quad s = \frac{1}{2} \qquad 15.35$$

และค่า S ในแนวแกน Z, S_z มีค่า

$$S_z = m_s\hbar \qquad 15.36$$

โดยที่ค่า $m_s = \pm\frac{1}{2}$ เมื่อ เป็นโมเมนตัมเชิงมุมอีกประการหนึ่ง ก็จะมีแมกเนฟิคโมเมนต์เกี่ยวข้องด้วย แต่แมกเนฟิคโมเมนต์ μ_s นี้จะเกิดจากอนุภาคมีสปิน (spin) เท่านั้นไม่เกี่ยวข้องกับ $\bar{L}$ และ

$$\bar{\mu}_s = -\frac{e}{m_e}\bar{S} \qquad 15.37$$

จะเห็นว่า $\bar{\mu}_s$ จากสมการ (37) จะมากกว่า $\bar{\mu}$ ในสมการ (29) ถึง 2 เท่า

เลขควอนตัม l และ m_e เกิดขึ้นจากการแก้สมการชเรอดิงเงอร์ แต่ไม่รวมถึง S และ m_s ทั้งนี้เพราะสมการชเรอดิงเงอร์เป็นสมการที่ใช้กับอนุภาคที่ไม่มีสปิน (spinles powticle) และเป็นสมการในขอบข่ายของ nonrclativistic ต่อมา นักฟิสิกส์ชาวอังกฤษ P.M.Dirac ได้คัดสมการขึ้นและได้แสดงให้เห็นว่า สปิน (spin) เป็นเลขควอนตัม และสามารถอธิบายคลอบคลุมปัญหาที่อธิบายค้างไว้ได้สำเร็จเป็นอย่างดี

15.6 การนับสภาวะของไฮโดรเจนอะตอม (Counting The Hydrogen Atom States)

ตามที่ได้เรียนมาแล้วในตอนต้นของบทนี้ว่า ในการอธิบายและรู้ถึงสภาวะ (state) ของไฮโดรเจนอะตอมนั้นเราจำเป็นต้องใช้เลขควอนตัม (quantum numbers) ถึง 4 ตัว คือ n, ℓ, m_e และ m_s เพื่อที่จะจำแนกสภาวะ (state) ของไฮโดรเจนอะตอม ความสัมพันธ์ระหว่างเลขควอนตัม 4 ตัวนี้ ได้สรุปไว้ในตารางที่ 2 ของบทนี้ กล่าวคือ

$$n = 1,2,3.....$$

$$\ell = 0,1,2,3.....(n-1)$$

$$m_\ell = 0,\pm1,\pm2,.....\pm\ell$$

$$m_s = \pm \tfrac{1}{2}$$

ดังนั้นเราสามารถจัดเรียงสภาวะของไฮโดรเจนเป็นอะตอมได้อย่างมีระบบ คือ เรียงสภาวะที่มีพลังงานต่ำสุด (ground state) และพลังงานเพิ่มขึ้นตามลำดับ (จาก n = 1, 2, 3 n เท่ากันจะมีค่าระดับพลังงานเดียวกันและอิเล็คตรอนที่มีค่า n เท่ากับจะรวมจับเป็น "ชั้น" (shell) รอบๆ นิวเคลียส แต่เนื่องจากค่า n เดียวกันสามารถให้ค่า l ได้ถึง n ค่า กล่าวคือ l มีค่า = 0, 1,.....(n - 1) ดังนั้นค่า l แต่ละค่าจะทำให้เกิด "ชั้นย่อย" (subohell) นั้น อิเล็คตรอนจะมีสภาวะแตกต่างออกไปได้อีกถึง 2l+1 ค่าของ m_e และแต่สภาวะที่เกี่ยวกับ m_e แต่ละค่าจะมีสภาวะย่อยได้อีก 2 ค่า คือ $m_s = \tfrac{1}{2}$ และ $m_s = -\tfrac{1}{2}$

หลักการกีดกันเพาลี (Pauli's Exclusion principle)

จากการวิเคราะห์ข้อมูลของการทดลองเกี่ยวกับระดับพลังงานอะตอมบางชนิดและการทดลองของ Stern-Gerlach Pauli ได้ตั้งหลักการขึ้นในปี ค.ศ. 1925 เรียกว่า **หลักการกีดกัน** (Exclusion Principle) ซึ่งมีใจความว่า **"อะตอมที่มีอิเล็คตรอนหลายตัว อิเล็คตรอนเหล่านั้นจะไม่มีโอกาสซ้อนอยู่ในสภาวะเดียวกัน"**

สภาวะของอิเล็คตรอนจะถูกกำหนดโดย เลขควอนตัม 4 ตัว คือ n, l, m_e และ m_s สภาวะเดียวกันหมายถึงสภาวะที่มีเลข n, l, m_e และ m_s เป็นอย่างเดียวกัน **หลักการนี้ใช้กับอนุภาคอิเล็คตรอนเท่านั้น** ในตอนแรกแต่ในเวลาต่อมาหลักการนี้สามารถใช้กับอนุภาคที่มีสปิน ที่มีค่า $= \tfrac{1}{2}, \tfrac{3}{2}, \tfrac{5}{2}$..... ได้อีกด้วย

ตัวอย่างการหาจำนวนสภาวะ (state) ของอิเล็คตรอนเมื่อกำหนดค่า n ให้ เช่น กำหนดให้ n = 3 เราจะได้ "ชั้นย่อย" (subshell) 3 ชั้น คือ ชั้นย่อยที่มีค่า l = 0, 1, 2 และจะมีสภาวะในแต่ละชั้นย่อยนั้น ๆ อีก (2l+1) สภาวะ และแต่ละสภาวะเหล่านี้จะมีสภาวะที่เกี่ยวกับสปิน (spin) ได้อีกสภาวะ 2 คือ $m_s = \frac{1}{2}$ และ $m_s = -\frac{1}{2}$ จำนวนสภาวะทั้งหมดที่มีค่า n = 3 จะนับได้เป็น $(2l + 1) \cdot 2 = 2(2l + 1)$

n = 3, l = 0, 1, 2

l	2 (2l+1)
0	2
1	6
2	10
จำนวนสภาวะทั้งหมด	18 (ดังแสดงไว้ในตารางที่ 15.3)

โดยสรุปแล้วเมื่อกำหนดค่า n ให้เราสามารถจำแนกสภาวะ (state) ของอิเล็กตรอนทั้งหมดได้เป็น $2(2l + 1)$ หรือเท่ากับ $2n^2$ สภาวะ

ตารางที่ 15.3 แสดงการจำแนกจำนวนอิเล็กตรอนใน"ชั้น" (shell) และ"ชั้นย่อย" (subshell) แสดงเพียงค่า n = 1, 2, 3 เท่านั้น

15.7 สถานะพื้นของไฮโดรเจน (The Ground state of Hydrogen)

จากการแก้สมการของชเรอดิงเงอร์ ในกรณีของไฮโดรเจนอะตอมโดยให้พลังงานศักย์ของอิเล็กตรอนเป็น

$$\upsilon(r) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \qquad 15.38$$

นั้น คำตอบ (solution) ของสมการชเรอดิงเงอร์ สำหรับฟังก์ชันคลื่น Ψ (wave function) ของอิเล็คตรอนในสถานะพื้น (ground state) จะเป็นฟังก์ชันของรัศมี r

$$\Psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0} \qquad 15.39$$

ซึ่ง a_0 = Bohr radius

$\Psi(r)$ นี้มีความสามารถทางทรงกลม (spherical symmetry) และแปรตาม r เท่านั้น ความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (probability density) คือ $\Psi^2(r)dV$ เมื่อ dv เป็น ปริมาตรที่น้อยอยู่ระหว่าง r และ r+dr

$$\Psi^2(r) = \frac{1}{\pi a_0^3} e^{-2r/a_0} \qquad 15.40$$

การกระจายของ $\Psi^2(r)$ ได้ถูกแสดงไว้ในรูปที่ 15.11(ก) ซึ่งจะกระจายอยู่ทั่วไปทั้งนี้ก็หมายถึงว่าโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนในสถานะพื้นที่ได้ทั่วไปตั้งแต่ $r = 0 \rightarrow \infty$ แต่อย่างไรก็ตามวงกลมเส้นทับทึบในรูปที่ 15.11(ก) คือวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับ a_o (Bohr radius) แสดงให้เห็นว่าโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนในสภาวะพื้นฐานจะอยู่ในขอบข่ายของ a_o ฟังก์ชัน P_r (r) คือ ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นทางแนวรัศมี (radial probability density) จะเป็นฟังก์ชันที่บอกถึงตำแหน่ง (r) ของอิเล็คตรอนโดยที่

$$P_r(r)dr = \Psi^2(r)dV = \Psi^2(v)(4\pi r^2)(dr)$$

โดยการใช้สมการ 15.40 เราจะได้

$$P_r(r) = \frac{4}{a_0^3} r^2 e^{-2r/a_0} \qquad 15.41$$

ซึ่งจากการหาค่าความเป็นไปได้สูงสุด (maximum) ของ $P_r(r)$ โดยการให้ $\frac{dP_r(r)}{dr} = 0$ เราจะได้

$$\frac{dP_r(r)}{dr} = \frac{4}{a_0^3}(2r)e^{-2r/a_0} + \frac{4}{a_0^3} r^2 (-\frac{2}{a_0}) e^{-2r/a_0}$$

$$= \frac{8r}{a_0^3} e^{-2r/a_0}(1 - r/a_0) \qquad 15.42$$

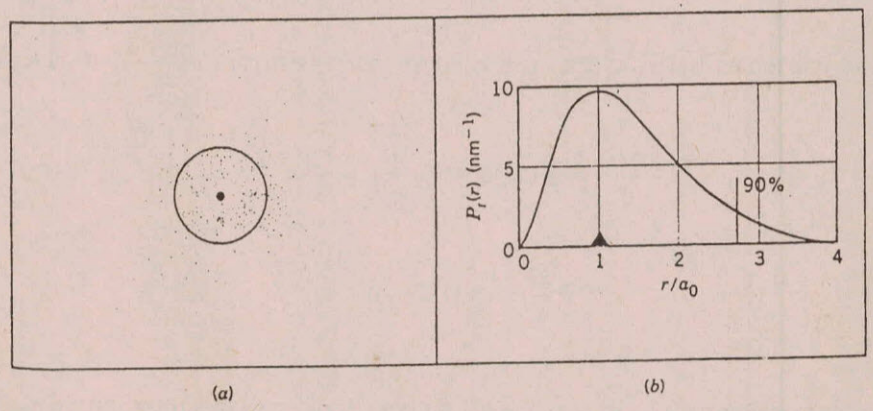
จุดค่าสูงสุดของ $P_r(r)$ จะอยู่ที่ $r = a_o$ ดังแสดงในรูปที่ 15.11(ข) และจากการคำนวณพบว่า ภายในรัศมี $r = 2.7\ a_0$ โอกาสจะพบอิเล็คตรอนมีถึง 90% อย่างไรก็ตามสภาวะพื้นฐานของอิเล็คตรอนนั้น (n = 1) สปิน (spin) ได้ 2 ลักษณะ คือ $m_s = 1/2$ และ $m_s = -1/2$ ใน 2 ลักษณะนี้ค่าระดับพลังงานเท่ากัน เราไม่สามารถจะแยกออกให้เห็นชัดได้จนกว่าจะส่งสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ เพื่อให้มีการวางตัวของ $\vec{\mu}$ แยกออกจากกัน

เราจะเห็นว่าในการศึกษาเกี่ยวกับสภาวะพื้นฐานและสภาวะถูกกระตุ้น (excited states) ของไฮโดรเจนอะตอมนั้น การใช้สมการเชรินดิวเจอร์ จะให้คำอธิบายได้ดีและละเอียดกว่าทฤษฎีของบอร์ อย่างไรก็ตามทฤษฎีของบอร์ก็ยังคงถูกต้องในการกำหนดค่าระดับพลังงาน E_n และ $\bar{L}$ ของไฮโดรเจนอะตอม การศึกษาในรายละเอียดของสภาวะต่าง ๆ ของไฮโดรเจนอะตอมจำเป็นต้องใช้สมการเชรินดิวเจอร์ซึ่งเป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในระดับนี้

TABLE 3 STATES OF THE HYDROGEN ATOM[a]

n	1	2		3		
l	0	0	1	0	1	2
m_l	0	0	$0, \pm 1$	0	$0, \pm 1$	$0, \pm 1, \pm 2$
m_s	$\pm\frac{1}{2}$	$\pm\frac{1}{2}$	$\pm\frac{1}{2}$	$\pm\frac{1}{2}$	$\pm\frac{1}{2}$	$\pm\frac{1}{2}$
Number of states in the subshells	2	2	6	2	6	10
Number of states in the shells	2	8		18		

[a] Complete to $n = 3$ only.



รูปที่ 15.11 (ก) จุด (dot) แสดงความหนาแน่นของความเป็นไปได้ในกรณีที่จะพบสถานะพื้นของไฮโดรเจนอะตอมตามสมการ 15.41 วงกลมมีรัศมี $r = a_o$ (ข) ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นทางแนวรัศมี $P_r(r)$ มีจุดสูงสุดที่ $r = a_o$

แบบฝึกหัดบทที่ 15

1. จงคำนวนหา

(ก) ความยาวของช่วงคลื่น λ (ข) โมเมนตัม (ค) พลังงาน ของโฟตอนที่ถูกปลด ปล่อยออกจากไฮโดรเจนอะตอมจากสภาวะ n = 3 ไปสู่ n = 1

($\lambda = 102.6$ nm; $p = 12.1\ ^{ev}/_{c}$)

2. จงคำนวนหาพลังงานยึดเหนี่ยว (binding energy) ของไฮโดรเจนอะตอมที่อยู่ในสภาวะถูกกระตุ้นระดับที่ 1 (first excited state, n = 2)

($E_b = 3.40$ ev)

3. ตามหลักการของ Corespondence principle ขณะที่ $n \to \infty$ เราคาดว่าทฤษฎีของควอนตัมและฟิสิกส์ยุคเก่าจะสอดคล้องกัน ดังนั้นคลื่นเดอบรอย ของอิเล็กตรอนก็จะสิ้นลงและน้อยกว่ารัศมีของวงโคจรตามทฤษฎีของบอร์ (Bohr Orbit) ดังนั้น จงแสดงว่า

$^{\lambda}/_{r} \to 0$ เมื่อ $n \to \infty$

4. จงคำนวนหาความเร็วสะท้อนกลับ (recoil speed) ของไฮโดรเจนอะตอม สมมติว่าในตอนเริ่มต้นไฮโดรเจนอะตอมอยู่นิ่งและอิเล็กตรอนในสภาวะ n = 4 ลดค่าระดับพลังงานออกมาโดยการปล่อยโฟตอนและตัวเองมาอยู่ในสภาวะ n = 1 (ground state) (ข้อเสนอแนะใช้หลักการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น)

($V_{recoil} = 4.07$ m/s)

5. (ก) จงแสดงว่าแมกเนติกโมเมนต์ $\vec{\mu}$ ของอิเล็กตรอนในวงโคจรต่าง ๆ ของทฤษฎีบอร์จะมีค่าเป็น

$\mu = n\,\mu_B$

ซึ่ง n = 1, 2 , 3 ..... ; และ μ_B คือ Bohe magnetic

(ข) จงเปรียบเทียบคำตอบที่ได้ใน (ก) ว่าเป็นจริงกับค่าการทดลองหรือไม่เพราะเหตุใด

(คำตอบ หน้า 1078 ของ Risnick, Halliday and Krane, Physics, 4th ed.)

6. ไฮโดรเจนอะตอมอยู่ในสถานะ (state) ที่มี m_e มากที่สุดเท่ากับ +4 จงหาค่าของเลขควอนตัม (quantum number) ที่เหลือให้ครบ

$(n \geq 5,\ ms = \pm \frac{1}{2},\ m_e = \pm 3, \pm 2, \pm 1)$

7. จงแสดงให้เห็นชัดว่าจำนวนสภาวะทั้งหมด (states) ของไฮโดรเจนอะตอมเท่ากับ $2n^2$ เมื่อ n เป็น principle quantum number

8. ไฮโดรเจนอะตอมอยู่ในสถานะพื้น (ground state) จงคำนวณหาโอกาสที่เป็นไปได้ที่จะพบอิเล็กตรอนอยู่ระหว่างทรงกลมรัศมี $r = 1.00\ a_o$ และ $r = 1.01\ a_o$

$(P = 5.4132 \times 10^{-3})$

บทที่ 16 ฟิสิกส์นิวเคลียร์

เค้าโครงเรื่อง 16.1 การค้นพบนิวเคลียส

16.2 คุณสมบัติของนิวเคลียส

16.3 การสลายตัวของสารกัมมันตรังสี

16.4 การสลายตัวให้อนุภาคแอลฟา

16.5 การสลายตัวให้อนุภาคเบต้า

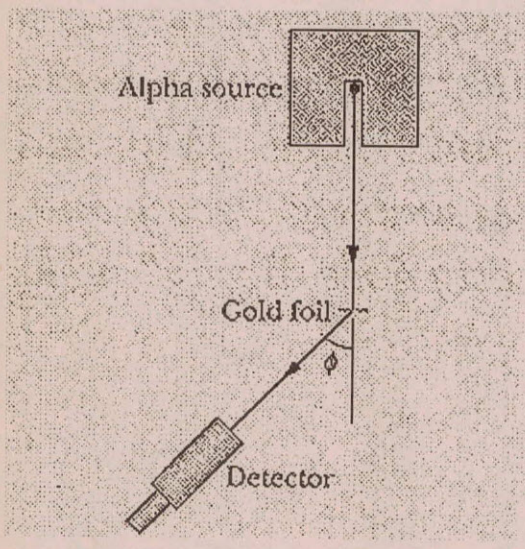
16.6 การคำนวณอายุวัตถุโบราณโดยใช้สารกัมมันตรังสี

16.7 การวัดปริมาณการแผ่รังสี

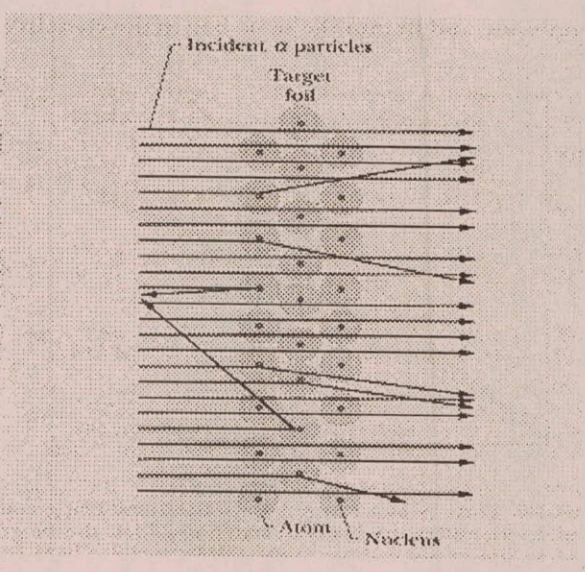
16.1 การค้นพบนิวเคลียส

ในต้นศตวรรษที่ 20 ความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างของอะตอมจำกัดอยู่ที่อะตอมมีอนุภาคอิเล็กตรอนเป็นองค์ประกอบ ในปี ค.ศ. 1897 J.J. Thompson ค้นพบอิเล็กตรอน ซึ่งมีประจุไฟฟ้าเป็นลบ ด้วยเหตุที่อะตอมมีความเป็นกลางทางไฟฟ้า ทำให้นักวิทยาศาสตร์ทราบว่าจะต้องมีแหล่งประจุบวกจำนวนเท่ากับประจุลบอยู่ภายในอะตอม

ในปี ค.ศ. 1911 Ernest Rutherford ทำการทดลองเพื่อหาแหล่งประจุบวกในอะตอม จากผลการทดลองสรุปได้ว่าแหล่งประจุบวกของอะตอมจะรวมตัวอยู่กันบริเวณตรงกลางอะตอม เรียกว่า นิวเคลียส เป็นแหล่งมวลส่วนใหญ่ของอะตอม Rutherford ใช้อนุภาคแอลฟามวลประมาณ 7300 เท่าของอิเล็กตรอน มีประจุ +2e มีพลังงานจลน์ที่ได้จากการสลายตัวของสารกัมมันตรังสี ยิงเข้าหาแผ่นโลหะบาง ดังแสดงในรูป 1-1 ผลการทดลองแสดงให้เห็นถึงการกระเจิงของอนุภาคแอลฟาเมื่อเข้ากระทบกับนิวเคลียสที่มุมต่างๆ



รูป 1-1 การทดลองของ Rutherford



รูป 1-2 การกระเจิงของอนุภาคแอลฟา

จากการวิเคราะห์ผลการทดลอง Ruthurford สรุปว่าอะตอมมีนิวเคลียสอยู่ตรงกลาง มีรัศมีเล็กกว่าของอะตอมประมาณ 10^4 เท่า ทำให้อะตอมประกอบไปด้วยที่ว่างมากมาย โดยมีอนุภาคอิเล็กตรอนอาศัยอยู่ในที่ว่างดังกล่าว

16.2 คุณสมบัติของนิวเคลียส

ตาราง 16-1 แสดงคุณสมบัติบางประการของนิวเคลียสบางตัวเพื่อประกอบการศึกษา คุณสมบัติทางนิวเคลียร์ของนิวไคลส์ (nuclides) ต่างๆ

ตาราง 16-1 คุณสมบัติของนิวเคลียส

นิวเคลียส	Z	N	A	เสถียรภาพ*	มวล (u)	รัศมี (fm)	พลังงานยึดเหนี่ยว (MeV/nucleon)
^{1}H	1	0	1	99.985%	1.007825	-	-
^{7}Li	3	4	7	92.5%	7.016003	2.1	5.60
^{31}P	15	16	31	100%	30.973762	3.36	8.48
^{81}Br	35	46	81	49.3%	80.916289	4.63	8.69
^{120}Sn	50	70	120	32.4%	119.902199	5.28	8.51
^{157}Gd	64	93	157	15.7%	156.923956	5.77	8.21
^{197}Au	79	118	197	100%	196.966543	6.23	7.91
^{227}Ac	89	138	227	21.8 ปี	227.027750	6.53	7.65
^{239}Pu	94	145	239	24100 ปี	239.052158	6.64	7.50

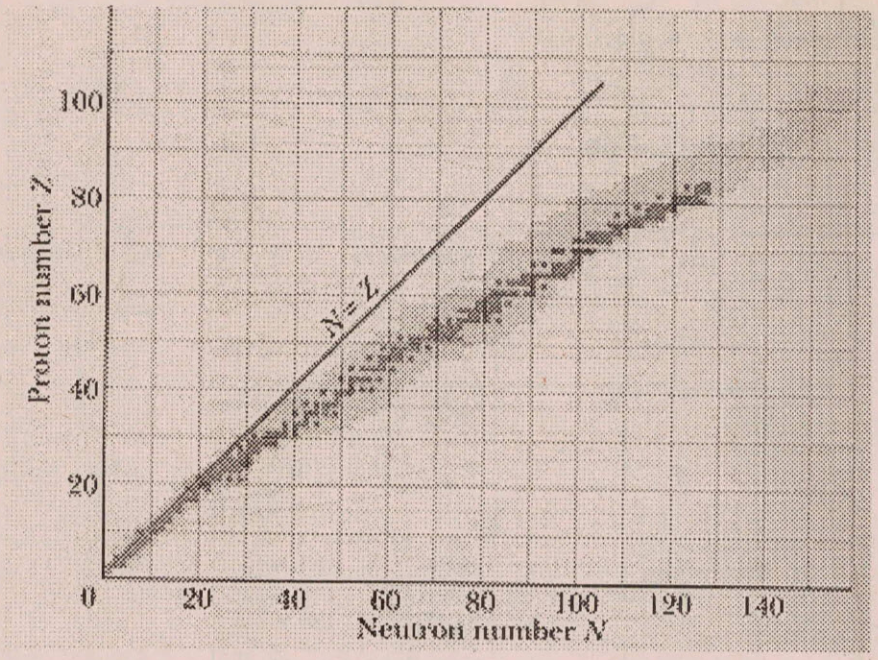
*ถ้าเป็นนิวเคลียสเสถียร ค่าในตารางเป็นค่า isotopic abandance ถ้าเป็นสารกัมมันตรังสี ค่าในตารางเป็นค่าครึ่งชีวิต

นิวเคลียสประกอบด้วยอนุภาคนิวตรอนและอนุภาคโปรตอน จำนวนอนุภาคโปรตอน Z จำนวนอนุภาคนิวตรอน N และจำนวนนิวคลีออน A = Z + N

นิวไคลส์ที่มีค่า Z เท่ากัน แต่มีค่า N ต่างกัน เราเรียกไอโซโทป (isotopes) เช่น โลหะทอง Au มี ไอโซโทป 30 ตัว ตั้งแต่ ^{175}Au ถึง ^{204}Au มีเพียง ^{197}Au เท่านั้นที่เป็นธาตุเสถียร ที่เหลือ 29 ตัว เป็นสารกัมมันตรังสีทั้งสิ้น $A = Z + N \Rightarrow N = A - Z$.

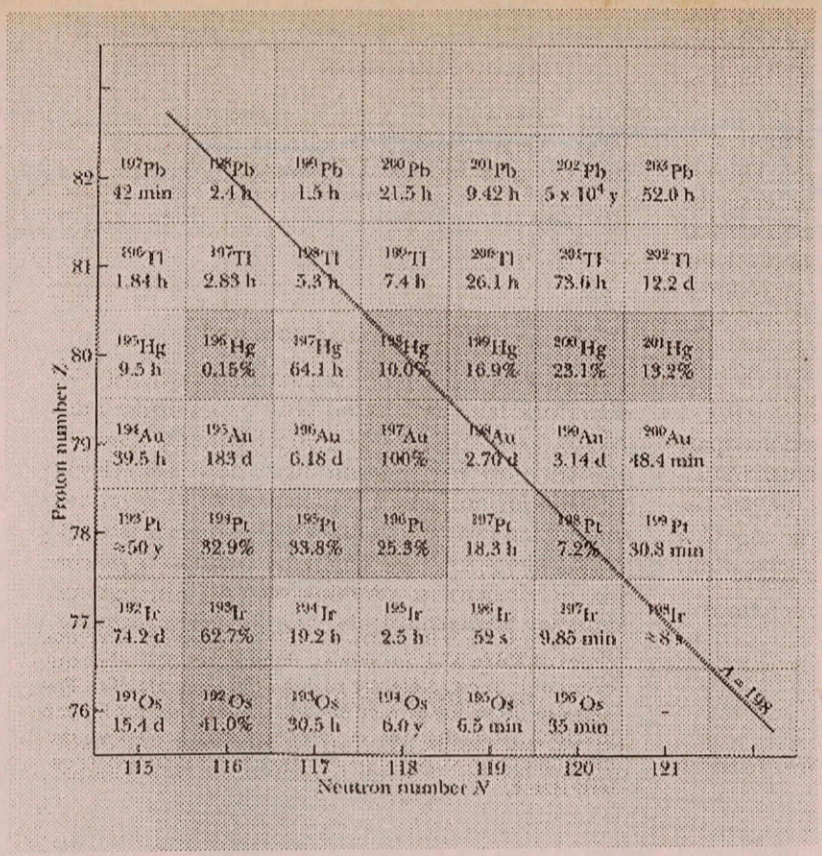
ในการจัดแบ่งกลุ่มทางนิวไคลส์ แบ่งได้ตาม nuclidic chart ดังแสดงในรูป 16-3 โดยนำจำนวนโปรตอนเขียนกราฟกับจำนวนนิวตรอน จะเห็นได้ว่านิวไคลส์เสถียรจะมีค่า Z = N และอยู่ในช่วงธาตุเบา เมื่อธาตุหนักขึ้น จำนวนนิวตรอนจะมีมากกว่าจำนวนโปรตรอน เช่น ^{197}Au เป็นธาตุเสถียร มี N = 118 และ Z = 79 มีจำนวนนิวตรอนมากกว่าโปรตรอนถึง 39 ตัว

เมื่อธาตุหนักขึ้น $N > P$



รูป 16.3 Nuclidic chart

Nuclidic chart ที่มีรายละเอียดคุณสมบัติของนิวไคลส์ เช่น เปอร์เซนต์ที่มีอยู่และเวลาครึ่งชีวิต แสดงในรูป 16-4



รูป 16-4 Nuclidic chart แสดงรายละเอียดคุณสมบัติของนิวไคลส์

ข้อมูลเกี่ยวกับขนาดของนิวเคลียสได้มาจากการทดลอง จากการยิงอิเล็กตรอนที่มีพลังงานสูงประมาณ 200 MeV ให้ชนนิวเคลียส เพื่อดูมุมกระเจิงของอิเล็กตรอน สรุปว่านิวเคลียสมีลักษณะเป็นทรงกลมที่มีรัศมี R ตามสูตร

ขนาดของนิวเคลียส

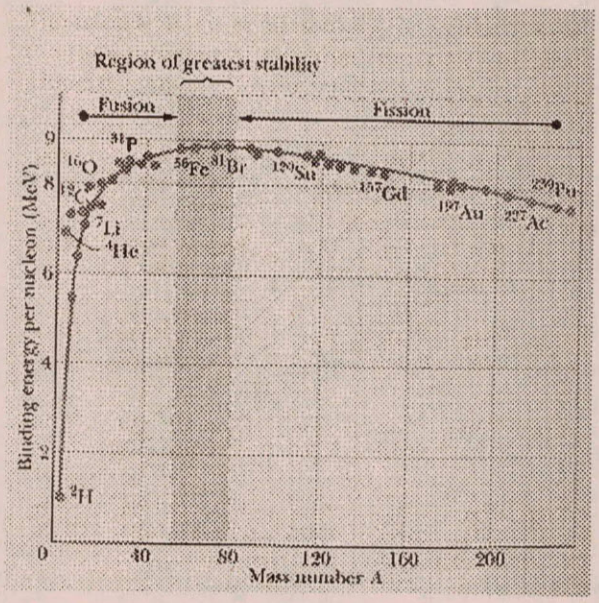
$$R = R_o A^{1/3} \qquad (16\text{-}1)$$

โดยมี A เป็นเลขมวล $R_o = 1.2$ fm (1 fm = 1 fermi = 10^{-15} m)

มวลของนิวเคลียสหาได้จากหักลบมวลอิเล็กตรอนออกจากมวลของอะตอม มวลอะตอมหาได้จากผลการทดลองโดยใช้ mass-spectrometer และเทคนิคทางปฏิกิริยานิวเคลียร์ ในปัจจุบันค่ามวลของอะตอมมีความถูกต้องสูงมาก ในระบบหน่วย SI มวลของอะตอมมีหน่วยเป็น 1 u = 1.666 x 10^{-27} kg เช่น เลขมวลอะตอมของ ^{197}Au เท่ากับ 196.966573 u โดยวัดเทียบกับมวลของ ^{12}C ที่มีมวลมาตรฐานเท่ากับ 12.0000000 u.

1 u ≈ 1.666×10^{-27} kg.

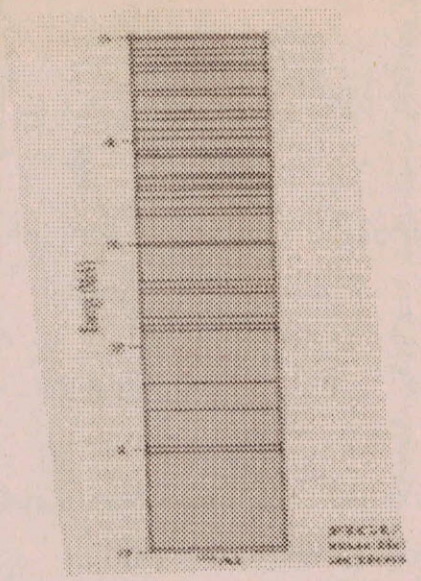
พลังงานยึดเหนี่ยวนิวเคลียสเป็นพลังงานที่ยึดองค์ประกอบอนุภาคของนิวเคลียสไว้ คำนวณได้จาก $E = \Delta mC^2$ ถ้านำค่าเลขมวลหารพลังงานยึดเหนี่ยว จะได้พลังงานยึดเหนี่ยวของนิวเคลียสต่อจำนวนนิวคลีออน รูปกราฟ 16.5 แสดงความสัมพันธ์ของพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนกับค่าเลขมวล



รูป 16-5 เส้นกราฟพลังงานยึดเหนี่ยว

สังเกตเส้นกราฟพลังงานยึดเหนี่ยวที่ค่าเลขมวลสูง ค่าพลังงานยึดเหนี่ยวมีค่าต่ำลง แสดงถึงการยึดตัวขององค์ประกอบอนุภาคที่ง่ายต่อการแตกตัว (nuclear fission) ในขณะที่บริเวณค่าเลขมวลต่ำ ค่าพลังงานยึดเหนี่ยวมีค่าต่ำ โอกาสที่นิวเคลียสขนาดเล็กจะรวมตัวกัน (nuclear fusion) แล้วให้พลังงานมีค่ามากขึ้น

ระดับพลังงานของนิวเคลียสมีลักษณะคล้ายกับระดับพลังงานอะตอมที่เป็นไปตามกฎเกณฑ์ของฟิสิกส์ควอนตัม มีการแยกระดับพลังงานอย่างชัดเจน รูป 16-6 แสดงระดับพลังงานนิวเคลียสของธาตุ ^{28}Al ที่ได้จากการทดลอง ค่าพลังงานของนิวเคลียสมีขนาดล้านอิเล็กตรอนโวลต์ ต่างกับของอะตอม เมื่อนิวเคลียสเปลี่ยนระดับพลังงานไปยังระดับที่ต่ำกว่า นิวเคลียสจะปลดปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีพลังงานสูงมากในรูปรังสีแกมมา



รูป 16-6 ระดับพลังงานของนิวเคลียส ^{28}Al

แรงนิวเคลียร์เป็นแรงดึงดูดที่ยึดองค์ประกอบอนุภาคของนิวเคลียสไว้ เป็นแรงที่มีขนาดมหาศาล สามารถเอาชนะแรงผลักทางไฟฟ้าของประจุบวกในนิวเคลียส และรวบรวมให้อนุภาคโปรตอนและอนุภาคนิวตรอนอัดแน่นกันอยู่ในบริเวณที่มีขนาดเล็กมาก แรงนิวเคลียร์เป็นแรงระยะสั้น (short-ranged force) จึงไม่มีอิทธิพลออกภายนอกผิวของนิวเคลียส ในปัจจุบันเราทราบว่าแรงนิวเคลียร์ไม่ใช่แรงพื้นฐาน แต่เป็นผลเนื่องมาจากแรง strong force ที่ยึดอนุภาคควาก (quarks) ไว้ด้วยกันเพื่อประกอบเป็นอนุภาคโปรตรอนและนิวตรอน

ตัวอย่าง 16-1 ถ้านิวเคลียสทุกตัวประกอบมาจากอนุภาคนิวตรอนและโปรตอนที่รวมเรียกเป็นเนื้อสสารนิวเคลียร์ (nuclear matter) จงคำนวณหาความหนาแน่นของเนื้อสสารนิวเคลียร์

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{A}{V} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi (R_0 A^{\frac{1}{3}})^3}$$

$$= \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R_0^3 A}$$

วิธีทำ: สมมุติให้นิวเคลียสมีรูปทรงเป็นทรงกลม มีเลขมวล A และรัศมี R

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \left[\frac{4}{3}\right]\pi\ (R_o A^{\frac{1}{3}})^3 = \left[\frac{4}{3}\right]\pi R_o^3 A$$

นิวเคลียสจะมีจำนวนนิวคลีออน A ตัว ดังนั้นความหนาแน่นนิวคลีออนมีค่าเท่ากับ

$$\rho_n = \frac{A}{V} = \frac{3\ddot{A}}{4\pi R_o^3 A} = \frac{3}{(4\pi)(1.2\,fm)^3} = \frac{nucleon}{fm^3}$$

ค่า ρ_n สามารถนำเสนอเป็นตัวแทนของความหนาแน่นนิวคลีออนของนิวเคลียสทุกตัวได้ ลักษณะของนิวเคลียสเปรียบเหมือนถุงที่บรรจุลูกหินอยู่เต็ม

มวลของอนุภาคนิวตรอน หรือโปรตอนมีค่า 1.67×10^{-27} kg ความหนาแน่นมวลของนิวเคลียสมีค่าเท่ากับ

$$\rho = \left[0.138\frac{nucleon}{fm^3}\right]\left[1.67x10^{-27}\frac{kg}{nucleon}\right]\left[10^{15}\frac{fm}{m}\right]^3$$

จะเห็นได้ว่าค่าความหนาแน่นของนิวเคลียสมีค่าประมาณ $2x10^{14}$ เท่าของน้ำ

ตัวอย่าง 16.2

(a) ต้องใช้พลังงานเท่าไรในการแยกนิวเคลียส ^{120}Sn ออกเป็นอนุภาคองค์ประกอบ

(b) พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนของนิวเคลียสนี้มีค่าเท่าไร

วิธีทำ: (a) จากสูตร $E = \Delta mc^2$

จากตารางมวล : มวลอะตอมของ ^{120}Sn (นิวเคลียส+50อิเล็กตรอน)

= 119.902199 u

อะตอม ^{120}Sn เมื่อแตกออกจะได้ (50 ไฮโดรเจนอะตอม+50 อิเล็กตรอน) + 70 นิวตรอน

มวลของไฮโดรเจนอะตอม = 1.007825 u

มวลของอนุภาคนิวตรอน = 1.008665 u

$\therefore$ มวลรวมขององค์ประกอบ = $50 \times 1.007825u + 70 \times 1.008665u$

$= 120.99780 \quad u$

จะเห็นว่ามวลรวมจะมากกว่ามวลอะตอม ^{120}Sn (มวลแตกต่าง) เท่ากับ

$$\Delta m = 120.99780\ u - 119.902199\ u$$

$$= 1.095601\ u \approx 1.096\ u$$

สังเกตุว่ามวลของ อิเล็คตรอน 50 ตัวจะตัดกันเมื่อหามวลแตกต่างกัน ทำให้ค่า Δm เป็นมวลแตกต่างนิวเคลียสที่แท้จริง

$$E = \Delta mc^2 = (1.096\ u)(932\ MeV/u)$$

$$= 1021\ MeV$$

$E = \Delta mc^2$.

(b) ค่าพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวเคลียส

$$En = \frac{E}{A} = \frac{1021 MeV}{120} = 8.51\ MeV/nucleon$$

โปรดสังเกตุว่า En ในกราฟพลังงานยึดเหนี่ยวใน รูป 1-5

16.3 การสลายตัวของสารกัมมันตรังสี

นิวเคลียสส่วนใหญ่ที่ถูกค้นพบเป็นนิวเคลียสของสารกัมมันตรังสี นิวเคลียสเหล่านี้จะแตกตัวโดยปลดปล่อยอนุภาคออกมา แล้วแปลงตัวเองเป็นนิวเคลียสตัวใหม่

กฎเกณฑ์ที่ควบคุมพฤติกรรมความเป็นอยู่ของนิวเคลียส จะเป็นลักษณะเชิงสถิติทั้งสิ้น การแตกตัวของนิวเคลียสกัมมันตรังสีเป็นหลักฐานของพฤติกรรมเชิงสถิติดังกล่าว พิจารณาตัวอย่างสารกัมมันตภาพรังสียูเรเนียมขนาด 1 mg ประกอบด้วยจำนวน ^{238}U ที่มีอายุยืนยาวจำนวน 2.5×10^{18} อะตอม จำนวนนิวเคลียสของธาตุยูเรเนียมนี้จะสลายตัวให้อนุภาคแอลฟา แล้วแปลงตัวเองเป็นนิวเคลียสของธาตุ ^{234}Th ในจำนวนนิวเคลียสทั้งหมด 2.5×10^{18} ตัวนี้ จะมี 12 ตัวในหนึ่งล้านตัวที่จะสลายตัวให้อนุภาคของแอลฟา เราไม่มีทางจะทำนายได้เลยว่านิวเคลียสตัวใดจะสลายตัว นิวเคลียสทุกตัวมีโอกาสในการสลายตัวเท่า ๆ กันคือ $12/(2.5 \times 10^{18})$ หรือความถี่ 1 ครั้ง ใน 2×10^{17} ครั้งต่อวินาที

เราสามารถแสดงธรรมชาติทางสถิติของการสลายตัวในรูปสมการทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มจากสารกัมมันตรังสีตัวอย่างจำนวน N นิวเคลียส อัตราสลายตัว (-dN/dt) จะขึ้นตรงกับจำนวนนิวเคลียสเริ่มต้น N กล่าวคือ

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \qquad (16\text{-}2)$$

เรียก λ ปีนค่าคงที่การสลายตัว (disintegration constant) เป็นค่าเฉพาะตัวของนิวเคลียสกัมมันตรังสี ถ้าเราอินติเกรตสมการ (16-2) จะได้

$$N = N_o e^{-\lambda t} \qquad (16\text{-}3)$$

โดย No เป็นจำนวนนิวเคลียสที่เวลา t = o และ N เป็นจำนวนนิวเคลียสที่เหลืออยู่เมื่อเวลาผ่านไป t อัตราการสลายตัว $R = -\frac{dN}{dt}$ หาได้จากอนุพันธ์ของสมการ (16-3)

$$R = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_o e^{-\lambda t}$$

หรือ

$$R = R_o e^{-\lambda t} \qquad (16\text{-}4)$$

โดย R_o เป็นอัตราการสลายตัวที่เวลา t = o และ R เป็นอัตราการสลายตัวที่เวลาผ่านไป t อัตราการสลายตัวนิยมเรียกกัมมันตภาพ (activity) ของสารกัมมันตรังสี มีหน่วยเป็นจำนวนตัวที่สลายต่อวินาที มีหน่วยที่นิยมใช้กันอีกหน่วยหนึ่งคือ คูรี (curie) โดย 1 curie เท่ากับอัตราการสลายตัว 3.70×10^{10} ตัวต่อวินาที

ปริมาณสำคัญของการสลายตัวของสารกัมมันตรังสีคือ เวลาครึ่งชีวิต (half-life, τ) ถูกนิยามขึ้นเพื่อกำหนดปริมาณเวลาที่สารกัมมันตรังสีสลายตัวไปครึ่งหนึ่งเมื่อเทียบกับจำนวนเริ่มต้น

เมื่อ $R = \frac{1}{2}R_o$ เวลา $t = \tau$

$$\frac{1}{2} R_o = R_o e^{-\lambda \tau}$$

จะได้ $$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda} \qquad (16\text{-}5)$$

เป็นความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเวลาครึ่งชีวิตกับค่าคงที่ของการสลายตัว

ตัวอย่าง 16-3

สารกัมมันตรังสีตัวอย่าง ^{128}I ใช้ประโยชน์ด้านการแพทย์ เป็นตัวตรวจวัดอัตราการดูดกลืนไอโอดีนของต่อมไทรอยด์ จากการทดลองได้ข้อมูลอัตราการสลายตัวของ ^{128}I ดังตาราง

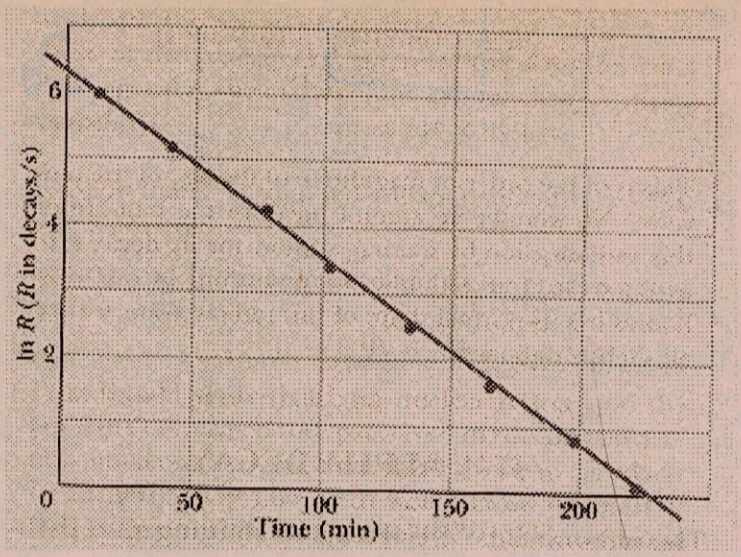
เวลา (นาที)	R (ตัว/วินาที)	เวลา (นาที)	R (ตัว/วินาที)
4	392.2	132	10.9
36	161.4	164	4.56
68	65.5	196	1.86
100	26.8	218	1.00

จงคำนวณหาค่าคงที่การสลายตัว และเวลาครึ่งชีวิตของสารรังสีนี้

วิธีทำ จากสมการ (16-4) ถ้าเราใส่ ln ทั้งสองข้าง

$$\ln R = \ln R_o e^{-\lambda t}$$

ถ้าเขียนความสัมพันธ์ ln R กับเวลา t จะได้กราฟเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ λ ดังแสดงในรูป 16-7



รูป 16-7 กราฟการสลายตัวของ ^{128}I ในลักษณะ semi-log

จากกราฟจะได้ $-\lambda = -\frac{6.2 - 0}{225 - 0}$

หรือ $\lambda = 0.0275 \text{ นาที}^{-1}$

จากสูตร $\tau = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0.0275} = 25 \text{ นาที}$

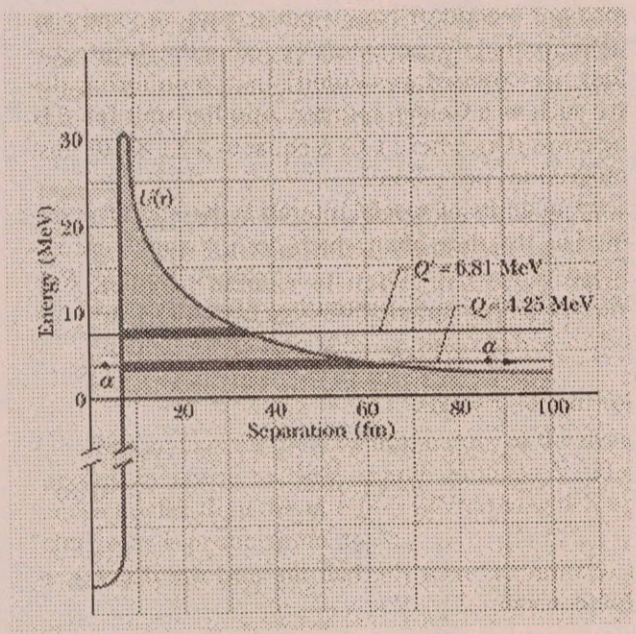
1-4 การสลายตัวให้อนุภาคแอลฟา

นิวเคลียสกัมมันตรังสี ^{238}U จะสลายตัวโดยปลดปล่อยอนุภาคแอลฟา ตามสมการ

$$^{238}U \rightarrow {}^{234}Th + {}^{4}He \qquad Q = 4.25 \text{ MeV} \qquad (1\text{-}6)$$

เวลาครึ่งชีวิตในการสลายตัวเท่ากับ 4.47 x 10^9 ปี Q เป็นค่าพลังงานปลดปล่อยในการสลายตัว จะเห็นได้ว่าการสลายตัวเป็นชนิดให้พลังงานออกมาและสลายตัวเอง (spontaneous) มีคำถามว่าทำไม ^{238}U ต้องรอเสียเนิ่นนานกว่าจะสลายตัว ไม่เหมือนกับปฏิกริยานิวเคลียร์ชนิดให้พลังงานอื่น ๆ คำตอบอยู่ที่การศึกษากลไกของการสลายตัวให้อนุภาคแอลฟา

ขอยกตัวอย่างต้นแบบที่อนุภาคแอลฟาเป็นองค์ประกอบภายในนิวเคลียสก่อนจะหลุดออกจากอิทธิพลของนิวเคลียส รูป 1-8 แสดงค่าพลังงานศักย์ U(r) ของอนุภาคแอลฟาและนิวเคลียสหลังปฏิกริยา ^{234}Th เป็นฟังก์ชั่นกับระยะห่าง r



รูป 1-8 ฟังก์ชั่นพลังงานศักย์สำหรับการปลดปล่อยอนุภาคแอลฟาของนิวเคลียส ^{238}U

รูปแบบฟังก์ชั่นพลังงานศักย์มาจากผลรวมของศักย์ที่มาจากแรงนิวเคลียร์ (แรงดูด) ภายในนิวเคลียส และแรงคูลอมบ์ (แรงผลัก) ที่กระทำต่ออนุภาคทั้งสองภายหลังการสลายตัว

ค่าพลังงาน Q = 4.25 MeV เมื่อเทียบกับค่าพลังงานศักย์ U(r) มีค่าต่ำกว่ามาก ทำให้ค่า U(r) เปรียบเสมือนสิ่งกีดขวางที่ห้ามมิให้อนุภาคแอลฟาหลุดออกจากนิวเคลียส เราเห็นเหตุผลแล้วว่าทำไมอนุภาคแอลฟาจึงไม่ถูกปลดปล่อยออกจากนิวเคลียสโดยทันที และดูเหมือนว่าอนุภาคแอลฟาจะถูกกักขังอยู่ในนิวเคลียสตลอดไป อย่างไรก็ตามอนุภาคแอลฟาสามารถหนีหลุดจากสิ่งกีดขวางนี้ได้ในลักษณะเชิงกลศาสตร์ควอนตัมที่เรียกว่า barrier tunneling มีลักษณะคล้ายกับน้ำซึมรั่วจากกำแพงเขื่อนนั่นเอง

ด้วยเหตุที่เวลาครึ่งชีวิตของ ^{238}U มีค่าสูงมาก กำแพงกีดขวางคงมีรูรั่วไม่มาก อนุภาคแอลฟาวิ่งเข้าชนกำแพงด้านในประมาณ 10^{38} ครั้ง จึงจะมีโอกาสหลุดรอดออกไปได้ นั่นคืออนุภาคแอลฟาวิ่งจากขอบหนึ่งของนิวเคลียสไปยังอีกขอบหนึ่งด้วยความถี่ 10^{21} ครั้งต่อวินาที ต้องใช้เวลานานถึง 4×10^9 ปี จึงจะมีโอกาสหลุดออกไปได้

ในทางตรงกันข้าม ^{228}U มีพลังงานศักย์ U(r) เหมือนกับของ ^{238}U ปลดปล่อยอนุภาคแอลฟาด้วยค่า Q = 6.81 MeV สูงกว่าของ ^{238}U ประมาณ 60% ในทางทฤษฎีถ้าพลังงานของอนุภาคแอลฟาสูงมากขึ้น โอกาสการทะลุผ่านจะมีมากขึ้น ดังนั้นนิวเคลียสของ ^{228}U จะสลายตัวให้อนุภาคแอลฟาเร็วกว่า ในทางปฏิบัติเวลาครึ่งชีวิตของการสลายตัวของ ^{228}U สั้นเพียง 9.1 นาที

ตัวอย่าง 1-4

ถ้ามวลอะตอมในปฏิกิริยาการสลายตัวของ ^{238}U มีดังต่อไปนี้

^{238}U	238.05079 u	^{4}He	4.00260 u
^{234}Th	234.04363 u	^{1}H	1.00783 u
^{237}Pa	237.05121 u		

(a) จงคำนวณหาพลังงานปลดปล่อยจากปฏิกิริยาการสลายตัว

$$^{238}U \rightarrow {}^{234}Th + {}^{4}He$$

(b) จงแสดงว่า ^{238}U ไม่สามารถสลายตัวด้วยตัวเองให้อนุภาคโปรตอน

วิธีทำ

(a) มวลอะตอมรวมหลังปฏิกริยา

$^{234}Th + ^{4}He$ (234.04363u + 4.00260u)

น้อยกว่ามวลอะตอม ^{238}U (238.05079u)

อยู่เท่ากับ $\Delta m = 0.00456$ u

$Q = \Delta mc^2 = (0.00450u)(932\ MeV/u)$

$= 4.25$ MeV

พลังงาน 4.25 MeV อยู่ในรูปพลังงานจลน์ของอนุภาคแอลฟา และ ^{234}Th หลังปฏิกิริยา

(b) ปฏิกิริยาการสลายตัวของ ^{238}U ให้อนุภาคโปรตอนเป็นไปไม่ได้เพราะมวลรวม ($^{237}Pa + ^{1}H$) มากกว่าของ ^{238}U

$$^{238}U \rightarrow ^{237}Pa + ^{1}H$$

238.05079u 237.0521u + 1.00780u

= 238.05904u

ดังนั้น ^{238}U จะไม่สลายตัวให้อนุภาคโปรตรอน

1-5 การสลายตัวให้อนุภาคเบต้า

นิวเคลียสที่สลายตัวโดยการปลดปล่อยอนุภาคอิเล็กตรอน หรืออนุภาคโพซิตรอน (อนุภาคประจุไฟฟ้าบวก มีมวลเท่ากับอนุภาคอิเล็กตรอน) เป็นขบวนการการสลายตัวให้อนุภาคเบตา (beta decay) มีลักษณะคล้ายกับการสลายตัวให้อนุภาคแอลฟาคือ สลายตัวเอง (spontaneous) มีพลังงานปลดปล่อยและเวลาครึ่งชีวิต ที่สำคัญเป็นขบวนการที่มีพฤติกรรมทางสถิติโดยสมบูรณ์ ตัวอย่างสมการการสลายตัว

$$^{32}P \rightarrow ^{32}S + e^{-} + \nu \qquad (\tau = 14.3 \text{ วัน}) \qquad (1\text{-}7)$$

และ $$^{64}Cu \rightarrow ^{64}Ni + e^{+} + \nu \qquad (\tau = 12.7 \text{ ชั่วโมง}) \qquad (1\text{-}8)$$

สัญญลักษณ์ ν เป็นอนุภาคนิวตริโน (nutrino) เป็นอนุภาคไม่มีมวล เป็นกลางทางไฟฟ้า จะถูกปลดปล่อยออกมาพร้อมกับอนุภาคเบต้าในขบวนการสลายตัว อนุภาคนิวตริโนทำปฏิกริยาอย่างอ่อนกับสสารอื่น ทำให้การตรวจจับอนุภาคนิวตริโนทำให้ยากมาก

ดูเหมือนจะเป็นเรื่องน่าประหลาดที่นิวเคลียสสามารถปลดปล่อยอนุภาคอิเล็กตรอน และอนุภาคนิวตริโนได้ ทั้งๆ ที่นิวเคลียสไม่มีองค์ประกอบเป็นอนุภาคเหล่านี้อยู่เลย (ไม่ใช่นิวคลีออน) นิวเคลียสประกอบด้วยอนุภาคโปรตอนและนิวตรอนเท่านั้น อย่างไรก็ตามเราทราบดีว่าอะตอมปลดปล่อยอนุภาคโฟตอนได้ เราคงไม่สรุปว่าอะตอมมีองค์ประกอบเป็นอนุภาคโฟตอน กล่าวได้ว่าอนุภาคโฟตอนถูกสร้างขึ้นในขบวนการแผ่รังสีของอะตอม

อนุภาคอิเล็กตรอน อนุภาคโพซิตรอน และอนุภาคนิวตริโน ถูกปลดปล่อยออกมาในขบวนการสลายตัวเช่นกัน อนุภาคเหล่านี้ถูกสร้างขึ้นในขบวนการปลดปล่อยอนุภาคนิวตรอนแปลงตัวเองเป็นอนุภาคโปรตอนตามสมการ

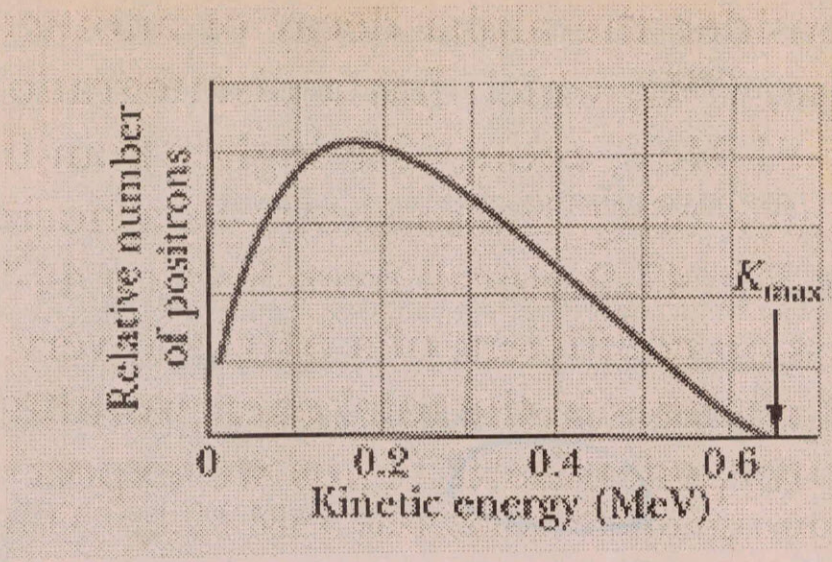
$$n \longrightarrow p + e^- + \nu \qquad (1\text{-}9)$$

หรือในทางตรงข้ามอนุภาคโปรตอนสลายตัวได้เช่นกัน

$$p \longrightarrow n + e^+ + \nu \qquad (1\text{-}10)$$

จะเห็นได้ว่า อนุภาคโปรตอนและอนุภาคนิวตรอนไม่ใช่อนุภาคพื้นฐาน (fundamental particles)

ในขบวนการสลายตัวให้อนุภาคเบตา จะมีพลังงานถูกปลดปล่อยออกมา พลังงานที่ถูกปลดปล่อยจะถูกแบ่งส่วนกันระหว่างอนุภาคเบตาและอนุภาคนิวตริโน ทำให้ค่าพลังงานจลน์ของอนุภาคเบตามีได้ทุกค่า ในลักษณะ continuous energy spectrum อย่างไรก็ตามผลรวมของพลังงานจลน์ของอนุภาคเบตาและนิวตริโน จะไม่สูงกว่าค่าพลังงานปลดปล่อย Q ในกรณีที่อนุภาคเบตารับพลังงานมาทั้งหมด $K_{max} = Q$ อนุภาคนิวตริโนจะไม่มีพลังงานจลน์เลย



รูป 1-9 การกระจายค่าพลังงานจลน์ของอนุภาคโพซิตรอนในการสลายตัวของ ^{64}Cu
ค่า K_{max} = 0.653 MeV

ตัวอย่าง 1-5 จงคำนวณหาค่าพลังงานปลดปล่อย Q ของการสลายตัวให้อนุภาคเบต้าของ ^{32}P ค่ามวลอะตอมของ ^{32}P เท่ากับ 31.97391 u ของ ^{32}S เท่ากับ 31.97207u

วิธีทำ เนื่องจากการสลายตัวให้อนุภาคอิเล็กตรอน มีมวลของอิเล็กตรอนเข้ามาเกี่ยวข้อง ต้องมีความชัดเจนระหว่างมวลนิวเคลียสและมวลอะตอม

จากสมการการสลายตัว

$$^{32}_{15}P \rightarrow {}^{32}_{16}S + {}^{0}_{-1}e + \nu$$

มวลอะตอม $(31.97391u) \rightarrow (31.97207u + m_e + o)$

ความแตกต่างมวลนิวเคลียส Δm = มวลนิวเคลียส ^{32}P - (มวลนิวเคลียส ^{32}S $+m_e$

Δm = (มวลนิวเคลียส ^{32}P $+15m_e$) - (มวลนิวเคลียส ^{32}S $+16m_e$)

=(มวลอะตอม ^{32}P) - (มวลอะตอม ^{32}S)

=(31.97391u - 31.97207u)

= 0.00184 u

$Q = \Delta mc^2$ = (0.00184 u) (932 MeV/u) = 1.71 MeV

ในการทดลองพิสูจน์ได้ว่าค่าพลังงานจลน์สูงสุดของอิเล็กตรอน Kmax มีค่า = 1.71 MeV อิเล็กตรอนที่ถูกปลดปล่อยจะมีค่าพลังงานจลน์น้อยกว่านี้ พลังงานส่วนที่เหลือจะแบ่งสรรให้กับอนุภาคนิวตริโน

1-6 การคำนวณอายุวัตถุโบราณโดยใช้สารกัมมันตรังสี

ถ้าเราทราบเวลาครึ่งชีวิตของสารกัมมันตรังสี เราสามารถใช้ประโยชน์การสลายตัวของสารรังสีในลักษณะนาฬิกาจับเวลาได้ การสลายตัวของสารรังสีอายุยืนทั้งหลาย ใช้เป็นตัวทำนายอายุของหินนับตั้งแต่จุดกำเนิดได้ ตัวอย่างหินที่ได้จากดวงจันทร์ ใช้วิธีการสลายตัวของสารรังสีคำนวณอายุได้ประมาณ 4.5×10^9 ปี

สารกัมมันตรังสี ^{40}K สลายตัวให้ไอโซโทปเสถียร ^{40}Ar ในกลุ่มก๊าซเฉื่อย เวลาครึ่งชีวิต 1.25×10^9 ปี โดยการวัดอัตราส่วนมวลของ ^{40}K และ ^{40}Ar ในหิน เราสามารถคำนวณหาอายุของหินได้ ตัวอย่างสารรังสีอื่น เช่น ^{235}U สลายตัวให้ ^{207}Pb สารตะกั่วที่มีเสถียรภาพ (ผ่านขั้นตอนการสลายตัวหลายขั้นตอน) สามารถนำมาใช้คำนวณอายุหินต่าง.ๆ บนผิวโลกได้เช่นกัน

กรณีช่วงอายุที่สั้นลงมาในช่วงประวัติศาสตร์ การคำนวณหาอายุทำได้โดยการใช้สารกัมมันตรังสีคาร์บอนคำนวณอายุ (Radiocarbon dating) สารรังสี ^{14}C (τ = 5730 ปี) ถูกสร้างขึ้นในอัตราคงที่ในชั้นบรรยากาศเบื้องบน โดยการระดมยิงของอนุภาคในกลุ่มรังสีคอสมิก สารรังสี ^{14}C นี้ผสมผสานกับ ^{12}C ในรูปของ CO_2 ในอากาศ โดยมีอัตราส่วนประมาณ 1 อะตอมของ ^{14}C ใน 10^{13} อะตอมของ ^{12}C คาร์บอนในรูปของก๊าซ CO_2 จะแลกเปลี่ยนคาร์บอนในสิ่งมีชีวิตต่าง ๆ บนโลก รวมถึงต้นไม้ สัตว์ และมนุษย์ โดยขบวนการสันดาปคาร์บอนของสิ่งมีชีวิต ดังนั้นในสิ่งมีชีวิตทุกชนิดบนโลกจะมี ^{14}C ในสัดส่วนหนึ่งตลอดเวลา

การแลกเปลี่ยนคาร์บอนนี้จะมีอยู่จนกระทั่งสิ่งมีชีวิตตายลง เมื่อสิ่งมีชีวิตตายลงจำนวน ^{14}C จะถูกกักขังอยู่ในสิ่งมีชีวิตเพราะไม่สามารถขับถ่ายออกมาได้เหมือนก่อน จะลดจำนวนลงโดยการสลายตัวได้เพียงอย่างเดียวเท่านั้น ด้วยเวลาครึ่งชีวิต 5730 ปี การวัดปริมาณ ^{14}C เหลืออยู่ในสิ่งมีชีวิตที่ตายแล้ว จะสามารถคำนวณอายุเฉลี่ยของสิ่งมีชีวิตนั้นตั้งแต่ตายจนถึงปัจจุบัน ถ่านไฟจากกองไฟในยุคก่อนประวัติศาสตร์ สิ่งมีชีวิตในทะเลก่อนประวัติศาสตร์ถูกคำนวณอายุได้ด้วยวิธีนี้

ตัวอย่าง 1-6

จากการวิเคราะห์อะตอมของธาตุโปตัสเซี่ยมและอาร์กอนในก้อนหินดวงจันทร์ โดยใช้ mass spectrometer แสดงให้เห็นว่าเป็นอัตราส่วนของจำนวน ^{40}Ar (เสถียร) ที่มีอยู่ในหินต่อจำนวน ^{40}K (กัมมันตรังสี) มีค่า 10.3 ตามสมมุติฐานที่ว่าอะตอมของ ^{40}Ar ถูกสร้างขึ้นโดยการสลายตัวของ ^{40}K ที่มีเวลาครึ่งชีวิต 1.25×10^9 ปี ถามว่าหินมีอายุเท่าใด

วิธีทำ : ถ้า N_o เป็นจำนวน ^{40}K ตั้งแต่ก้อนหินถูกสร้างขึ้นเป็นครั้งแรก จำนวน ^{40}K ที่เหลืออยู่ในเวลาที่ทำการวิเคราะห์ จะเป็นไปตามสมการ $N_K = N_o e^{-\lambda t}$ โดยเวลา t เป็นเวลาหรืออายุของหิน เมื่อ ^{40}K สลายตัวให้ ^{40}Ar จำนวนตัวของอาร์กอนจะมีอยู่เท่ากับ

$$N_{Ar} = N_o - N_K$$

เราไม่สามารถหาค่า N_o ได้ ต้องใช้วิธีกำจัดออกจากสมการ

จะได้ $$N_K = (N_{Ar} + N_K) e^{-\lambda t}$$

$$\frac{N_{Ar} + N_K}{N_K} = e^{+\lambda t}$$

$$\ln \left[1 + \frac{N_{Ar}}{N_K} \right] = \lambda t$$

แทนค่า $$\lambda = \frac{\ln 2}{\tau} \quad ;$$

$$\therefore \ln \left[1 + \frac{N_{Ar}}{N_K} \right] = \frac{\ln 2}{\tau} \, t$$

เวลา $$t = \frac{\tau \ln \left[1 + \frac{N_{Ar}}{N_K} \right]}{\ln 2}$$

แทนค่า อัตราส่วน $N_{Ar} : N_K$ = 10.3 และ $\tau = 1.25 \times 10^9$ ปี

$$t = \frac{\left[1.25 \times 10^{9}\right] \ln (1 + 10.3)}{\ln 2}$$

$$= 4.37 \times 10^{9} \text{ ปี}$$

อายุของหินดวงจันทร์นี้สามารถใช้ทำนายอายุของระบบสุริยจักรวาลได้.

1-7 การวัดปริมาณรังสี

ผลของรังสีที่ตกกระทบสิ่งมีชีวิต เป็นหัวข้อสำคัญของการใช้ประโยชน์สารรังสี รังสีแกมมา อนุภาคนิวตรอน และอนุภาคอัลฟา ล้วนเป็นรังสีที่ทำให้เกิดการแตกตัว (ionization) ในเซลของสิ่งมีชีวิตทั้งสิ้น รังสีเหล่านี้มาจากรังสีคอสมิกและสารรังสีที่พบบนผิวโลกของเรา รวมถึงการฉายรังสีในวงการแพทย์โดยใช้รังสีแกมมา และรังสีเอ็กซ์ การใช้รังสีเป็นตัวตรวจจับ (tracer) ทั้งในวงการแพทย์และอุตสาหกรรม

การวัดปริมาณรังสีชนิด ionizing radiation นิยมใช้กันเป็น 4 ระบบหน่วยดังต่อไปนี้ :

1. **หน่วยคูรี** (curie) หน่วยคูรีเป็นหน่วยวัดกัมมันตภาพของสารรังสี

   1 Ci = 3.7×10^{10} ตัว / วินาที

   หน่วยคูรีใช้บอกปริมาณกัมมันตภาพ บอกความแรงของสารรังสี ไม่บอกธรรมชาติของการสลายตัว

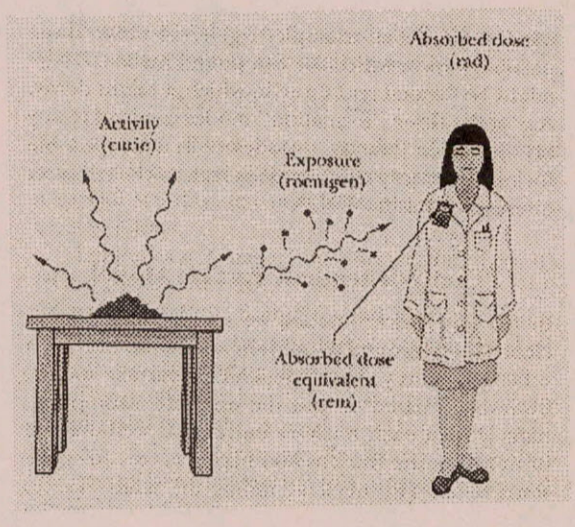
2. **หน่วย** Roentgen (R) หน่วย roentgen เป็นหน่วยวัดการตกกระทบ (exposure) บอกถึงความสามารถของสารรังสีที่เมื่อตกกระทบแล้วถ่ายทอดพลังงานได้มากน้อยแค่ไหน ปริมาณ 1 R นิยามว่าเป็นความสามารถในการถ่ายทอดพลังงานขนาด 8.78 mJ ให้กับอากาศแห้งมวล 1 kg ที่ความดันปกติ

3. **หน่วย** rad คำว่า rad เป็นตัวย่อของ " radiation absorbed dose " เป็นหน่วยวัดพลังงานที่ถูกดูดกลืนโดยวัตถุ วัตถุอาจเป็นตัวคนทั้งตัว หรือบางอวัยวะ ถ้าวัตถุได้รับปริมาณรังสี 1 Rad หมายถึงพลังงานที่ถูกถ่ายทอดแล้วดูดกลืนโดยก้อนวัตถุมีปริมาณ 10 mJ/kg ตัวอย่างเช่น รังสีแกมมาเมื่อฉายเข้ากระทบตัวคนทั้งตัวในปริมาณ 300 rad จะทำให้คนตาย 50% จาก

จำนวนทั้งหมดที่ถูกรังสี รังสีที่ตกกระทบมนุษย์บนโลกในรูป ปริมาณรังสีดูดกลืน มีปริมาณ 0.2 Rad ต่อปี นับว่ายังอยู่ในช่วงที่ปลอดภัย

4. **หน่วย rem** คำว่า rem ย่อมาจาก "roentgen equivalent in man" เป็นหน่วยวัดปริมาณรังสีดูดกลืนเปรียบเทียบ ความเป็นจริงที่ว่ารังสีต่างชนิด เช่น แกมมา หรือนิวตรอนถึงแม้จะมีพลังงานถ่ายทอดให้กับก้อนวัตถุเท่ากัน แต่ผลกระทบทางชีววิทยาจะไม่เหมือนกัน ค่าปริมาณ รังสีดูดกลืนเปรียบเทียบ ได้มาจากผลคูณของ ปริมาณรังสีดูดกลืน (rad) กับค่าคงที่ Relative Biological Effectiveness (RBE) สำหรับรังสีเอ็กซ์และอิเล็กตรอน ค่า RBE ประมาณเท่ากับ 1 สำหรับนิวตรอนความเร็วต่ำ RBE ≈ 5 เป็นต้น เครื่องตรวจวัดปริมาณรังสีประจำตัว จะวัดปริมาณรังสีในหน่วย rem

รูป 1-10 เป็นแผนภาพแสดงคำอธิบายเชิงภาพประกอบถึงความแตกต่างของหน่วย curie หน่วย R หน่วย rad และ หน่วย rem



รูป 1-10 ความแตกต่างหน่วยวัดปริมาณรังสี

<u>ตัวอย่าง1-7</u>

เป็นทราบกันดีว่ารังสีแกมม่าปริมาณ 300 rad มีอันตรายต่อชีวิต ถ้าปริมาณพลังงานเปรียบเทียบนี้ถูกดูดกลืนในลักษณะของความร้อน อุณหภูมิของร่างกายจะสูงขึ้นเท่าใด ?

วิธีทำ : พลังงานดูดกลืนปริมาณ 300 rad เทียบกับ พลังงานดูดกลืนต่อหน่วยมวล เท่ากับ

$$(300\ \text{rad})\left[\frac{10\times10^{-3}\ J/kg}{1\,rad}\right] = 3\ J/kg$$

สมมุติว่าความถ่วงจำเพาะ c ของร่างกายเท่ากับของน้ำคือ 4180 J/kg. -K อุณหภูมิของร่างกายจะสูงขึ้น

$$\Delta T = \frac{Q/m}{c} = \frac{3\ J/kg}{4180\ J/kg.\,^{o}K} = 7.2\times10^{-4}\ ^{o}K$$

สังเกตุว่าการเพิ่มอุณหภูมิร่างกายมีค่าน้อยมาก แต่ส่วนอันตรายไม่อยู่ที่การเพิ่มอุณหภูมิ อันตรายอยู่ที่ผลของการแตกตัวของโมเลกุลทำให้การทำงานปกติของเซลเสียไป

บทที่ 17 พลังงานจากนิวเคลียส

เค้าโครงเรื่อง :

17.1 อะตอมและนิวเคลียส

17.2 ปฏิกริยาการแตกตัว Nuclear Fission

17.3 แบบจำลองปฏิกริยาการแตกตัว

17.4 เครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู

17.5 ปฏิกริยาการหลอมตัว Nuclear Fusion

17.6 ปฏิกริยาการหลอมตัวในดวงดาวและดวงอาทิตย์

17.7 ปฏิกริยาการหลอมตัวที่บังคับได้

17.8 The Tokamak

17.9 Laser Fusion

17.1 อะตอมและนิวเคลียส

เมื่อเราใช้พลังงานจากถ่านหินโดยการเผาในเตาเผา เรากำลังพูดถึงปฏิกริยาการสันดาประหว่างอะตอมของคาร์บอนกับอ๊อกซิเจน ผ่านขบวนการจัดเปลี่ยนความเป็นอยู่ของอิเล็กตรอนวงนอกสุดให้มีเสถียรภาพของโมเลกุลมากขึ้น แต่เมื่อเราใช้พลังงานจากธาตุยูเรเนียมโดยการเผาในเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู เรากำลังพูดถึงการปรับเปลี่ยนนิวคลีออนในนิวเคลียสให้มีเสถียรภาพมากขึ้น

อนุภาคอิเล็กตรอนถูกจับยึดอยู่ในอะตอม โดยแรงแม่เหล็กไฟฟ้าคูลอมบ์ พลังงานเพียงไม่กี่อิเล็กตรอนไวลต์ใช้ดึงอิเล็กตรอนออกจากอะตอม ในทางตรงกันข้ามนิวคลีออนถูกจับยึดอยู่ในนิวเคลียสโดยแรงนิวเคลียร์ ต้องใช้พลังงานขนาดล้านอิเล็กตรอนไวลต์จึงจะดึงนิวคลีออน ออกจากนิวเคลียสได้ จะเห็นได้ว่าความแตกต่างของพลังงานอะตอมและพลังงานนิวเคลียสนั้นมีมากน้อยเพียงใด เปรียบเทียบให้เห็นว่าเราสามารถสกัดพลังงานจากหนึ่งกิโลกรัมของยูเรเนียมได้มากกว่าหนึ่งกิโลกรัมของถ่านหินเป็นล้านเท่าทีเดียว

การปลดปล่อยพลังงานจากนิวเคลียสและจากอะตอม ขึ้นอยู่กับกฎเกณฑ์เดียวกันคือ $E = \Delta mc^2$ ความแตกต่างอยู่ที่ Δm ของมวลนิวเคลียสนั้นมากมายมหาศาล เมื่อเทียบกับของอะตอม

ตาราง 17-1 แสดงการเปรียบเทียบพลังงานที่ได้จากการสกัดสารขนาดมวล 1 kg โดยไม่กำหนดอยู่ในหน่วยพลังงาน แต่จะเปรียบเทียบเป็นช่วงเวลาการใช้พลังงานที่ปลดปล่อยออกมากับหลอดไฟขนาด 100 วัตต์

ตาราง 17-1 พลังงานปลดปล่อยโดยมวลสาร 1 kg

รูปแบบมวลสาร	ขบวนการ	เวลา
น้ำ	น้ำตกสูง 50 m	5 นาที
ถ่านหิน	เผา	8 ชั่วโมง
UO_2 (3%)	แตกตัวในเตาปฏิกรณ์	690 ปี
^{235}U	แตกตัวสมบูรณ์	$3 * 10^4$ ปี
ดิวเทอเรียม	หลอมตัวสมบูรณ์	$3 * 10^4$ ปี
matter และ antimatter	annihilation อย่างสมบูรณ์	$3 * 10^7$ ปี

17-2 ปฏิกิริยาการแตกตัว Nuclear Fission

ในปี ค.ศ. 1932 นักฟิสิกส์ชาวอังกฤษ James Chadwick ค้นพบอนุภาคนิวตรอน หลายปีต่อมา Enrico Fermi และผู้ร่วมงานในกรุงโรมค้นพบว่า ธาตุหลายชนิดเมื่อถูกระดมยิงด้วยอนุภาคจะกลายเป็นธาตุกัมมันตรังสี Fermi ทำนายว่าอนุภาคนิวตรอน ด้วยเหตุที่ไม่มีประจุไฟฟ้า ทำหน้าที่เป็นตัวยิงที่สมบูรณ์แบบ เพราะสามารถทะลุทะลวงเข้าสู่ผิวของนิวเคลียสได้โดยไม่ถูกอิทธิพลของแรงคูลอมบ์ตัวอย่างเช่น อนุภาคนิวตรอนอุณหภูมิ (thermal neutrons) มีพลังงานในระดับอุณหภูมิห้องปกติ เคลื่อนที่อย่างเชื่องช้า มีพลังงานจลน์เฉลี่ย 0.04 eV เป็นอนุภาคตัวยิงที่มีประโยชน์

ในปี ค.ศ. 1939 นักเคมีชาวเยอรมัน Otto Hahn และ Fritz Strassman โดยคำแนะนำของ Fermi ทำการระดมยิงสารละลายเกลือยูเรเนียมด้วยอนุภาคนิวตรอนอุณหภูมิ หลังการระดมยิงมีสารกัมมันตรังสีเกิดขึ้นหลายตัว มีตัวหนึ่งมีคุณสมบัติทางเคมีเหมือนกับธาตุแบเรียม จากการวิเคราะห์พบว่าธาตุที่ค้นพบนี้มิใช่ธาตุตัวใหม่แต่เป็นธาตุแบเรียม (Ba) มีคำถามว่าธาตุแบเรียมที่มีมวลขนาดกลางจะถูกสร้างขึ้นจากการระดมยิงธาตุหนักอย่างยูเรเนียม (Z = 92) ด้วยอนุภาคนิวตรอนพลังงานต่ำได้อย่างไร

Lise Meitner และ Otto Frisch แสดงให้เห็นว่านิวเคลียสยูเรเนียมจับนิวตรอนอุณหภูมิแล้วแตกตัวออกเป็นสองส่วน ส่วนหนึ่งเป็นธาตุแบเรียม การแตกตัวออกเป็นสองส่วนของธาตุหนักจะปลดปล่อยพลังงาน

การแตกตัวของ ^{235}U หลังการดูดกลืนอนุภาคนิวตรอน เริ่มจากการสร้างนิวเคลียสประกอบ (compound nucleus) $^{236}U^*$ ที่มีพลังงานกระตุ้นค่อนข้างสูง หลังจากนั้นนิวเคลียสประกอบนี้จะแตกตัวออกเป็นสองส่วน พร้อมกับปลดปล่อยอนุภาคนิวตรอนออกมา สมการการแตกตัวของ ^{235}U เขียนได้ดังนี้

$$^{235}U + n \rightarrow {}^{236}U^* \rightarrow {}^{140}Xe + {}^{94}Sr + 2n \qquad (17 - 1)$$

ส่วนแตกตัวสองส่วน ^{140}Xe และ ^{94}Sr ไม่มีเสถียรภาพ จะสลายตัวให้อนุภาคอิเล็กตรอน และปรับเข้าสู่นิวเคลียสที่มีเสถียรภาพ

$$^{140}Xe \rightarrow {}^{140}Cs \rightarrow {}^{140}Ba \rightarrow {}^{140}La \rightarrow {}^{140}Ce \qquad (17 - 2)$$

τ	14 s.	64 s.	13 d.	40 h.	เสถียร
z	54	55	56	57	58

และ

$$^{94}Sr \rightarrow {}^{94}Y \rightarrow {}^{94}Zr \qquad (2 - 3)$$

τ	75 s.	19 min.	เสถียร
Z	38	39	40

ตัวอย่าง 17-1 จงคำนวณหาค่าพลังงานปลดปล่อย Q สำหรับปฏิกิริยาการแตกตัวของ ^{235}U ออกเป็น ^{140}Ce และ ^{94}Zr และอนุภาคนิวตรอน

วิธีทำ : คำนวณค่า Q จากสูตร $E = \Delta mc^2$

มวลอะตอมและมวลของอนุภาคที่ต้องใช้ มีดังต่อไปนี้

^{235}U	235.0439 u	^{140}Ce	139.9054 u
n	1.00869 u	^{94}Zr	93.9063 u

สมการการแตกตัวของ ^{235}U เข้าสู่ส่วนแตกตัวที่เสถียร

$$^{235}U + n \quad {}^{140}Ce \quad {}^{94}Zr \quad 2n$$

มวลแตกต่าง $m = (235.0439\ u) - (139.9054\ u + 93.9063\ u + 1.00867\ u)$

$= 0.224\ u$

เปลี่ยนเป็นพลังงาน

$$Q = \Delta mc^2 = (0.224\ u)(932\ MeV\ u)$$

$$= 209\ MeV$$

$$^{140}Xe \rightarrow {}^{140}Cs \rightarrow {}^{140}Ba \rightarrow {}^{140}La \rightarrow {}^{140}Ce \qquad (17 - 2)$$

τ	14 s.	64 s.	13 d.	40 h.	เสถียร
z	54	55	56	57	58

และ

$$^{94}Sr \rightarrow {}^{94}Y \rightarrow {}^{94}Zr \qquad (2 - 3)$$

τ	75 s.	19 min.	เสถียร
Z	38	39	40

<u>ตัวอย่าง 17-1</u> จงคำนวณหาค่าพลังงานปลดปล่อย Q สำหรับปฏิกิริยาการแตกตัวของ ^{235}U ออกเป็น ^{140}Ce และ ^{94}Zr และอนุภาคนิวตรอน

<u>วิธีทำ</u> : คำนวณค่า Q จากสูตร $E = \Delta mc^2$

มวลอะตอมและมวลของอนุภาคที่ต้องใช้ มีดังต่อไปนี้

^{235}U	235.0439 u	^{140}Ce	139.9054 u
n	1.00869 u	^{94}Zr	93.9063 u

สมการการแตกตัวของ ^{235}U เข้าสู่ส่วนแตกตัวที่เสถียร

$$^{235}U + n \rightarrow {}^{140}Ce + {}^{94}Zr + 2n$$

มวลแตกต่าง $\Delta m = (235.0439\ u) - (139.9054\ u + 93.9063\ u + 1.00867\ u)$

$= 0.224\ u$

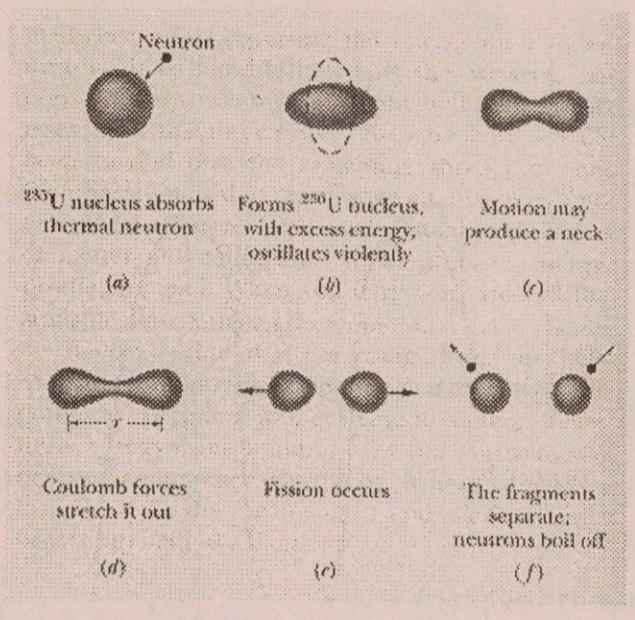
เปลี่ยนเป็นพลังงาน

$$Q = \Delta mc^2 = (0.224\ u)\ (932\ MeV/u)$$

$$= 209\ MeV$$

17.3 แบบจำลองปฏิกิริยาการแตกตัว

หลังจากการค้นพบปฏิกริยาการแตกตัวจากการทดลอง Niels Bohr และ John Wheeler พยายามสร้างแบบจำลอง โดยยึดหลักให้นิวเคลียสมีลักษณะเหมือนกับหยดน้ำที่มีประจุไฟฟ้า รูป 17 - 1 แสดงให้เห็นขบวนการของการแตกตัวตามแบบจำลองของ Bohr และ Wheeler

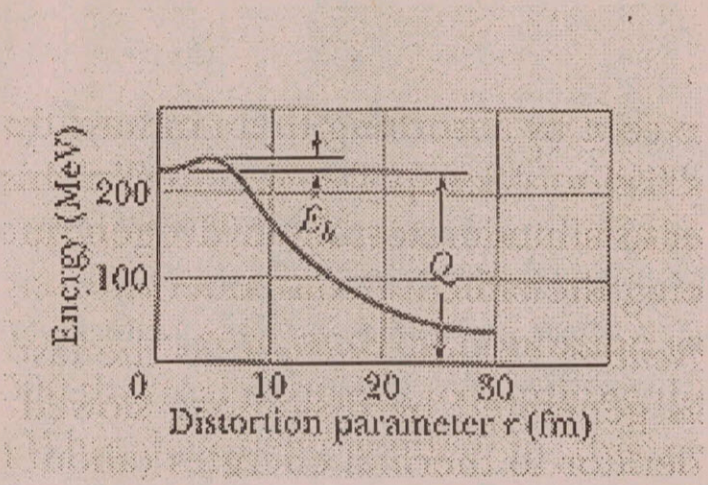


รูป 17 - 1 ขั้นตอนในขบวนการแตกตัวตามแบบจำลอง

เมื่อนิวเคลียสหนักอย่าง ^{235}U ดูดกลืนอนุภาคนิวตรอนเข้าภายในนิวเคลียส พลังงานของนิวตรอนจะเปลี่ยนรูปเป็นพลังงานกระตุ้นของนิวเคลียสประกอบ พลังงานส่วนเกินทำให้เกิดการสั่นตัวคล้ายกับการสั่นตัวของหยดน้ำ จะมีโอกาสเกิดสภาวะสองขั้วของมวลนิวเคลียส เมื่อเกิดสภาวะเช่นนี้ แรงผลักของมวลประจุบวก จะผลักให้มวลสองส่วนแยกออกจากกัน

ถึงปัจจุบันแบบจำลองของ Bohr และ Wheeler ยังอธิบายรูปแบบการแตกตัวได้ดี เพียงแต่ต้องตามคำถามบางคำถาม เช่น ทำไม ^{235}U และ ^{239}Pu แตกตัวได้ด้วยการจับนิวตรอนอุณหภูมิในขณะที่ธาตุหนักเท่าๆ กัน เช่น ^{238}U และ ^{243}Am จับนิวตรอนอุณหภูมิแล้วไม่แตกตัว

Bohr และ Wheeler สามารถตอบคำถามนี้ได้ รูป 17 - 2 แสดงเส้นกราฟพลังงานศักย์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้แบบจำลอง Liguid Drop model แกนนอนเป็น Distortion Parameter (r) เป็นระยะที่นิวเคลียสที่กำลังสั่นเปลี่ยนรูปเพี้ยนไปจากทรงกลมก่อนการแยกตัว เมื่อเกิดการแยกตัวแล้ว ระยะ r เป็นระยะที่วัดจากจุดศูนย์กลางของมวลแยกทั้งสอง



รูป 17 - 2 เส้นกราฟพลังงานศักย์ที่สภาวะต่าง ๆ ของขบวนการแตกตัว

ความแตกต่างของพลังงานก่อนแตกตัวและหลังแตกตัว คือพลังงานปลดปล่อย Q ที่ระยะ r ค่าหนึ่งเส้นกราฟตัดสูงขึ้นกว่าค่าของ Q ทำให้เกิดเป็นลักษณะเนินพลังงานศักย์ (Potential Barrier) ที่มีความสูง E_b การแตกตัวจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อมีการเจาะทะลุ (tunneling) หรือโดดข้ามเนินพลังงานศักย์นี้

การแตกตัวจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อ นิวเคลียสจับอนุภาคนิวตรอนที่มีพลังงานมากกว่า E_b เข้ามา ทำให้สามารถโดดข้ามเนินพลังงานศักย์ได้ หรือมีพลังงานในช่วงที่ทำให้เกิดการเจาะทะลุเนินพลังงานศักย์ได้

ตาราง 17-2 แสดงโอกาสการแตกตัวของนิวเคลียสหนัก 4 ตัวที่ถูกระดมยิงด้วยอนุภาคนิวตรอนอุณหภูมิ แต่ละนิวเคลียสจะมีค่าความสูงเนินพลังงานศักย์ E_b ที่คำนวณจากแบบจำลองตามทฤษฎีของ Bohr และ Wheeler และค่าพลังงานกระตุ้น E_n ที่คำนวณจากค่ามวลและ $E = \Delta mc^2$

ตาราง 17-2 โอกาสการแตกตัวของนิวเคลียส

นิวเคลียสเป้า	นิวเคลียสที่จะแตกตัว	E_n (MeV)	E_b (MeV)	$E_n - E_b$ (MeV)	แตกตัวโดยอนุภาคนิวตรอน
^{235}U	^{236}u	6.5	5.2	+ 1.3	เกิด
^{238}U	^{239}u	4.8	5.7	- 0.9	ไม่เกิด
^{239}Pu	^{240}Pu	6.4	4.8	+ 1.6	เกิด
^{243}Am	^{244}Am	5.5	5.8	- 0.3	ไม่เกิด

สำหรับนิวเคลียส ^{235}U และ ^{239}Pu จะเห็นว่า $E_n > E_b$ การแตกตัวโดยการดูดกลืนอนุภาคนิวตรอนของนิวเคลียสเหล่านี้เป็นไปได้ สำหรับนิวเคลียส ^{238}U และ ^{243}Am มีค่า $E_n < E_b$ ทำให้มีพลังงานไม่มากพอที่อนุภาคนิวตรอนจะโดดข้ามเนินพลังงานศักย์ได้ นิวเคลียสที่ถูกกระตุ้นจะปลดปล่อยสังสีแกมมาออกมา แทนที่นิวเคลียสจะแตกออกเป็นสองส่วน

อย่างไรก็ตามนิวเคลียสของ ^{238}U และ ^{243}Am สามารถทำให้แตกตัวได้ถ้าดูดกลืนนิวตรอนที่มีพลังงานสูง ตัวอย่างเช่น ^{238}U ถ้าดูดกลืนอนุภาคนิวตรอนพลังงานอย่างต่ำ 1.3 MeV จะเกิดการแตกตัว

17.4 เตาปฏิกรณ์ปรมาณู

การผลิตพลังงานจากปฏิกริยาการแตกตัวในปริมาณมาก ๆ ต้องมีการกระตุ้นให้เกิดการต่อปฏิกิริยาในรูปปฏิกิริยาลูกโซ่ (chain reaction) ปฏิกริยาที่เกิดขึ้นอาจเกิดอย่างรวดเร็ว (อย่างในระเบิดนิวเคลียร์) หรืออาจถูกควบคุม (อย่างในเตาปฏิกรณ์ปรมาณู)

ถ้าเราต้องการสร้างเตาปฏิกรณ์ปรมาณู ชนิดใช้เชื้อเพลิง ^{235}U เราต้องพิจารณาปัจจัยสำคัญต่าง ๆ เช่น ปริมาณธาตุยูเรเนียมในธรรมชาติ ในธรรมชาติธาตุยูเรเนียมประกอบด้วย ^{235}U เพียง 0.7 % และ ^{238}U จำนวน 99.3% ^{238}U นี้ไม่แตกตัวโดยการดูดกลืนอนุภาคนิวตรอน ในทางปฏิบัติเราจะเพิ่มปริมาณ ของ ^{235}U ให้ถึง 3 % ในส่วนผสม ^{238}U 97 % อย่างไรก็ตามปัญหาและอุปสรรคในการผลิตพลังงานจากปฏิกริยาการแตกตัวโดยใช้เชื้อเพลิงยูเรเนียมนี้ยังมีอีกมากมาย ปัญหาสำคัญพอสรุปได้ดังนี้ :-

1. ปัญหาการรั่วไหลของนิวตรอน

อนุภาคนิวตรอนบางส่วนที่ถูกผลิตขึ้นจากขบวนการแตกตัวจะสูญหายออกจากเตาปฏิกรณ์ปรมาณู การสูญหายขึ้นอยู่กับผิวหน้า ขนาดของการสูญเสียแปรตรงกับกำลังสองขนาดของเตาปฏิกรณ์ การผลิตนิวตรอนขึ้นอยู่กับปริมาตรของเตาปฏิกรณ์เป็นสัดส่วนกับขนาดยกกำลังสาม เราสามารถออกแบบให้แกนของเตาปฏิกรณ์ปรมาณูมีขนาดใหญ่ทำให้อัตราส่วนพื้นที่ผิวต่อปริมาตรมีค่าต่ำลง ทำให้ลดการสูญเสียอนุภาคนิวตรอน

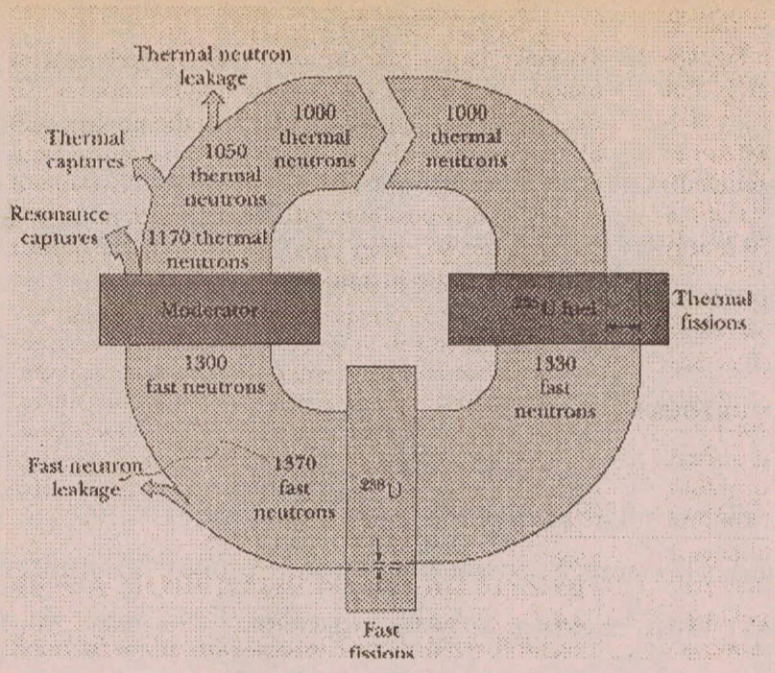
2. ปัญหาค่าพลังงานนิวตรอน

อนุภาคนิวตรอนที่ผลิตจากปฏิกิริยาการแตกตัว จะมีพลังงานจลน์สูงในย่าน 2 MeV ปฏิกริยาการแตกตัวจะเกิดขึ้นได้จากอนุภาคนิวตรอนอุณหภูมิเท่านั้น อนุภาคนิวตรอนพลังงานสูงอาจถูกชะลอให้ช้าลงได้โดยการใส่สาร moderator ลงในเชื้อเพลิงยูเรเนียม ตัวอย่างเช่น น้ำ (H_2O) มีนิวเคลียสของไฮโดรเจนมากมาย จะลดพลังงานของอนุภาคนิวตรอนได้ดี

3. ปัญหาอนุภาคนิวตรอนถูกจับตัว

ในขณะที่นิวตรอนความเร็วสูง (2 MeV) ถูกชะลอให้ช้าลงโดย moderator จนพลังงานลดลงเป็นอนุภาคนิวตรอนอุณหภูมิ (0.04 eV) ในขบวนการนี้อนุภาคนิวตรอนต้องลดพลังงานตามลำดับในย่านพลังงาน 1 - 100 ev อนุภาคนิวตรอนมีโอกาสถูกจับตัวโดย ^{238}U การจับตัวในลักษณะนี้ลดจำนวนนิวตรอนในปฏิกิริยาลูกโซ่ที่ต้องการ เพื่อแก้ปัญหานิวตรอนถูกจับตัว เชื้อเพลิงยูเรเนียมและตัว moderator จะถูกแยกออกเป็นส่วน ๆ ไม่ผสมเป็นเนื้อเดียวกัน เป็นการเพิ่มโอกาสให้อนุภาคนิวตรอนพลังงาน 2 MeV ผ่านเข้าใน moderator ลดค่าพลังงานลงและยังอยู่ใน moderator แต่เมื่อผ่านออกเข้าสู่ส่วนเชื้อเพลิง พลังงานจะอยู่ในย่านของอนุภาคนิวตรอนอุณหภูมิ โอกาสการแตกตัวจะมีมากขึ้น

รูป 17 - 3 แสดงปริมาณสัดส่วนของจำนวนนิวตรอนที่ถูกสร้างขึ้น ในเตาปฏิกรณ์ปรมาณูโดยทั่วไป ที่กำลังผลิตพลังงานอัตราคงที่ ลองพิจารณาตัวอย่างนิวตรอนอุณหภูมิ 1000 ตัว ในขบวนการทำงานครบหนึ่งรอบในแกนของเตาปฏิกรณ์ปรมาณู

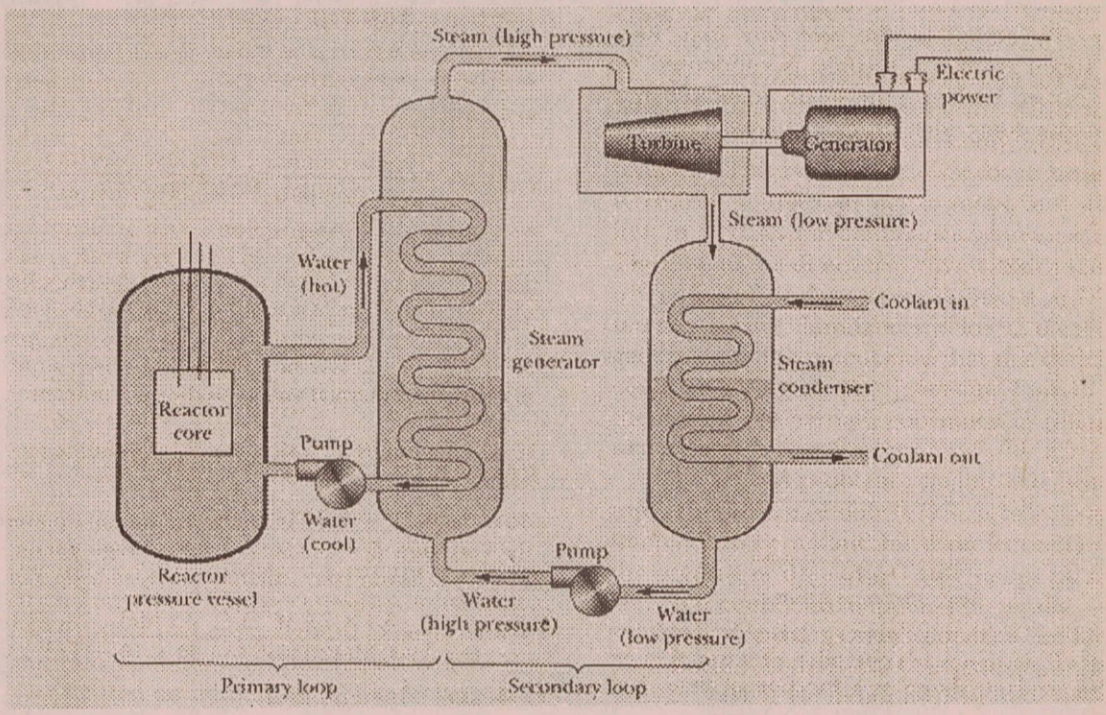


รูป 17 - 3 จำนวนนิวตรอนในเตาปฏิกรณ์ปรมาณู เริ่มจากจำนวนนิวตรอน 1000 ตัว

นิวตรอนอุณหภูมิจะทำให้เกิดการแตกตัวของเชื้อเพลิง ^{235}U ผลิตนิวตรอนความเร็วสูงจำนวน 1330 ตัว จำนวนนิตรอนอีก 40 ตัว จะถูกผลิตจากขบวนการ fast fission ของ ^{238}U จากนิวตรอนพลังงานสูง ดังนั้นในระบบจะมีจำนวนนิวตรอนมากกว่าเดิม 370 ตัวทุกตัวมีความเร็วสูงทั้งสิ้น การสูญเสียนิวตรอนออกจากแกนเตาปฏิกรณ์ปรมาณู และการสูญเสียเนื่องจากนิวตรอนถูกจับมีจำนวนประมาณเท่ากับจำนวนนิวตรอนที่เพิ่มขึ้นคือ 370 ตัว ทำให้เหลือจำนวนนิวตรอนอุณหภูมิ 1000 ตัว เท่าเดิม ในการทำงานครบหนึ่งรอบของเตาปฏิกรณ์ปรมาณู เราได้พลังงานจากปฏิกิริยาการแตกตัวของยูเรเนียม แต่ละปฏิกิริยาให้พลังงาน 200 MeVกับแกนของเตาปฏิกรณ์ ทำให้อุณหภูมิสูงขึ้น

ตัวแปร multiplication factor (k) เป็นตัวแปรที่สำคัญ นิยามจากอัตราส่วนจำนวนนิวตรอนที่มีอยู่ตั้งแต่เริ่มต้นของรอบการทำงานหนึ่งต่อจำนวนนิวตรอนที่มีเหลือในระบบเมื่อเริ่มการทำงานรอบต่อไป กรณีตัวอย่างในรูป 2 - 3 ค่าตัวแปร k = 1000/1000 หรือ k = 1 กรณีนี้เราเรียกการทำงานของเตาปฏิกรณ์อยู่ที่สภาวะ "Critical" เป็นสภาวะปลอดภัยของการทำงานของเตาปฏิกรณ์และให้พลังงานขาออกที่สม่ำเสมอ เตาปฏิกรณ์โดยทั่วไปจะถูกสร้างให้อยู่ในสภาวะ k > 1 หรือ "Supercritical" แล้วจะถูกปรับลงให้ k = 1 โดยวิธีการบังคับปฏิกริยา ผ่านทางแกนบังคับ (control rods) ในแกนของเตาปฏิกรณ์ แกนบังคับเหล่านี้ทำด้วยโลหะ เช่น Cadmium ที่สามารถดูดกลืนนิวตรอนได้อย่างสม่ำเสมอ สามารถดึงออกจากระบบเมื่อเตาปฏิกรณ์ผลิตนิวตรอนน้อยเกินไปหรืออยู่ในสภาวะ "Subcritical" เพื่อปรับให้เข้าสู่สภาวะ k = 1 ในวงรอบต่อไป

รูป 17 - 4 แสดงแผนภาพการทำงานของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังงานปรมาณูชนิด Pressurized - Water Reactor (PWR) เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชนิดนี้ใช้น้ำเป็น moderator และทำหน้าที่เป็นตัวส่งผ่านความร้อนด้วย ในวงรอบการทำงาน primary loop น้ำที่ความดันสูงและอุณหภูมิสูง (ที่ประมาณ 150 atm และ 600 °K) หมุนเวียนผ่านแกนเตาปฏิกรณ์ เพื่อนำความร้อนออกจากแกนถ่ายเทเข้าสู่ steam generator ที่ตัวสร้างไอน้ำนี้จะผลิตไอน้ำที่ความดันสูงเข้าหมุน turbine ที่ต่อติดกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า



รูป 17 - 4 แผนภาพการทำงานของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าปรมาณูชนิด PWR

ในการทำงานวงรอบ secondary loop ไอน้ำความดันต่ำจาก turbine กลั่นตัวเป็นน้ำและถูกดันกลับเข้าสู่ steam generator โดยปั๊มน้ำ แล้วดันเข้าสู่แกนเตาปฏิกรณ์ปรมาณูเพื่อเข้าวงรอบ primary loop อีกครั้งหนึ่ง เครื่องกำเนิดไฟฟ้าขนาดกำลังผลิต 1000 MW อาจมีความสูงถึง 40 ฟุต และหนักประมาณ 450 ตัน ต้องใช้น้ำหมุนเวียนใน primary loop ในอัตราประมาณ 300,000 แกลลอน/นาที

สิ่งที่หลีกเลี่ยงไม่ได้ในการทำงานของเตาปฏิกรณ์ปรมาณูคือ การสะสมของกากกัมมันตรังสี ซึ่งประกอบด้วยนิวเคลียสของธาตุหลังการแตกตัว และพวกธาตุหนักเช่น Plutonium และ Americium

ตัวอย่าง 17 - 2

โรงงานไฟฟ้าปรมาณูชนิด PWR ผลิตความร้อนในแกนด้วยอัตรากำลัง 3400 MW ใช้ผลิตกระแสไฟฟ้าที่อัตรากำลัง 1100 MW เชื้อเพลิงที่ใช้เป็นยูเรเนียมมวล 86,000 kg ในรูป UO_2 มวล 110 ตัน ที่กระจายอยู่ในแท่งเชื้อเพลิงจำนวน 57,000 แท่ง แร่เชื้อเพลิงยูเรเนียมที่ใช้มี ^{235}U อยู่ 3%

(a) จงหาประสิทธิภาพของโรงงานไฟฟ้านี้

วิธีทำ : ประสิทธิภาพ $= \frac{\text{งานขาออก}}{\text{งานขาเข้า}} = \frac{\text{กำลังขาออก}}{\text{กำลังขาเข้า}}$

$$= \frac{1100\text{MW(ไฟฟ้า)}}{3400\text{MW(ความร้อน)}}$$

$$= 0.32 \text{ หรือ } 32\ \%$$

จะเห็นได้ว่าเราต้องสูญเสียพลังงานความร้อนจำนวน 3400 - 1100 = 2300 MW เข้าสู่สิ่งแวดล้อมในการผลิตกระแสไฟฟ้าด้วยวิธีนี้

(b) คำนวณหาอัตราการแตกตัว (R) ในแกนเตาปฏิกรณ์

วิธีทำ : ที่สภาวะคงตัวของการทำงานเตาปฏิกรณ์ผลิตความร้อน 3400 MW ในแต่ละปฏิกริยาการแตกตัวจะให้พลังงาน 200 McV ดังนั้น

อัตราการแตกตัว $R = \frac{3.4 \times 10^9 \text{ W}}{200\text{MeV/ปฏิกริยา}}$

$$= \frac{3.4 \times 10^9}{200} \times \frac{1}{1.6 \times 10^{-13}} = 1.1 \times 10^{20} \frac{\text{fission}}{\text{วินาที}}$$

(c) คำนวนการใช้เชื้อเพลิง ^{235}u

<u>วิธีทำ</u> : เชื้อเพลิง U - 235 จะถูกใช้ในอัตราตามจำนวนการแตกตัวที่คำนวณได้ในข้อ (b) นอกจากนี้ ^{235}U ยังถูกใช้ไปในลักษณะไม่เกิดการแตกตัว เช่น ปฏิกริยาการจับนิวตรอนในอัตราประมาณ $\frac{1}{4}$ ของทั้งหมด

ดังนั้นการใช้ ^{235}U จะอยู่ในอัตราประมาณ

$$(1+\frac{1}{4})(1.06\times10^{20}) = 1.33\times10^{20} \text{ ตัว/วินาที}$$

ถ้าคำนวณในรูปอัตราการเสียมวลยูเรเนียม

$$\frac{dM}{dt} = (1.33\times10^{20})\left(\frac{0.235 \text{kg/mole}}{6.02\times10^{23} \text{atoms/mole}}\right)$$

$$= 5.19\times10^{-5} \text{ kg/s} = 4.5 \text{ kg/day}$$

(d) ในอัตราการใช้เชื้อเพลิงขนาดนี้ เชื้อเพลิงที่มีอยู่จะใช้หมดในกี่วัน

<u>วิธีทำ</u> ณ.จุดเริ่มผลิตกระแสไฟฟ้ามี ^{235}U อยู่ 3% ในจำนวน 86000 kg ของยูเรเนียม

ดังนั้นมี U - 235 เท่ากับ (0.030)(86000 kg) = 2580 kg

เวลาใช้เชื้อเพลิง $T = \frac{2580 \text{kg}}{4.5 \text{kg/day}} = 570$ day

ในทางปฏิบัติแท่งเชื้อเพลิงจะถูกเปลี่ยนใหม่ทั้งชุด ก่อนที่ปริมาณ ^{235}U จะถูกใช้จนหมด

(e) จงคำนวณอัตราการเปลี่ยนมวลเป็นพลังงานในแกนของเตาปฏิกรณ์

วิธีทำ จากสูตร $E = \Delta mc^2$

$$\frac{dM}{dt} = \frac{dE/dt}{c^2} = \frac{3.4 \times 10^9 \text{ W}}{(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})^2}$$

$$= 3.8 \times 10^{-8} \text{ kg/s} = 3.3 \text{ g/day}$$

17-5 ปฏิกิริยาการหลอมตัว (Nuclear Fusion)

การหลอมตัวของนิวเคลียสเบาสองตัว เพื่อสร้างนิวเคลียสตัวใหม่และพลังงานปลดปล่อยอยู่ภายใต้ขบวนการที่เรียกว่า Nuclear fusion ขบวนการประกอบด้วยนิวเคลียสตัวที่เข้าใกล้กันมากจนกระทั่งแรงดึงดูดของนิวเคลียสเข้ามามีอิทธิพลเหนือแรงผลักคูลอมบ์

การนำพลังงานปลดปล่อยของปฏิกริยาการหลอมตัวมาใช้ ต้องกระทำในสเกลขนาดใหญ่ วิธีการเริ่มจากการเพิ่มอุณหภูมิของสสารที่มีนิวเคลียสเบาให้สูงมากพอ ทำให้อนุภาคเกิดการเคลื่อนที่และเจาะทะลุอิทธิพลแรงผลักคูลอมบ์ได้ ขบวนการลักษณะนี้เราเรียก Thermonuclear fusion

ในการศึกษาการหลอมตัวแบบ thermonuclear อุณหภูมิมีความสัมพันธ์กับค่าพลังงานจลน์อนุภาคในรูป

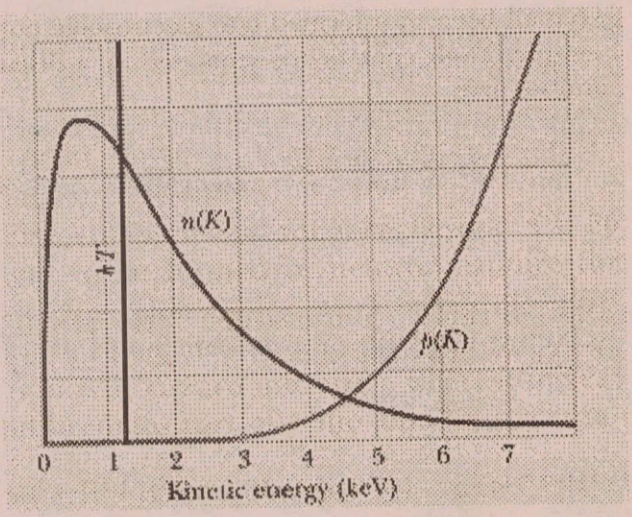
$$K = kT \qquad (17 - 4)$$

โดย k เป็นค่าคงตัวโบลส์มาน จากความสัมพันธ์ทำให้เราสามารถแสดงเทอมอุณหภูมิในหน่วยของพลังงานจลน์ได้ เช่น อุณหภูมิห้องเปรียบได้กับ K = 0.03 eV แรงผลักคูลอมบ์กรณีอนุภาคดิวเทอรอนสองตัวเข้าใกล้กันมีค่าประมาณ 200 keV ดังนั้นที่อุณหภูมิห้อง อนุภาคคงไม่มีโอกาสเข้าหลอมตัวกันอย่างแน่นอน ถึงแม้ว่าที่จุดศูนย์กลางของดวงอาทิตย์ที่มีอุณหภูมิประมาณ 1.5×10^7 K หรือ K=1.3 keV การหลอมตัวไม่เกิดขึ้นเช่นกัน อย่างไรก็ตามเราทราบดีว่าการหลอมตัวเกิดในดวงอาทิตย์และเกิดในดาวอื่น ๆ ในลักษณะเดียวกัน

ในทางทฤษฎีการหลอมตัวเกิดขึ้นได้ตามคำอธิบายสองข้อต่อไปนี้

(1) พลังงานที่คำนวณได้โดยสมการ K=kT เป็นค่าพลังงานของอนุภาคส่วนใหญ่ ในทางสถิติอนุภาคอาจมีพลังงานสูงกว่านี้ได้ การกระจายตัวในเชิงสถิติของอนุภาคเพิ่มโอกาสการหลอมตัวที่ค่าพลังงานสูง (ดูรูป 17 - 5)

(2) ถึงแม้ว่าความสูงของเนินพลังงานศักย์คูลอมบ์ ที่กั้นมิให้นิวเคลียสเข้าใกล้กัน มีค่าสูงแต่มิใช่ว่าการเจาะทะลุ (tunneling) จะเกิดขึ้นไม่ได้



รูป 17-5 เส้นกราฟ n(K) ,p(K) และ KT

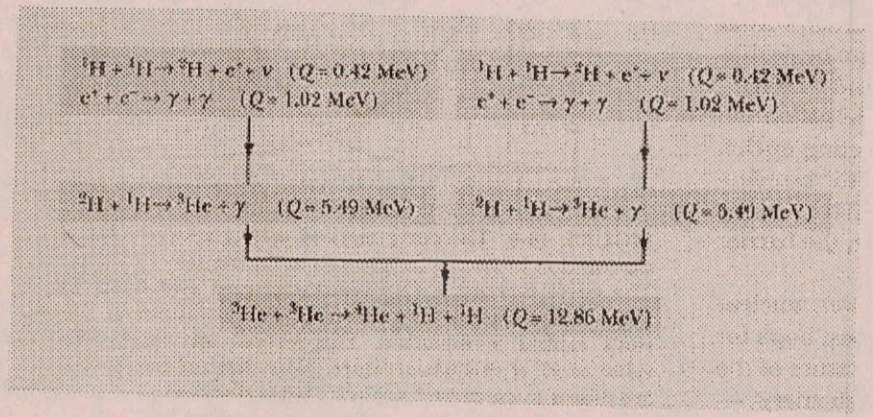
รูป 17-5 เส้นกราฟ n(K) แสดงการกระจายตัวเชิงสถิติ (Maxwellian distribution) ของอนุภาคโปรตอนในแกนของดวงอาทิตย์ เส้นกราฟ p(K) เป็นโอกาสการเจาะทะลุเนินพลังงานศักย์ของอนุภาคโปรตอนสองตัว เมื่อเข้าชนกันในแกนของดวงอาทิตย์ เส้นตรง kTแนวดิ่งแสดงค่าพลังงานจลน์ที่อุณหภูมิ K จะเห็นได้ว่ามีอนุภาคโปรตอนจำนวนมากมายที่มีอุณหภูมิหรือพลังงานจลน์สูงกว่าค่า kT เมื่อพิจารณาบริเวณเส้นกราฟตัดกัน จะเห็นว่าโอกาสการเจาะทะลุมีมากขึ้นที่ค่าพลังงานสูง และลดค่าลงที่ค่าพลังงานต่ำ ในขณะที่จำนวนอนุภาคโปรตอนมีมากที่ค่าพลังงานต่ำและจำนวนน้อยลงที่ค่าพลังงานสูง การเกิดการหลอมตัวของอนุภาคโปรตอน จะเกิดบริเวณพื้นที่ใต้เส้นกราฟสองเส้นตัดกัน และมีอัตราการเกิดสูงสุดที่จุดตัด

17-6 ปฏิกิริยาการหลอมตัวชนิด thermonuclear ในดวงอาทิตย์และดวงดาว

ดวงอาทิตย์แผ่พลังงานในอัตรา 3.9×10^{26} W และแผ่พลังงานในอัตรานี้เป็นเวลาหลายพันล้านปีมาแล้ว มีคำถามว่าพลังงานจากดวงอาทิตย์มาจากไหน การสันดาปทางเคมีคงเป็นไปไม่ได้ เพราะถ้าดวงอาทิตย์ประกอบด้วยถ่านหินและอ๊อกซิเจน การเผาผลาญจะใช้เวลาเพียง 1000 ปีเท่านั้น อาจเป็นไปได้ที่ดวงอาทิตย์กำลังหดตัวลงด้วยอิทธิพลของแรงโน้มถ่วงของตัวเอง การหดตัวทำให้มีการแปลงพลังงานศักย์โน้มถ่วงออกมาในรูปพลังงานความร้อน เพื่อดวงอาทิตย์จะรักษาอุณหภูมิให้คงที่ได้ จากการคำนวณตามข้อสมมุติฐานพบว่า อายุของดวงอาทิตย์จะสั้นว่าปกติถึง 500 เท่า คำอธิบายเพียงกรณีเดียวสำหรับการให้พลังงานของดวงอาทิตย์คือ การเกิดปฏิกริยาการหลอมตัวในดวงอาทิตย์ ดวงอาทิตย์เผาผลาญนิวเคลียสของธาตุไฮโดรเจนในเตาเผานิวเคลียร์ ไม่ใช่ปฏิกริยาในระดับอะตอมหรือทางเคมี

การหลอมตัวในดวงอาทิตย์เป็นขบวนการหลอมหลายระดับขั้น เริ่มจากไฮโดรเจนถูกเผาผลาญรวมเป็นฮีเลียม ถ้าเปรียบไฮโดรเจนเป็นเชื้อเพลิง ฮีเลียมก็เป็นเถ้าของเชื้อเพลิง การหลอมตัวของไฮโดรเจนเป็นขนวนการ proton - proton cycle

รูป 17-6 แสดง p - p cycle อนุภาคโปรตอนถูกหลอมตัวเป็นอนุภาคแอลฟา และให้พลังงาน 26.7 MeV ทุกครั้งที่มีการหลอมตัว



วงรอบ p - p เริ่มจากการชนกันของอนุภาคโปรตอน ($^{1}H + {}^{1}H$) เพื่อสร้างอนุภาคดิวเทอรอน (^{2}H) พร้อมกับอนุภาคโพซิตรอน (e^{+}) และอนุภาคนิวตริโน อนุภาคโพซิตรอนจะจับตัวอย่างรวดเร็วกับอนุภาคอิเล็กตรอนอิสระในดวงอาทิตย์ แล้วสลายตัวเป็นอนุภาคโฟตอนสองตัว การหลอมตัวของอนุภาคโปรตอนนี้มีโอกาสเกิดค่อนข้างต่ำ ในทุก ๆ หนึ่งครั้งจาก 10^{26} ครั้งของการชนกันของอนุภาคโปรตอน การหลอมตัวจึงจะเกิดขึ้น โดยทั่ว ๆ ไปอนุภาคโปรตอนจะสะท้อนกลับในลักษณะ

ภาคโปรตอน การหลอมตัวจึงจะเกิดขึ้น โดยทั่ว ๆ ไปอนุภาคโปรตอนจะสะท้อนกลับในลักษณะการกระเจิงแบบยืดหยุ่น ความเชื่องช้าในการหลอมตัวลักษณะนี้มีประโยชน์ช่วยให้ดวงอาทิตย์ไม่ระเบิดตัวออกมีพลังงานมากเกินไป อย่างไรก็ตามเนื่องจากดวงอาทิตย์มีมวลมากมายมหาศาล ถึงแม้โอกาสจะต่ำ การหลอมตัวให้อนุภาคดิวเทอรอนก็เกิดขึ้นในอัตรา $10^{12}\ kg/s$

หลังจากอนุภาคดิวเทอรอน (^2H) ถูกสร้างขึ้น จะเคลื่อนที่เข้าชนอนุภาคโปรตอน ทำ ปฏิกริยากลายเป็นนิวเคลียสของ ^3He และนิวเคลียสของ ^3He สองตัวจะหลอมรวมกัน (ใช้เวลา 10^5 ปี) สร้างเป็นนิวเคลียสของ ^4He และอนุภาคโปรตอนสองตัว

ถ้าพิจารณาโดยภาพรวมแล้ว วงรอบ p - p ใช้อนุภาคโปรตอน 4 ตัว และอิเล็กตรอน 2 ตัว ในการรวมตัวผลิตอนุภาคแอลฟา อนุภาคนิวตริโน 2 ตัว และอนุภาคโฟตอน 6 ตัว เขียนสมการในภาพรวมได้

$$4\,^1H + 2e^- \rightarrow {}^4He + 2\nu + 6\gamma \qquad (17 - 5)$$

เมื่อรวมอิเล็กตรอน 2 ตัวทั้งสองข้างเพื่อทำการคำนวณพลังงานปลดปล่อย

$$(4\,^1H + 4e^-) \rightarrow ({}^4He + 2e^-) + 2\nu + 6\gamma \qquad (17 - 6)$$

พลังงานปลดปล่อยคำนวณจากผลต่างของมวลอะตอม

$$Q = \Delta mc^2 = [(4)(1.007825u) - 4.002603u][932]$$
$$= 26.7\ \text{MeV}.$$

โดยที่ มวลของไฮโดรเจนอะตอม = 1.007825 u และ มวลของฮีเลียมอะตอม = 4.002603 u

เมื่อรวมค่า Q ในแต่ละขั้นตอนการหลอมตัวในวงรอบ p - p จะได้ผลลัพท์เท่ากับ 26.7 MeV เช่นกัน

$$Q = (2)(0.42\ \text{MeV}) + (2)(1.02\ \text{MeV}) + (2)(5.49\ \text{MeV}) + 12.86\ \text{MeV}$$
$$= 26.7\ \text{MeV}$$

ในปริมาณพลังงานปลดปล่อยทั้งหมด 26.7 MeV นี้ ปริมาณพลังงาน 0.5 MeV ถูกแบ่งส่วนให้กับอนุภาคนิวตริโนสองตัว ที่เหลือจำนวน 26.2 MeV จะสะสมเป็นพลังงานในแกนของดวงอาทิตย์ในรูปพลังงานความร้อน

การเผาผลาญไฮโดรเจนในดวงอาทิตย์เกิดมาแล้วเป็นเวลา $5x10^9$ ปี จากการคำนวณปริมาณไฮโดรเจนในดวงอาทิตย์พบว่า ยังมีปริมาณเพียงพอที่จะใช้ต่อไปอีกถึง $5x10^9$ ปี ต่อไปในอนาคต เมื่อเวลานั้นมาถึงบริเวณแกนกลางของดวงอาทิตย์จะมีนิวเคลียสของฮีเลียมมากมาย และจะเริ่มเย็นตัวลง ดวงอาทิตย์จะเริ่มหดตัวลงตามแรงโน้มถ่วงของมวลของตัวเอง ขบวนการนี้ทำให้อุณหภูมิแกนกลางสูงขึ้นและทำให้ขอบด้านนอกของดวงอาทิตย์ขยายตัวออก เปลี่ยนดวงอาทิตย์เป็น "Red Giant" หรือดาวยักษ์แดง

ถ้าอุณหภูมิแกนกลางของดวงอาทิตย์สูงขึ้นถึง 10^8 K พลังงานสามารถถูกสร้างขึ้นได้อีกโดยการเผาผลาญฮีเลียมที่มีอยู่ให้เป็นคาร์บอน เมื่อดาวมีอุณหภูมิสูงขึ้น นิวเคลียสตัวอื่นที่หนักกว่าจะถูกสร้างขึ้นโดยขบวนการหลอมตัว นิวเคลียสที่มีมวลประมาณ A= 56 เช่น Fe - 56, Co - 56 และNi - 56 นิวเคลียสที่หนักกว่านี้จะไม่ถูกสร้างในขบวนการหลอมตัว เพราะการหลอมตัวของนิวเคลียสหนักกว่า A=56 ต้องใช้จ่ายพลังงานมากกว่าปลดปล่อยพลังงาน

ธาตุที่มีเลขมวลมากกว่า A=56 ถูกสร้างขึ้นโดยขบวนการจับนิวตรอน (neutron capture) เกิดขึ้นระหว่างการระเบิดตัวของกลุ่มดาวที่เรียก Supernova ในปรากฏการณ์นี้ขอบด้านนอกของดาวระเบิดตัวออกเข้าสู่อวกาศ ต่อเชื่อมเป็นเนื้อตัวกลางระหว่างดาว จากเนื้อตัวกลางนี้ดาวกำเนิดใหม่ได้จากการสะสมเนื้อสารจากการระเบิด และการควบแน่นภายใต้อิทธิพลของแรงโน้มถ่วง

ความเป็นจริงที่ว่าโลกของเราประกอบด้วยธาตุต่าง ๆ ชนิด นอกจากไฮโดรเจนและฮีเลียม บอกให้เราทราบว่าระบบสุริยจักรวาลของเราเกิดจากการควบแน่นของเนื้อสารตัวกลางหลังการระเบิดของดาว กล่าวได้ว่า ธาตุทุกชนิดบนโลก รวมถึงตัวมนุษย์เอง ประกอบขึ้นด้วยธาตุและสสารภายในของดาวที่ไม่มีตัวตนอีกแล้ว

17 - 7 เตาปฏิกรณ์ชนิด Thermonuclear Fusion

ปฏิกริยา thermonuclear fusion เกิดขึ้นเป็นครั้งแรกในโลกของเรา ที่เมือง Eniwetok Atoll เมื่อวันที่ 31 ตุลาคม ค.ศ.1952 โดยประเทศสหรัฐอเมริกาทดลองระเบิด fuson device ผลิตพลังงานความร้อนขนาดเท่ากับ 10 ล้านตันของ TNT อุณหภูมิสูงและความหนาแน่นสูงเหมาะสำหรับภาวะจุดระเบิดได้มาจากระเบิดนิวเคลียร์แบบแตกตัว

แหล่งพลังงานจากปฏิกริยาที่เราสามารถควบคุมได้ ในรูปเตาปฏิกรณ์ fusion reactor ยังไม่บรรลุผลสำเร็จมากนัก แต่นักวิทยาศาสตร์ในหลายประเทศพยายามอย่างหนักในการทดลองและค้นคว้าเพื่อหาแหล่งพลังงานในอนาคต โดยมุ่งเน้นการพัฒนาเพื่อใช้เตาปฏิกรณ์ปรมาณูแบบหลอมตัวที่สามารถควบคุมได้

วงรอบ p - p ที่ได้กล่าวมาแล้ว ไม่เหมาะสมกับปฏิกริยาบนโลกของเรา เพราะขบวนการช้าเกินไป ปฏิกริยา - p เกิดได้ในดวงอาทิตย์เพราะดวงอาทิตย์มีจำนวนโปรตอนมากมายมหาศาล ปฏิกริยาหลอมตัวที่ใช้กับบนโลกเป็นชนิด deuteron - deuteron (d - d) และชนิด deuteron - triton (d-t)

$$^{2}H + ^{2}H \rightarrow ^{3}He + n \qquad (d - d)$$

$$Q = +3.27 \ MeV \qquad (17 - 7)$$

$$^{2}H + ^{2}H \rightarrow ^{3}H + ^{1}H \qquad (d - d)$$

$$Q = +4.03 \ MeV \qquad (17 - 8)$$

และ $$^{2}H + ^{3}H \rightarrow ^{4}He + n \qquad (d - t)$$

$$Q = +17.59 \ MeV \qquad (17 - 9)$$

ธาตุดิวเทอเรียมเป็นไอโซโทปของไฮโดรเจนที่มีอยู่ประมาณ 1 ส่วนใน 6700 ส่วนของน้ำทะเลที่มีไม่จำกัด ดูเหมือนกับธรรมชาติได้เตรียมแหล่งพลังงานให้กับมนุษย์ไว้แล้ว ในปัจจุบันเรากำลังเผาผลาญถ่านหินและน้ำมัน เผาผลาญแร่ยูเรเนียมในรูปปฏิกริยาการแตกตัว และท้ายที่สุดการเผาผลาญน้ำในรูปการหลอมตัวของธาตุดิวเทอเรียม

ปัจจัยสำคัญในการสร้างเตาปฏิกรณ์แบบหลอมตัวให้ประสบผลสำเร็จ

1. ความหนาแน่นอนุภาคเชื้อเพลิง (n) ความหนาแน่นของอนุภาคดิวเทอรอนต้องมีมากพอเพื่อให้แน่ใจว่าปฏิกริยา d - d ที่เกิดจากการชนกันของอนุภาคมีมากพอ

2. อุณหภูมิพลาสม่า (T) ที่อุณหภูมิสูงธาตุดิวเทอเรียมจะแตกตัวออกเป็นอนุภาคดิวเทอรอนและอนุภาคอิเล็กตรอน ประกอบตัวกันเป็น plasma ที่อุณหภูมิสูง อุณหภูมิของพลาสม่าต้องสูงพอเพื่อทำให้อนุภาคดิวเทอรอนที่วิ่งเข้าชนกันสามารถที่จะเจาะทะลุพลังงานศักย์คูลอมบ์ที่พยายามผลักอนุภาคทั้งสองออกจากกัน พลาสม่าที่ประกอบด้วยไอออนที่อุณหภูมิ 23×10^7 K ถูกทำสำเร็จแล้วในห้องปฏิบัติการ อุณหภูมิขนาดนี้สูงกว่าอุณหภูมิตรงกลางของดวงอาทิตย์ประมาณ 5 เท่า (อุณหภูมิตรงกลางดวงอาทิตย์ 1.3 keV หรือ 1.5×10^7 K)

3. ช่วงเวลากักกันที่ยาวนานเพียงพอ (τ) ปัญหาสำคัญมิใช่การผลิตพลาสม่า แต่เป็นการรักษาสภาพของพลาสม่าให้ยาวนานพอที่จะทำให้อุณหภูมิและค่าความหนาแน่นอนุภาคสูงพอและคงค่าอยู่ได้ จนกระทั่งเกิดการหลอมตัวของอนุภาค จะเห็นว่าไม่มีภาชนะใดจะทนอุณหภูมิสูงได้ขนาดนี้ ปัญหาการเก็บกักพลาสม่าจึงเป็นปัญหาหลักของการผลิตพลังงานโดยใช้ปฏิกริยาการหลอมตัวแบบนี้

เงื่อนไขด้านเวลาร่วมกับความหนาแน่นอนุภาคเขียนได้ตามสมการ

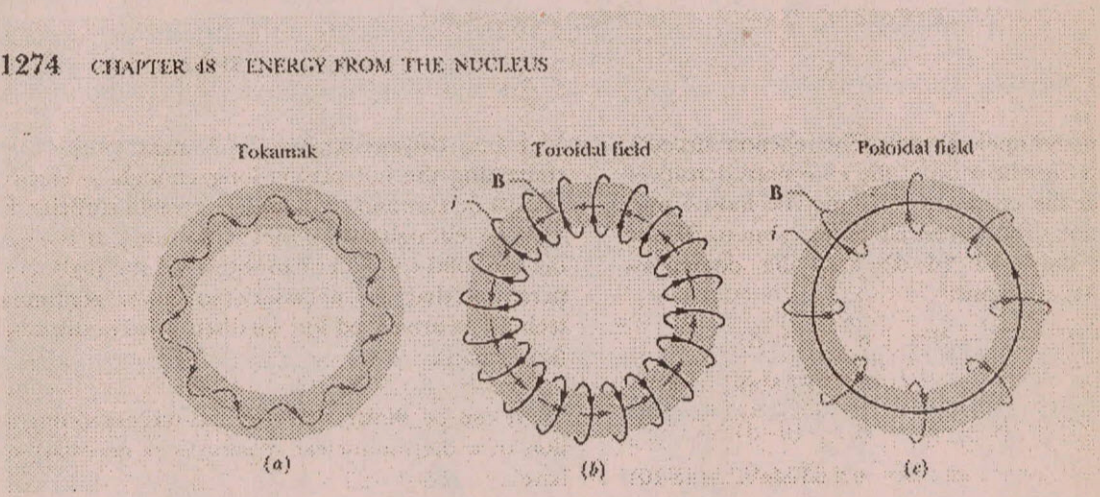
$$n\tau > 10^{20}\ \text{s.m}^{-3} \qquad (17\text{-}10)$$

เป็นเงื่อนไข Lawson's criterion ที่กำหนดขบวนการควบคุมปฏิกริยาหลอมตัว

17-8 The Tokamak

Tokamak เป็นภาษารัสเซียมีความหมายว่า "Toroidal Magnetic Chamber" หรือห้องสนามแม่เหล็กทรงทอรอยด์ เป็นเครื่องมือทดลองปฏิกริยา thermonuclear ที่สร้างขึ้นในประเทศรัสเซีย ในปัจจุบัน Tokamak ขนาดใหญ่ถูกสร้างขึ้นในหลายประเทศ และยังมีเครื่องมือทดลอง ปฏิกริยาการหลอมตัวในลักษณะอื่นถูกสร้างอีกมากมาย

ในเครื่อง Tokamak กลุ่มพลาสม่าที่ประกอบด้วยอนุภาคประจุไฟฟ้าถูกกักกันโดยสนามแม่เหล็กให้อยู่ในรูปโดนัทหรือรูปทอรอยด์ รูป 17-7 (a) แสดงการกักกันโดยใช้สนามแม่เหล็กในรูปเกลียววนรอบลำพลาสม่าตรงกลาง แรงแม่เหล็กรอบ ๆ ตัวพลาสม่าจะผลักให้อนุภาคมีทิศทางเข้าสู่ศูนย์กลางของลำพลาสม่า ไม่เข้ากระทบผนังห้องกักกัน รูปที่ 17 - 7(b) และ 17 - 7 (c) แสดงให้เห็นถึงสนามแม่เหล็กในสองแนวแกน ที่ประกอบกันเป็นสนามแม่เหล็กรูปเกลียว สนามแม่เหล็กชนิดทอรอยด์และชนิดโพรอยด์ สนามแม่เหล็กชนิดโพรอยด์เกิดจากกระแสเหนียวนำของการไหลตัวของลำพลาสม่าเอง



รูปภาพ 17-7 (a) สนามแม่เหล็กกักกันพลาสม่า
(b) สนามแม่เหล็กชนิดทอรอยด์
(c) สนามแม่เหล็กชนิดโพรอยด์

ในปัจจุบันเตาปฏิกรณ์ปรมาณูชนิดนี้ ยังนำมาใช้ผลิตพลังงานไม่ได้ เนื่องจากปัญหาด้านภาชนะและวัสดุที่ใช้ทำเตาปฏิกรณ์ การใช้ thermonuclear power plant คงจะเป็นไปได้ในต้นศตวรรษหน้า

17 - 9 Laser Fusion

เทคนิคในการกักกันพลาสม่าเพื่อทำให้เกิดปฏิกิริยาการหลอมตัวสามารถทำได้อีกวิธีหนึ่งที่เรียกว่า Inertial confinement ขบวนการเริ่มด้วยการกดอัดอนุภาคเชื้อเพลิงในรูปเม็ดโดยใช้ลำแสงเลเซอร์ฉายเข้ามาทุกทิศทาง ทำให้มีอุณหภูมิสูงขึ้น (ถึง 10^8K) และกดอัดให้มีความหนาแน่นสูง (ถึง 10^3) ถ้าเปรียบกับ magnetic confinement ในลักษณะของเครื่อง Tokamak วิธีการใช้ลำแสงเลเซอร์ต้องใช้ความหนาแน่นของอนุภาคสูงกว่าและเวลากักกันสั้นกว่ามาก

การหลอมตัวชนิด Laser fusion มีผู้ศึกษาค้นคว้ากันมากมาย มีห้องปฏิบัติการ Lawrence Livermore ประเทศสหรัฐอเมริกา เครื่องมือชื่อ NOVA ใช้เทคนิค Laser Fusion โดยใช้เม็ดเชื้อเพลิง deuterium - tritium ขนาดเล็กเท่าเม็ดทราย และใช้ลำแสงเลเซอร์กำลังสูงฉายเข้ากระทบอย่างสม่ำเสมอทุกทิศทาง ลำแสงเลเซอร์ให้พลังงานประมาณ 2×10^{14} W ต่อหนึ่งห้วงลำแสงโดยส่งพลังงานเข้าสู่เม็ดเชื้อเพลิงแต่ละเม็ดประมาณ 200 kJ ในช่วงเวลาน้อยกว่า 10^{-9} วินาที

อย่างไรก็ตาม การนำเทคนิค Laser Fusion มาใช้เป็นแหล่งพลังงานยังไม่ประสบผลสำเร็จ แต่งานวิจัยค้นคว้าทางด้านนี้ยังก้าวต่อไปอย่างไม่หยุดยั้ง

บทที่ 18 ควาก เลปตอน และ บิกแบง

เค้าโครงเรื่อง:

18.1 แนวหน้าของฟิสิกส์ในปัจจุบัน
18.2 อนุภาคและอนุภาค
18.3 อนุภาคเลปตอน - Leptons
18.4 กฎการคงตัวของเลขบารียอน
18.5 กฎการคงตัวเลขความแปลก
18.6 รูปแบบทางแปดแพร่ง
18.7 แบบจำลองควาก
18.8 แรงกระทำระหว่างอนุภาค
18.9 จักรวาลกำลังขยายตัว
18.10 Microwave Background Radiation
18.11 The Big Bang
18.12 สรุป

18.1 แนวหน้าของฟิสิกส์ในปัจจุบัน

นักฟิสิกส์ชอบที่จะรวมทฤษฎีสัมพัทธภาพและทฤษฎีควอนตัม เข้าอยู่ใน " ฟิสิกส์ยุคใหม่ " เพื่อจะแยกทฤษฎีเหล่านี้ออกจากกลศาสตร์นิวโตเนียน และทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าของแม็กเวลล์ ซึ่งถูกเรียกเป็นกลุ่ม " ฟิสิกส์ยุคเก่า " เมื่อเวลาผ่านไป คำว่า "ยุคใหม่" ดูเหมือนจะไม่เหมาะสมที่จะเรียกทฤษฎีต่าง ๆ ที่ค้นพบและจัดตั้งกันในต้นศตวรรษนี้ อย่างไรก็ตามคำว่า "ยุคใหม่" ก็ยังใช้ได้ดีและเป็นที่นิยมเรียกอยู่

ในบทเรียนนี้เราจะพิจารณาคำถามที่มีความใหม่อยู่ในตัวตลอดเวลา แต่มีรากฐานมาจากคำถามเก่าที่ยังตอบไม่ได้ คำถามที่ว่า "จักรวาลของเราประกอบด้วยอะไร?" และ "จักรวาลปรับตัวเองจนเป็นอยู่ในสภาพการปัจจุบันอย่างไร?"

ในช่วงทศวรรษที่ผ่านมาคำตอบต่อคำถามดังกล่าวมีความก้าวหน้ามากยิ่งขึ้น บางคนคิดและเข้าใจว่าคำตอบคงอยู่อีกไม่ไกล เราคงจะตอบคำถามนี้ได้ในอนาคตอันใกล้

ความพยายามของนักฟิสิกส์ที่จะตอบคำถามจากการวิเคราะห์ผลการทดลองโดยใช้อนุภาคพลังงานสูงเข้าชนกัน เพิ่มพลังงานมากขึ้นเรื่อย ๆ โดยใช้เครื่องเร่งตัวใหญ่มากขึ้นเ ในปัจจุบันนักฟิสิกส์ทราบดีว่าคงไม่มีเครื่องเร่งอนุภาคตัวใดในโลก ที่สามารถสร้างอนุภาคที่มีพลังงานสูงมากในย่านที่ทฤษฎีของพวกเขาทั้งหลายพยายามนำไปสู่ อนุภาคที่มีพลังงานสูงขนาดนี้ จะมีก็แต่เพียงในจักรวาลเท่านั้น "quark soup" ที่เป็นจุดกำเนิดของจักรวาล จะเป็นแหล่งทดสอบ ทฤษฎีสุดท้ายของนักฟิสิกส์อนุภาค

บทเรียนนี้ต่างจากบทเรียนอื่น มีจุดมุ่งหมายที่จะนำเสนอเข้าสู่ความใกล้ชิดกับแนวหน้าของการวิจัยทางฟิสิกส์ และเพื่อทำความรู้จักกับนักฟิสิกส์ที่มีความพยายาม นำพวกเรามาถึงจุดแห่งปัจจุบัน นักศึกษาจะได้เรียนรู้เทอมทางฟิสิกส์ใหม่ ๆ อนุภาคชื่อแปลก ๆ มากมาย ได้รู้จักกับนักฟิสิกส์ที่เกิดมาเพื่อพัฒนาทฤษฎีและพยายามอธิบายความจริง ที่ดูเหมือนจะยุ่งยากมากขึ้น ซับซ้อนมากขึ้นจนไม่อาจเข้าใจได้ นักศึกษาจะได้รับรู้และรู้สึกสิ่งที่นักฟิสิกส์ตื่นเต้น เมื่อค้นพบความเป็นจริงใหม่ ๆ จากเครื่องเร่งตัวใหม่ ที่สามารถผลิตอนุภาคที่มีความเร็วสูงมาก เพื่อทดสอบทฤษฎีที่สร้างขึ้นโดยมีจุดประสงค์อันแน่วแน่ที่จะทำนายอนาคต

18.2 อนุภาคและอนุภาค

ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1930 เป็นต้นมา มีหลายคนคิดว่าปัญหาเกี่ยวกับโครงสร้างของสสาร ซึ่งเป็นปัญหาสุดท้ายที่ต้องการคำตอบ ถูกแก้ไขและได้รับคำอธิบายอย่างชัดเจน อะตอมประกอบไปด้วยอนุภาคสามชนิดเท่านั้น อนุภาคอิเล็กตรอน อนุภาคโปรตอน และอนุภาคนิวตรอน ทฤษฎีควอนตัมอธิบายความเป็นอยู่ของอิเล็กตรอน และโครงสร้างของอะตอม อธิบายการสลายตัวให้อนุภาคแอลฟาได้อย่างชัดเจน อนุภาคนิวตริโนถึงแม้ยังไม่มีการค้นพบในการทดลอง Fermi ก็สามารถอธิบายได้ โดยนำเข้าไปรวมกับทฤษฎีการสลายตัวให้อนุภาคเบต้า ทฤษฎีควอนตัมยังลงลึกเข้าไปในนิวเคลียส เพื่อใช้อธิบายความเป็นอยู่ของอนุภาคโปรตอนและนิวตรอนและโครงสร้างของนิวเคลียส นักฟิสิกส์คาดหวังว่าจนถึงสิ้นทศวรรษ ไม่ควรมีอะไรใหม่ที่ต้องอธิบาย

การค้นพบอนุภาคชนิดใหม่ ในต้นปี ค.ศ. 1940 ทำให้นักฟิสิกส์ว่างงานอยู่ได้ไม่นาน การค้นพบอนุภาคใหม่เริ่มจากจุดนั้นจนถึงปัจจุบัน อนุภาคใหม่เช่น อนุภาค muon (μ) อนุภาค pion (π) อนุภาค kaon (K) อนุภาค sigma (Σ) และอื่น ๆ อนุภาคเหล่านี้ไม่เสถียร มีช่วงเวลาครึ่งชีวิตตั้งแต่ 10^{-6} ถึง 10^{-23} วินาที

อนุภาคชนิดใหม่หลายตัวถูกค้นพบครั้งแรก ในปฏิกิริยาที่เกิดจากอนุภาคโปรตอนพลังงานสูงในลำรังสีคอสมิกที่มาจากอวกาศ ตกกระทบกับนิวเคลียสของธาตุในชั้นบรรยากาศของเรา ต่อมาอนุภาคชนิดใหม่ถูกค้นพบโดยนักฟิสิกส์ในห้องปฏิบัติการโดยใช้อนุภาคโปรตอนหรืออนุภาคอิเล็กตรอนพลังงานสูง ที่สร้างขึ้นในเครื่องเร่งอนุภาคในห้องปฏิบัติการมีชื่อต่าง ๆ เช่น Fermilab ในชิคาโก CERN ที่กรุงเจนีวา และ SLAC ที่มหาวิทยาลัย Stanford ในเวลาเดียวกันความสามารถของตัวตรวจวัดอนุภาคมีมากขึ้น มีความว่องไวในการตรวจจับอนุภาคมากขึ้น

ในปัจจุบันเรารู้จักอนุภาคเหล่านี้หลายร้อยตัว การตั้งชื่ออนุภาคเป็นปัญหาพอสมควรเนื่องจากได้ใช้อักษรกรีกโบราณจนเกือบหมด การแบ่งกลุ่มอนุภาคพิจารณาจากคุณสมบัติทางฟิสิกส์บางประการของอนุภาค เราสามารถแบ่งกลุ่มโดยใช้คุณสมบัติของอนุภาค 3 ประการ ดังต่อไปนี้

1. **โมเมนตัมเชิงมุมเฉพาะตัว (spin)** อนุภาคทุกตัวมีค่า intrinsic angular momentum - ค่าโมเมนตัมเชิงมุมเฉพาะตัว ซึ่งเป็นปริมาณที่ได้มาจากการหมุนรอบตัวเองของอนุภาค นิยามจาก

$$L = s\bar{h} \qquad (18\text{-}1)$$

โดย $\bar{h} = h/2\pi$ และ s เป็นเลขสปิน (spin quantum number) ที่มีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของจำนวนนับ ($\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, ...$) หรือเป็นจำนวนนับ (0, 1, ...)

อนุภาคที่มีเลขสปินเป็นครึ่งของจำนวนนับ เรารวมกลุ่มเรียกอนุภาค fermions - เฟอร์มิออน ตั้งชื่อตาม Fermi และ Dirac ที่สร้างกฎเกณฑ์ทางสถิติเพื่ออธิบายพฤติกรรมความเป็นอยู่ของอนุภาคชนิดนี้ อนุภาคอิเล็กตรอน โปรตอน และนิวตรอน จะมีเลขสปิน $s = \frac{1}{2}$ ทั้งสิ้น รวมเรียกเป็นเอนุภาคฟอร์มิออน

อนุภาคที่มีเลขสปินเป็นเลขจำนวนเต็ม รวมเรียกอนุภาค bosons - โบซอน ตั้งชื่อตามนักฟิสิกส์ชาวอินเดีย Satyendra Nath Bose และ Einstein ที่สร้างทฤษฎีทางสถิติสำหรับอนุภาคเหล่านี้ อนุภาคโฟตอนมี s = 1 เป็นอนุภาคโบซอน

การแบ่งกลุ่ม โดยใช้เลขสปินนี้มีความสำคัญต่อพฤติกรรมของอนุภาคกล่าวคือ

"อนุภาคเฟอร์มิออนจะปฏิบัติตามกฎ Pauli exclusion principle ที่บังคับว่าอนุภาคหนึ่งตัวใด ๆ จะมีสภาวะทางควอนตัมได้เพียงหนึ่งเดียว แต่อนุภาคโบซอนไม่ปฏิบัติตามกฎเกณฑ์นี้ อนุภาคโบซอนหลายตัว อาจมีสภาวะทางควอนตัมซ้ำกันก็ได้ อนุภาคโบซอนชอบที่จะอยู่ในสภาวะต่ำสุดของพลังงาน โดยรวมกลุ่มกันอยู่"

นักศึกษาคงได้ศึกษาความเป็นอยู่ของอิเล็กตรอนในอะตอมมาแล้ว อิเล็กตรอนเป็นอนุภาคเฟอร์มิออน

2. **แรงกระทำระหว่างอนุภาค** - force เราสามารถแบ่งกลุ่มอนุภาคได้ในเทอมของแรงกระทำต่ออนุภาค เราทราบว่าในธรรมชาติแรงกระทำพื้นฐานมีอยู่ 4 ชนิด แรงโน้มถ่วงกระทำต่ออนุภาคทุกตัวที่มีมวล มีอิทธิพลในย่านอะตอมหรือเล็กกว่าน้อยมาก แรงแม่เหล็กไฟฟ้ากระทำต่ออนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าทุกตัว มีผลในระดับอะตอม แต่เล็กมากเมื่อเข้าในย่านนิวเคลียส แรง strong force ทำหน้าที่ภายในนิวเคลียส ดึงดูดนิวคลีออนเอาไว้ และแรงอ่อนที่เกี่ยวข้องกับการสลายตัวให้อนุภาคเบต้า แรงอ่อนกระทำต่อ อนุภาคทุกชนิด แต่แรง strong force กระทำต่ออนุภาคบางชนิดเท่านั้น เราสามารถแบ่งกลุ่มอนุภาคได้โดยพิจารณาว่าแรง strong force มีอิทธิพลต่ออนุภาคนั้นหรือไม่

อนุภาคที่ถูกกระทำด้วยแรง strong force เราเรียก อนุภาค hadrons - ฮาดรอน อนุภาคที่ไม่ถูกกระทำด้วย strong force มีเพียงแต่แรงอ่อนเท่านั้น เราเรียกอนุภาค leptons - เลปตอน อนุภาคโปรตอน นิวตรอน และไพออน เป็นกลุ่มฮาดรอนทั้งสิ้น อนุภาคอิเล็กตรอน และนิวตริโนเป็นกลุ่มเลปตอน นักศึกษาจะได้รู้จักสมาชิกในกลุ่มต่าง ๆ มากกว่านี้

เราสามารถแบ่งกลุ่มย่อยในกลุ่มฮาดรอนได้อีก เป็นพวก mesons - เมซอน และพวก baryons - บารียอน เช่น อนุภาคไพออนเป็นพวกที่ถูกแรง strong force กระทำ (เป็นฮาดรอน) และมีพฤติกรรมทางสถิติแบบ Bose - Einstein (เป็นโบซอน) เราเรียกกลุ่มนี้ว่าเป็นเมซอน อนุภาคโปรตอนเป็นฮาดรอนที่มีพฤติกรรมทางสถิติเป็นแบบ Fermi - Dirac เราเรียกกลุ่มนี้ว่าเป็นบารียอน

ตาราง 18-1 สรุปกลุ่มของอนุภาคตามแรงกระทำ

เลปตอน		ฮาดรอน	
		เมซอน	บารียอน
เฟอมิออน	weak		strong weak
โบซอน		strong weak	

3. อนุภาคและอนุภาคตรงข้าม - particles and antiparticle ในปี ค.ศ. 1928 Dirac ทำนายว่าอนุภาคอิเล็กตรอนจะมีอนุภาคตรงข้ามที่มีประจุบวก เรียกว่า positron - โพซิตรอน ในปี 1932 อนุภาคโพซิตรอนถูกค้นพบโดย Carl Anderson จากรังสีคอสมิก นับจากนั้นมาเริ่มเป็นที่เข้าใจกันว่า อนุภาคทุกชนิดจะมีอนุภาคตรงข้ามที่มีมวลเท่ากัน มีเลขสปินเท่ากัน และถ้ามีประจุจะเป็นชนิดตรงข้าม ในการเขียนสัญญลักษณ์แทนอนุภาคตรงข้าม เราใช้ "bar" เขียนบนตัวสัญญลักษณ์ของอนุภาค เช่น อนุภาคโปรตอนตรงข้าม มีสัญญลักษณ์ $\overline{p}$

เมื่ออนุภาคทำปฏิกิริยากับอนุภาคตรงข้าม สามารถรวมตัวกันแล้วสลายตัว (annihilation) ผลรวมของมวลจะแปลงออกมาในรูปพลังงาน เช่น การรวมตัวกันของ e^- และ e^+ จะให้พลังงานในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าหรืออนุภาคโฟตอนสองตัว

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma \qquad (Q = 1.02 \text{ MeV}) \qquad (18\text{-}2)$$

18.3 อนุภาคเลปตอน - Leptons

อนุภาคเลปตอน เป็นอนุภาคที่ไม่อยู่ในอิทธิพลของแรง strong force อนุภาคที่เราคุ้นเคยในกลุ่มนี้คือ อิเล็กตรอน และนิวตริโนในการสลายตัวให้อนุภาคเบต้า อนุภาค มูออน - muon มีการสลายตัวตามสมการ

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \overline{\nu} \qquad (18\text{-}3)$$

อนุภาคมูออนอยู่ในกลุ่มอนุภาคเลปตอนด้วย นอกจากนี้นักฟิสิกส์ค้นพบว่าการสลายตัวของอนุภาคไพออน

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu + \overline{\nu} \qquad (18\text{-}4)$$

อนุภาคนิวตริโนที่ได้นั้นไม่เหมือนกับอนุภาคนิวตริโนที่ออกมาจากปฏิกิริยาการสลายตัวให้อนุภาคเบต้าแบบธรรมดา เราเรียกอนุภาคนิวตริโนที่ออกมาพร้อมกับ μ^+ ว่าเป็น muon nutrino (ν_μ) และเรียกอนุภาคนิวตริโนที่ออกมาพร้อมอิเล็กตรอนว่าเป็น electron nutrino (ν_e) อนุภาคนิวตริโนในสมการ (3-3) ตัวหนึ่งเป็น ν_μ และอีกตัวหนึ่งเป็น ν_e

อนุภาค tauon - เทาออน เป็นอนุภาคอีกชนิดหนึ่งที่อยู่ในกลุ่มเลปตอน ถูกค้นพบในปี ค.ศ. 1975 มีอนุภาคนิวตริโนติดตามออกมาจากการสลายตัว สรุปได้ว่าอนุภาคเลปตอนแบ่งออกได้เป็นสามพวกใหญ่ ๆ คือ พวกอิเล็กตรอน + ν_e พวกมูออน + ν_μ และพวกเทาออน + ν_τ อนุภาคเลปตอนมีลักษณะเฉพาะตัวคือ ไม่มีโครงสร้างภายใน วัดขนาดไม่ได้ มีลักษณะเป็นจุดทางคณิตศาสตร์ มีเลขสปิน $s = \frac{1}{2}$ เป็นพวกเฟอร์มิออน

ตาราง 18-2 สรุปกลุ่มอนุภาคเลปตอน

อนุภาค	สัญญลักษณ์	พลังงานนิ่ง (Mev)	ประจุไฟฟ้า	อนุภาคตรงข้าม
อิเล็กตรอน	e^-	0.511	-1	e^+
อิเล็กตรอน - นิวตริโน	ν_e	0	0	$\bar{\nu}_e$
มูออน	μ^-	105.7	-1	μ^+
มูออน - นิวตริโน	ν_μ	0		$\bar{\nu}_\mu$
เทาออน	τ^-	1784	-1	τ^+
เทาออน - นิวตริโน	ν_τ	0	0	$\bar{\nu}_\tau$

18-4 กฎการคงตัวของเลขบารียอน

พิจารณากลุ่มอนุภาคฮาดรอน ที่ถูกกระทำโดยแรง strong force มีพวกบารียอนและพวกเมซอนเป็นสมาชิก ตัวอย่างเช่น การสลายตัวของอนุภาคโปรตอน

$$p \rightarrow e^+ + \gamma \qquad (Q = 937.8 \text{ Mev}) \qquad (18\text{-}5)$$

เมื่อดูตามกฎการคงตัวของประจุไฟฟ้า ปฏิกิริยาการสลายตัวนี้เป็นไปได้ แต่ในธรรมชาติการสลายตัวนี้ไม่เกิดขึ้น ในปัจจุบันยังไม่พบการสลายตัวของโปรตอน ทำไมอนุภาคโปรตอนจึงมีเสถียรภาพ เพื่ออธิบายปรากฏการณ์นี้เราจำต้องกำหนดเลขควอนตัมตัวใหม่ขึ้น เรียกว่า เลขบารียอน - baryon number (B) และตั้งกฎการคงตัวของเลขบารียอน อนุภาคบารียอนทุกตัว มี B = +1 อนุภาคบารียอนตรงข้ามทุกตัว B = -1 สำหรับอนุภาคเมซอนและเลปตอนมี B = 0 ปฏิกิริยาระหว่างอนุภาคหรือการสลายตัวของอนุภาคจะไม่เกิด ถ้าเลขบารียอนรวมมีค่าเปลี่ยนแปลง

เหตุที่โปรตอนไม่สลายตัวเนื่องมาจากอนุภาคโปรตอนมีเลข B = +1 ในขณะที่อนุภาค โพซิตอนและโฟตอนมี B = 0 ทำให้เลขบารียอนก่อนและหลังปฏิกิริยาไม่คงตัว

18-5 กฎการคงตัวเลขความแปลก - Conservation of Strangeness

อนุภาคมีคุณสมบัติเฉพาะตัวมากมาย เช่น มวล ประจุ สปิน และเลขบารียอน ยังมีคุณสมบัติเฉพาะตัวอีกชนิดหนึ่งของอนุภาคที่ได้จากการทดลอง นักวิจัยพบว่าทุกครั้งที่มีการผลิตอนุภาคเคยอน - kaon (K) จะมีอนุภาคซิกม่า - sigma (Σ) ตามออกมาทุกครั้ง จะแยกผลิตไม่ได้เลย ตัวอย่างสมการเช่น อนุภาคไพออนพลังงานสูงเข้าชนอนุภาคโปรตอนตามสมการ

$$\pi^+ + p \longrightarrow K^+ + \Sigma^+ \qquad (18\text{-}6)$$

จะได้อนุภาค K^+ พร้อมกับ Σ^+ ทุกครั้งไป ในขณะที่ปฏิกิริยา

$$\pi^+ + p \longrightarrow \pi^+ + \Sigma^+ \qquad (18\text{-}7)$$

ซึ่งถูกต้องตามกฎการคงตัวทุกชนิด (ประจุมวล และอื่นๆ) ไม่เคยเกิดขึ้นเลย

Murray Gell-Mann นักฟิสิกส์ชาวสหรัฐอเมริกา และในตอนหลัง K. Nishijima นักฟิสิกส์ญี่ปุ่น เสนอว่าอนุภาคบางชนิดมีคุณสมบัติเฉพาะตัวที่เรียกว่า ความแปลก-strangeness (s) และประพฤติตามกฎการคงตัวของความแปลกด้วย คำว่า "strangeness" มาจากความไม่เข้าใจในคุณสมบัติเฉพาะตัวนี้ตั้งแต่เริ่มต้น จึงถูกเรียกว่าเป็นอนุภาคแปลกประหลาด

อนุภาคโปรตอน นิวตรอน และไพออน มี $S = 0$ นั่นคืออนุภาคพวกนี้ไม่มีความแปลกประหลาด แต่อนุภาค K^+ มีค่า $S = +1$ อนุภาค Σ^+ มีค่า $S = -1$ เมื่อรวมเลขความแปลกของสมการ (3-6) จะได้เท่ากัน $(0)+(0) = (+1)+(-1)$ แต่ของสมการ (3-7) ได้ไม่เท่ากัน $(0)+(0) \neq (0)+(-1)$ ปฏิกิริยานี้จึงไม่เกิดเพราะขัดต่อกฎความคงตัวของความแปลก นักฟิสิกส์เสนอกฎเกณฑ์เกี่ยวกับความแปลกไว้ว่า "ความแปลกจะคงตัวในทุกปฏิกิริยาที่เกี่ยวข้องกับ strong force"

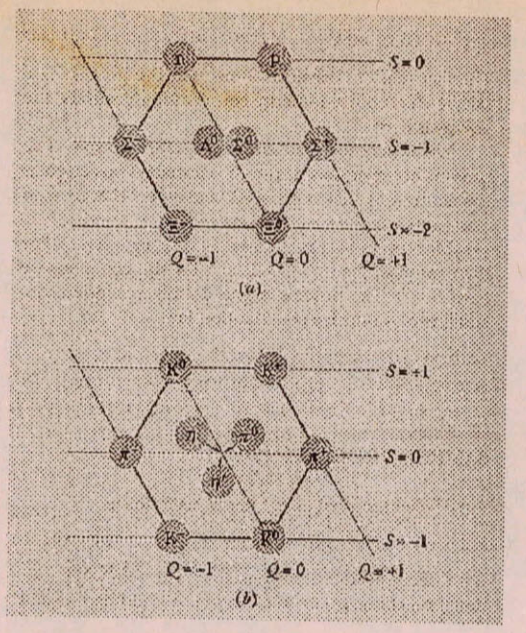
18-6 รูปแบบทางแปดแพร่ง - The Eightfold way

อนุภาคบาริยอนมีทั้งหมดด้วยกัน 8 ตัว อนุภาคนิวตรอนและโปรตอนเป็นสองในแปดตัวดังกล่าว อนุภาคบาริยอนมีเลขควอนตัมสปินเท่ากับ 1/2 ตาราง 3-3 แสดงคุณสมบัติบางประการของอนุภาคบาริยอน

ตาราง 18-3 อนุภาคบาริยอนแปดตัว (สปิน = 1/2)

อนุภาค	สัญญลักษณ์	พลังงานนิ่ง	เลขควอนตัม	
		(MeV)	ประจุ	ความแปลก
โปรตอน	p	938.3	+1	0
นิวตรอน	n	939.6	0	0
แลมด้า	Λ^o	1115.6	0	-1
ซิกม่า	Σ^+	1189.4	+1	-1
ซิกม่า	Σ^o	1192.5	0	-1
ซิกม่า	Σ^-	1197.3	-1	-1
ไซ	Ξ^o	1314.9	0	-2
ไซ	Ξ^-	1321.3	-1	-2

เมื่อนำเลขควอนตัมความแปลกของอนุภาคบาริยอนมาเขียนกับค่าประจุประจำตัว จะได้รูปแบบหกเหลี่ยมที่มีอนุภาคบาริยอนหกตัวประจำตามเหลี่ยมและอีกสองตัวอยู่ตรงกลาง รูป 3-1(a) แสดงรูปแบบทางแปดแพร่งของอนุภาคบาริยอน



รูป 18-1 (a) รูปแบบทางแปดแพร่งของอนุภาคสปิน $\frac{1}{2}$ (กลุ่มบารียอน)
(b) รูปแบบทางแปดแพร่งของอนุภาคสปิน 0 (กลุ่มเมซอน)

กรณีอนุภาคกลุ่มฮาดรอนที่เรียกว่าอนุภาคเมซอน มีอยู่ทั้งหมด 9 ตัว ตาราง 18-4 แสดงอนุภาคเมซอนและคุณสมบัติประจำตัวบางประการ

ตาราง 18-4 อนุภาคเมซอนเก้าตัว (สปิน = 0)*

อนุภาค	สัญญลักษณ์	พลังงานนิ่ง (MeV)	เลขควอนตัม		อนุภาคตรงข้าม
			ประจุ	ความแปลก	
ไพออน	π^0	135.0	0	0	π^0
ไพออน	π^+	139.6	+1	0	π^-
เคออน	K^+	493.7	+1	+1	K^-
เคออน	K^0	497.7	0	+1	K^0
อีต้า	η	548.8	0	0	η
(อีต้า)'	η'	957.6	0	0	η'

* ถ้านับอนุภาคเมซอนและอนุภาคตรงข้ามจะมีทั้งหมดเก้าตัว สังเกตว่า π^0, η และ η' มีอนุภาคตรงข้ามเป็นตัวอนุภาคเอง

เมื่อนำค่าเลขควอนตัมความแปลกของอนุภาคเมซอนมาเขียนกับค่าประจุประจำตัว จะได้รูปแบบลักษณะคล้ายคลึงกัน ในรูปแบบทางแปดแพร่ง แสดงไว้ในรูป 18-1 (b)

ในปี ค.ศ. 1961 Murray Gell-Mann และในเวลาต่อมา Yuval Ne'eman นำเสนอรูปแบบทางแปดแพร่ง เพื่อให้เป็นตัวแทนของรูปแบบที่มีลักษณะสมมาตร ที่ใช้เป็นเครื่องมือรวมกลุ่มอนุภาคบารียอนและอนุภาคเมซอน รูปแบบทางแปดแพร่งนี้มีความสำคัญกับนักฟิสิกส์อนุภาค เหมือนกับตารางธาตุมีความสำคัญกับนักเคมี ถ้าในรูปแบบหรือตารางมีช่องว่าง (ไม่มีอนุภาคหรือยังค้นหาไม่พบ) นักฟิสิกส์ทดลองก็จะพยายามทำการทดลองเพื่อหาอนุภาคดังกล่าว และในทำนองเดียวกับตารางธาตุที่บ่งบอกโครงสร้างของอะตอมว่าประกอบมาจากอนุภาคที่เล็กลงไปอีก รูปแบบทางแปดแพร่งให้คำทำนายถึงโครงสร้างของอนุภาคบารียอนและเมซอน เพื่อนำมาอธิบายพฤติกรรมและคุณสมบัติเฉพาะตัวของอนุภาค รูปแบบดังกล่าวถือเป็นจุดกำเนิดแบบจำลองควาก (quark model)

18-7 แบบจำลองควาก

ในปี ค.ศ. 1964 Murry Gell-Mann และ George Zweig เสนอคำอธิบายอย่างง่าย ๆ เกี่ยวกับรูปแบบทางแปดแพร่ง เขากล่าวว่าอนุภาคบารียอนและเมซอนต้องถูกสร้างขึ้นจากองค์ประกอบที่เล็กลงไปอีกที่เรียกว่า ควาก (quarks) โดยเสนอในขั้นต้นว่าควากมีสามชนิดคือ up quark (u), down quark (d) และ strange quark (s) (ในสมัยต่อมามีการเสนอควากชนิดอื่นอีกสามตัวคือ charm quark (c), bottom quark (b) และ top quark (t)) ชื่อของควากนั้นไม่มีความหมายในตัวเป็นเพียงชื่อเฉพาะเท่านั้น เราสามารถรวมเรียกทั้งหมดว่าเป็น quark flavors ได้ ตาราง 3-5 แสดงชนิดของควากและคุณสมบัติเฉพาะตัว

ตาราง 18-5 อนุภาคควาก

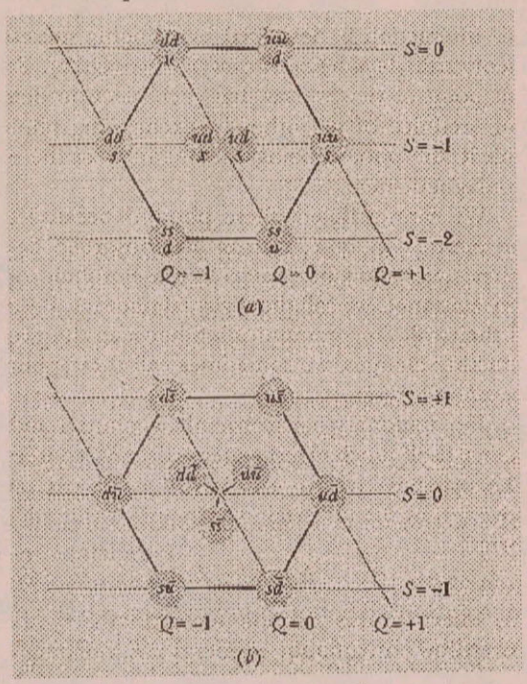
อนุภาค	สัญญลักษณ์	มวล (เทียบกับ e^-)	เลขควอนตัม			สปิน	อนุภาคตรงข้าม
			บรรจุ	ความแปลก	เลขบารียอน		
Up	u	10	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\bar{u}$
Down	d	20	$-\frac{1}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\bar{d}$
Strange	s	200	$-\frac{1}{3}$	-1	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\bar{s}$
Charm	c	3000	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\bar{c}$
Bottom	b	9000	$-\frac{1}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\bar{b}$
Top	t	60,000	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\bar{t}$

ค่าประจุประจำตัวของอนุภาคควากมีค่าเป็นเศษส่วน อนุภาคควากอิสระยังไม่ถูกค้นพบในห้องปฏิบัติการ แต่นักทฤษฎีก็สามารถอธิบายได้ว่าทำไมอนุภาคควากจึงไม่ปรากฏตัวเป็นอิสระ ทำให้ความเชื่อที่ว่าอนุภาคบารียอนและเมซอนประกอบด้วยควาก มิได้เสื่อมถอยลง

เราได้เห็นแล้วว่าอะตอมมีอิเล็กตรอนและนิวเคลียสเป็นองค์ประกอบ ต่อไปนี้เราจะได้เห็นว่าทำอย่างไรจะสร้างอนุภาคบารียอนและเมซอนจากองค์ประกอบที่เรียกว่า ควาก ในปัจจุบันอนุภาคบารียอนและเมซอนทุกตัวที่ค้นพบเป็นส่วนประกอบที่เกิดจากการรวมตัวของอนุภาคควากทั้งสิ้น

อนุภาคควากประกอบเป็นอนุภาคบาริยอน

อนุภาคบาริยอนแต่ละตัวประกอบด้วยควากสามชนิด รูป 18-2 (a) แสดงการรวมตัวกันของควากเป็นอนุภาคบาริยอนในรูปแบบทางแปดแพร่ง



รูป 18-2 (a) ส่วนประกอบควากของอนุภาคบาริยอน
(b) ส่วนประกอบควากของอนุภาคเมซอน

พิจารณาผลรวมของเลขบาริยอน ควากทุกตัวมีเลขบาริยอนของอนุภาคเท่ากับ + 1/3 รวมกันสามตัวเป็น B = +1 ตามค่าเลขบาริยอนของอนุภาคบาริยอน พิจารณาเลขสปินของควากเท่ากับ 1/2 ควากสามตัวรวมกันเป็นอนุภาคบาริยอนที่มีเลขสปิน = 1/2 ควากสองตัวต้องมีสปินขนานกัน อีกตัวหนึ่งมีทิศทางตรงข้าม กรณีอนุภาคบาริยอนที่มีเลขสปิน = 3/2 ควากสามตัวที่ประกอบเป็นอนุภาคบาริยอนชนิดนี้ต้องมีสปินขนานกันทั้งหมด

พิจารณาประจุไฟฟ้าของอนุภาคโปรตอน อนุภาคโปรตอนประกอบด้วยควากสามตัว (uud) มีประจุไฟฟ้ารวมเท่ากับ +1

$$Q\ (\text{uud}) = (+2/3) + (+2/3) + (-1/3) = +1$$

อนุภาคนิวตรอนประกอบด้วย ควาก udd มีประจุไฟฟ้า = 0

$$Q\ (\ udd\ ) \quad = (\ +2/3\ ) + (\ -1/3\ ) + (\ -1/3\ ) \quad = 0$$

อนุภาคซิกมา (Σ^-) มีควากสามตัว (dds) มีประจุไฟฟ้า = -1

$$Q\ (\ dds\ ) \quad = (\ -1/3) + (\ -1/3) + (-1/3\ ) \quad = -1$$

คุณสมบัติอื่นเช่นค่าตัวเลขความแปลก ผลรวมของเลขเฉพาะเหล่านี้ของควากจะลงตัวตามคุณสมบัติของอนุภาคบารียอนทุกประการ

<u>อนุภาคควากประกอบเป็นอนุภาคเมซอน</u>

อนุภาคเมซอนประกอบจากคู่ของอนุภาคควากและควากตรงข้าม แผนภาพการรวมของคู่ควากแสดงในรูป 18-2 (b) ค่าสปินของอนุภาคเมซอนทุกตัวมีค่า = 0 ควากและควากตรงข้ามมีเลขสปินเท่ากับ 1/2 การวางตัวของสปินจะวางในทิศตรงกันข้าม ได้ผลรวมสปิน = 0

เลขบารียอน B = 0 เป็นของอนุภาคเมซอ น (อนุภาคเมซอนไม่อยู่ในกลุ่มบารียอน)) ค่าบารียอนของควาก = 1/3 และของควากตรงข้าม = -1/3 รวมกันเป็นศูนย์ พิจารณาประจุไฟฟ้าของ π^+ ที่ประกอบด้วยควาก $\left(u\bar{d}\right)$ ประจุของ u = +2/3 ประจุ $\bar{d}$ = + 1/3 (ตรงข้ามกับของ d) ประจุรวมของ π^+ เท่ากับ

$$Q\ \left(u\bar{d}\right) \quad = \quad (+2/3) + (1/3) \quad = +1$$

<u>คำอธิบายการสลายตัวให้อนุภาคเบต้า โดยใช้แบบจำลองควาก</u>

ตัวอย่าง ปฏิกิริยาการสลายตัวให้อิเล็กตรอนของ ^{32}P

$$^{32}P \rightarrow {}^{32}S + e^- + \nu$$

หลังการค้นพบอนุภาคนิวตรอนและจากคำอธิบายของ Fermi ทุกคนเข้าใจตรงกันว่า การสลายตัวให้อิเล็กตรอนมาจากอนุภาคนิวตรอนในนิวเคลียสสลายตัวให้อนุภาคโปรตอน และอิเล็กตรอน

$$n \longrightarrow p + e^- + \nu$$

จากแบบจำลองควาก อนุภาคนิวตรอน (udd) สามารถเปลี่ยนเป็นอนุภาคโปรตอน (uud) โดยการเปลี่ยน down quark ไปเป็น up quark เท่านั้น ดังนั้นการสลายตัวอาจเขียนได้เป็น

$$d \longrightarrow u + e^- + \nu$$

จะเห็นได้ว่าเรารู้ธรรมชาติของสารลึกซึ้งมากขึ้นเรื่อย ๆ นอกจากแบบจำลองควากจะบอกให้รู้ถึงองค์ประกอบและโครงสร้างของอนุภาคแล้ว ยังให้ข้อมูลเกี่ยวกับอันตรกิริยาของอนุภาคด้วย

ควากชนิดอื่น

ยังมีอนุภาคและรูปแบบทางแปดแพร่งแบบอื่นที่เรายังไม่ได้พูดถึง เพื่อให้การอธิบายครอบคลุมถึงอนุภาคชนิดอื่น ต้องนำเสนอชนิดควากอีกสามชนิด cham quark (c) top quark (t) และ bottom quark (b) ในตาราง 3-5 ได้บรรจุควากทั้งสามชนิดนี้ไว้แล้ว สังเกตว่าควากทั้งสามนี้มีมวลค่อนข้างมาก ตัวเบาที่สุดยังหนักเป็นสองเท่าของอนุภาคโปรตอน การที่จะสร้างอนุภาคที่ประกอบด้วยควากขนาดหนักอย่างนี้ ต้องใช้เครื่องมือผลิตพลังงานค่อนข้างสูง เหตุผลที่เราไม่นำเสนอควากหนักเหล่านี้ตั้งแต่เริ่มต้น เพราะยังไม่มีอนุภาคขนาดหนักถูกค้นพบ

ถ้าเราเปรียบเทียบตาราง 3-5 (ตระกูลควาก) และตาราง 3-2 (ตระกูลเลปตอน) ลองพิจารณาอนุภาคหกตัวของตระกูลอนุภาคแต่ละชนิดจะเห็นว่า มีความคล้ายคลึงกันอยู่ โดยพิจารณาคู่อนุภาคสามคู่ในตารางทั้งสอง ปัจจุบันสิ่งที่เรารู้ดีที่สุดคือตระกูลอนุภาคเหล่านี้ ตระกูลอนุภาคควาก และตระกูลอนุภาคเลปตอน ดูเหมือนว่าอนุภาคเหล่านี้จะเป็นอนุภาคพื้นฐานโดยแท้จริง

18-8 แรงกระทำระหว่างอนุภาค

เราจะย้อนกลับมาพิจารณาแรงกระทำระหว่างอนุภาค หลังจากที่ได้จัดกลุ่มอนุภาคในธรรมชาติแล้ว

แรงแม่เหล็กไฟฟ้า - Electromagnetic force

อิเล็กตรอนสองตัวออกแรงกระทำทางไฟฟ้าซึ่งกันและกันตามกฎของคูลอมบ์ ในปัจจุบันการออกแรงกระทำหรืออันตรกริยาชนิดนี้อธิบายได้ด้วยทฤษฎี quantum electrodynamics (QED) โดยอธิบายอันตรกริยาระหว่างอิเล็กตรอนสองตัวว่าเป็นการแลกเปลี่ยนอนุภาคโฟตอนซึ่งกันและกัน

เราไม่สามารถตรวจจับอนุภาคโฟตอนที่กำลังแลกเปลี่ยนอยู่นี้ได้ เพราะมันถูกส่งออกจากอิเล็กตรอนตัวหนึ่ง แล้วถูกดูดกลืนด้วยอิเล็กตรอนอีกตัวหนึ่ง ในช่วงระยะเวลาที่สั้นมาก

แรงอ่อน - Weak force

ทฤษฎีของแรงอ่อนมีลักษณะคล้ายคลึงกับทฤษฎีของแรงแม่เหล็กไฟฟ้า อนุภาคที่ออกแรงกระทำชนิดอ่อนต่อกัน กำลังส่งอนุภาคแลกเปลี่ยนเช่นกัน แต่อนุภาคแลกเปลี่ยนไม่ใช่อนุภาคโฟตอนที่ไม่มีมวล แต่เป็นอนุภาคหนัก W และ Z ทฤษฎีในปัจจุบันมองอันตรกริยาของแรงแม่เหล็กไฟฟ้าและแรงอ่อนในรูปแบบเดียวกัน และรวมกันเป็น electroweak force มีลักษณะคล้ายกับกรณีที่ Maxwell รวมแรงไฟฟ้าและแรงแม่เหล็กเข้าด้วยกันเป็นแรงแม่เหล็กไฟฟ้า

ทฤษฎีของแรง electroweak force ทำนายคุณสมบัติเฉพาะตัวของอนุภาค W และ Z ดังรายละเอียดในตาราง

อนุภาค	ประจุ	พลังงานนิ่ง
W	$\pm e$	82 ± 2 GeV
Z	0	92 ± 2 GeV

ถ้าพิจารณาเปรียบเทียบกับมวลของอนุภาคโปรตอน (0.938 GeV) จะเห็นได้ว่าอนุภาค W และ Z มีมวลค่อนข้างมากทีเดียว ทฤษฎี electroweak นี้นำเสนอโดยกลุ่มนักฟิสิกส์ทฤษฎี Sheldon Glashow Steven Weinberg และ Abdus Salam และได้รับรางวัลโนเบลในปี ค.ศ.1979

ในปี ค.ศ. 1983 ทฤษฎี electroweak ถูกยืนยันโดยการทดลองของ Carlo Rubia และคณะที่ห้องปฏิบัติการ CERN อนุภาค W และ Z ถูกตรวจพบในการทดลอง Carlo Rubia และ Simon van der Meer ได้รับรางวัลโนเบลในปี ค.ศ. 1984

แรง strong force

ทฤษฎีของ strong force ให้คำอธิบายเกี่ยวกับแรงกระทำระหว่างอนุภาคควาก อันตรกริยาระหว่างอนุภาคเป็นการแลกเปลี่ยนอนุภาคกลูออน (gluons) ซึ่งกันและกัน ทฤษฎีนี้สมมติว่าอนุภาคควากแต่ละชนิดจะมีสีอยู่สามสี สีแดง-red สีเหลือง-yellow และสีฟ้า-blue ตัวอย่างเช่น up quark จะมีอยู่สามสี ในทำนองเดียวกันอนุภาคควากตรงข้ามก็จะมีสามสีเช่นกัน ตรงข้ามแดง-antired ตรงข้ามเหลือง-antiyellow และ ตรงข้ามฟ้า-antiblue นักศึกษาอย่าเข้าใจผิดว่าควากมีสีเหมือนกับลูกอม สีเป็นเพียงการแบ่งชนิดเท่านั้น

แรงที่กระทำระหว่างอนุภาคควากถูกเรียกว่า แรงสี color force ทฤษฎีเกี่ยวกับแรงสีมีชื่อว่า Quantum Chromodynamics (QCD) มีรากฐานมาจาก QED โดยทฤษฎีนี้ทำนายว่าชุดอนุภาคควากจะรวมกันได้ก็ต่อเมื่อรวมสีแล้วได้สีขาวเท่านั้น

จะเห็นได้ว่าสีแดง+เหลือง+ฟ้า ให้สีขาว ดังนั้นเราสามารถรวมควากสามตัวเพื่อประกอบเป็นอนุภาคบารียอนหรือรวมควากตรงข้ามสามตัวเพื่อประกอบเป็นอนุภาคบารียอนตรงข้าม นอกจากนี้ สีแดง+สีแดงตรงข้าม ให้สีขาวเช่นกัน ดังนั้นเราสามารถรวมควากและควากตรงข้ามเข้าด้วยกัน เพื่อผลิตอนุภาคเมซอน

การรวมเป็นหนึ่ง - Unification - Einstein's Dream

ความพยายามที่จะรวมแรงพื้นฐานทั้งหมดเข้าด้วยกัน เป็นงานชิ้นสุดท้ายของ Einstein แรงแม่เหล็กไฟฟ้ารวมกับแรงอ่อน เป็น electroweak force มีทฤษฎีที่พยายามจะรวมแรง strong force เข้ากับ electroweak force เรียก Grand Unified Theory (GUT) และมีทฤษฎีที่พยายามรวมแรงโน้มถ่วงเข้ากับแรงทุกชนิด เรียก Theories of Everything (TOE) อย่างไรก็ตาม ถึงปัจจุบันแรงพื้นฐานยังแบ่งแยกออกเป็นสามแรงด้วยกัน คือ แรง electroweak แรง strong force และแรงโน้มถ่วง

18-9 จักรวาลกำลังขยายตัว

การวัดอัตราเร็วสัมพัทธ์ของกาแล็กซี่ที่กำลังเคลื่อนที่ออกจากหรือเข้าหาโลกของเรานั้น ทำได้โดยวัด Doppler shift ของแสงที่ส่งมาจากกาแล็กซี่ ถ้าพิจารณากาแล็กซี่อื่นที่ไกลออกไป พบว่าทุกกาแล็กซี่กำลังเคลื่อนที่ออกจากโลกเราทั้งสิ้น

ในปี ค.ศ.1929 Edwin P. Hubble นำเสนอสูตรคำนวนหาความเร็วหนีห่างของกาแล็กซี่เป็นฟังก์ชั่นกับระยะทางระหว่างโลกกับกาแล็กซี่ในรูปสมการ Hubble's law

$$v = Hr \qquad (18 - 8)$$

โดย H เป็นตัวแปร Hubble มีค่า = 17×10^{-3} เมตร/วินาที - ปีแสง Hubble ทำนายว่า จักรวาลของเรากำลังขยายตัวออก กฎของ Hubble สอดคล้องกับ สมมุติฐาน Big Bang ที่ว่าสสารในจักรวาลเป็นผลพวงมาจากการระเบิดออกจากจุดกึ่งกลางจักรวาลทั้งสิ้น

18-10 Microware Background Radiation

ในปี ค.ศ.1965 Arno Penzias และ Robert Wilson กำลังทดสอบเครื่องรับคลื่นไมโครเวฟที่ใช้ในการติดต่อสื่อสาร เขาตรวจพบสัญญาณรบกวนที่ไม่เปลี่ยนแปลงความเข้ม ถึงแม้ว่าจะเปลี่ยนทิศทางของเสาอากาศก็ตาม ในเวลาต่อมาเขาพบว่าสิ่งที่ตรวจพบคือ microwave background radiation ที่ถูกผลิตขึ้นในช่วงต้นของการกำเนิดจักรวาล และซึมแผ่ไปทั่วอย่างสม่ำเสมอ การแผ่รังสีไมโครเวฟนี้ ที่ค่าความเข้มสูงสุดเกิดที่ค่าความยาวคลื่น 1.1 mm มีพฤติกรรมการกระจายตัวของความยาวคลื่นในลักษณะคล้ายกับที่ผลิตจาก cavity ที่อุณหภูมิ 2.7 K Penzias และ Wilson ได้รับรางวัลโนเบิลในปี ค.ศ. 1978

การแผ่รังสีนี้เกิดขึ้นประมาณ 300,000 ปี หลังจากการเกิด Big Bang ในเวลาที่จักรวาลเริ่มโปร่งใสต่อคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า การแผ่รังสี ณ จุดเวลานั้นเทียบได้กับการแผ่รังสีจาก cavity ที่อุณหภูมิ 10^5 K ในขณะที่จักรวาลขยายตัวออก อุณหภูมิลดตัวลงถึง 2.7 K ด้วยเหตุผลเดียวกับการขยายตัวในขบวนการ adiabatic ของกาซ อุณหภูมิจะลดตัวลง

18.12 The Big Bang

ในปี ค.ศ.1985 นักฟิสิกส์ลงความเห็นว่า

"เป็นที่แน่ชัดว่า จักรวาลของเราเริ่มมาจาก Big Bang เมื่อประมาณ 15 ล้านล้านปีก่อนเหมือนกับที่เราเชื่อแน่ชัดว่า โลกหมุนรอบดวงอาทิตย์" ในปัจจุบันทฤษฎี Big Bang ที่นำเสนอโดย George Gamow เป็นที่ยอมรับและเชื่อถือ

นักศึกษาต้องไม่พยายามวาดภาพ Big Bang ให้เหมือนกับการระเบิดของพลุไฟที่เราสามารถยืนอยู่ข้าง ๆ แล้วสังเกตการระเบิด การระเบิดของ Big Bang ไม่มีที่ให้เรายืนข้าง ๆ เพื่อดูการระเบิด Big Bang เป็นตัวแทนการกำเนิดของปริภูมิและเวลา เราไม่สามารถบอกได้ว่า การเกิด Big Bang เกิด ณ จุดใดจุดหนึ่งในจักรวาล Big Bang เกิดขึ้นทั่วไปทุกหนแห่ง

ในเงื่อนของเวลา ไม่มีเวลาก่อนการเกิด Big Bang เพราะเวลาเริ่มต้นจากการเกิด Big Bang เรามาพิจารณาช่วงเวลาหลังจากที่เวลาได้กำเนิดขึ้นแล้ว

Big Bang (0 ถึง 10^{-43} วินาที) เวลาช่วงน้อยนิดนี้มีความสำคัญมาก เรามีความรู้น้อยมากในช่วงเวลานี้ เนื่องจากกฎเกณฑ์ทางฟิสิกส์ต่าง ๆ ใช้ไม่ได้ในช่วงเวลานี้ ที่จุดเวลา 10^{-43} วินาที อุณหภูมิของจักรวาลมีค่าประมาณ 10^{23} K จักรวาลกำลังขยายตัวอย่างรวดเร็ว

(10^{-43} ถึง 10^{-35} วินาที) ในช่วงเวลานี้ แรง strong force แรงอ่อนและแรงแม่เหล็กไฟฟ้ารวมกันเป็นแรงเดียว เหมือนกับคำอธิบายใน Grand Unified Theory (GUT) แรงโน้มถ่วงมีพฤติกรรมเหมือนปัจจุบัน

(10^{-10} ถึง 10^{-5} วินาที) แรงทั้งสี่แยกตัวออกเป็นอิสระเหมือนปัจจุบัน จักรวาลประกอบด้วยอนุภาคพลังงานสูง เช่น ควาก เลปตอน และ โฟตอน

(10^{-5} วินาทีถึง 3 นาที) อนุภาครวมกันเป็นอนุภาคเมซอนและบาริยอน สสารและสสารตรงข้ามรวมกันสลายตัว ทำให้สสารตรงข้ามหายไป เหลือเพียงสสารส่วนเกิน ซึ่งประกอบเป็นจักรวาลของเราในปัจจุบัน

(3 นาที ถึง 10^5 ปี) อนุภาคโปรตอนและอนุภาคนิวตรอนรวมกันเป็นนิวเคลียสของธาตุเบา เช่น ^4He, ^3He, ^2H และ ^7Li ในปริมาณที่เราพบเห็นในปัจจุบัน จักรวาลประกอบด้วยพลาสม่าที่ประกอบด้วยนิวเคลียสและอิเล็กตรอน

(10^5 ปี ถึงปัจจุบัน) ในช่วงของเวลานี้ อิเล็กตรอนเริ่มเข้าโคจรรอบอนุภาคโปรตอนเพื่อสร้างเป็นไฮโดรเจน โดยไม่ถูกอนุภาคโฟตอนชนกระเด็นออกจากวงโคจร แสงที่ถูกผลิตขึ้นในช่วงการประกอบตัวเป็นอะตอมนี้เป็น microwave background radiation ที่ถูกค้นพบโดย Penzias และ Wilson ในปี ค.ศ. 1965 ดังนั้นการตรวจพบการแผ่รังสีชนิดนี้ ทำให้เห็นภาพของจักรวาลเมื่อมีอายุประมาณ 10^5 ปี

จากการตรวจวัด microwave background radiation พบว่ามีความสม่ำเสมอในทุกทิศทาง บอกให้ทราบว่าสสารแผ่กระจายตัวอย่างสม่ำเสมอเมื่อจักรวาลมีอายุเท่ากับ 10^5 ปี การค้นพบนี้ค่อนข้างน่าประหลาดใจ เพราะในปัจจุบันการกระจายตัวของสสารในจักรวาลไม่สม่ำเสมอ จะรวมกลุ่มเป็นกาแลกซี่ หรือเป็นกลุ่มของกาแลกซี่ การเริ่มแยกตัวเป็นกลุ่มก้อนของสสารในจักรวาลเริ่มต้นเมื่อใด สมมุติฐาน Big Bang ไม่สนับสนุนการกระจายตัวสสารอย่างสม่ำเสมอ

ในปี ค.ศ.1992 การวัด microwave background radiation อย่างละเอียดโดยใช้ดาวเทียมของ องค์การ NASA พบว่า background radiation มีความเข้มไม่สม่ำเสมอ จักรวาลของเราเริ่มแยกตัวเป็นกลุ่มก้อนสสาร ตั้งแต่อายุได้ 300,000 ปี หรือ 3.0×10^5 ปี เป็นบทพิสูจน์ความถูกต้องของสมมุติฐาน Big Bang

18-12 สรุป

ความรู้เกี่ยวกับจักรวาลของเราที่สะสมมาจากความพยายามอย่างยิ่งยวดของนักฟิสิกส์ พอสรุปได้ดังนี้

โลกของเราไม่ใช่เป็นจุดศูนย์กลางของระบบสุริยะและดวงอาทิตย์ของเราเป็นเพียงดาวดวงหนึ่งในหมู่ดาวในจักรวาลเท่านั้น

กาแล็กซีของเราเป็นเพียงกาแลกซีหนึ่งในหมู่กาแล็กซี่เท่านั้นและดวงอาทิตย์เป็นดาวเล็กๆ ดวงหนึ่งในขอบนอกของกาแล็กซี

โลกของเราเกิดมามีอายุเพียงหนึ่งในสามของอายุจักรวาลและจะหายไปเมื่อดวงอาทิตย์ของเราเผาผลาญพลังงานจนหมดและกลายเป็นดาวยักษ์แดง

มนุษย์เราที่เกิดและอาศัยอยู่บนโลก เป็นเพียงสัตว์ชนิดหนึ่งในหมู่สรรพสัตว์ ที่ก่อกำ เนิดและวิวัฒนาการมาเพียงหนึ่งล้านปีเท่านั้น ชั่วพริบตาเมื่อเทียบกับเวลาของจักรวาล

อนุภาคนิวตรอนและโปรตอน ที่ประกอบเป็นสสารและเป็นตัวเรามิใช่รูปแบบของสสารส่วนใหญ่ของจักรวาล

อย่างไรก็ตาม ถ้าพิจารณาในมุมมองที่ดีบ้าง เราเป็นมนุษย์ผู้ค้นพบความจริงทั้งหมด ถึงแม้ว่าความคงอยู่ของเราในจักรวาลจะน้อยนิด แต่กฎเกณฑ์ของฟิสิกส์ที่เราค้นพบ หรือจะค้นพบต่อไปในอนาคตครอบคลุมไปไกลถึงจักรวาล ทั้งในอดีตและในอนาคต

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ห้องสมุดกลาง

บรรณานุกรม

คณะอนุกรรมการปรับปรุงหลักสูตรวิทยาศาสตร์ระดับมหาวิทยาลัย สาขาวิชาฟิสิกส์, **ฟิสิกส์ เล่ม 2**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร : บริษัทซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด,2527.

วุฒิ พันธุมนาวิน.เลเซอร์ฟิสิกส์.พิมพ์ครั้งที่ 2.กรุงเทพมหานคร : ห้างหุ้นส่วนจำกัด เอกซ์เพรสมีเดีย.2536.

Blatt, F.J. **Principle of Physics**. Boston : Allyn and Bacon, Inc., 1986.

Resnick, R., Halliday D., and Knene, K. S. **Physics**. 4th ed. New YorK : John Wiley and Sons, Inc., 1992.

Surway, Raymond A. **Physics for Scientists and Engineers**. Tokyo : Holt-Saunders japan, 1982.

Tippler, Paul A. **Physics**. New York : Worth Publisher, Inc., 1976.

ศูนย์บรรณสารและสื่อการศึกษา
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี